MANUALUL INGINERULUI ELECTRONIST

S. Ștefănescu ★ FILTRE DE ÎNALTĂ FRECVENȚĂ ȘI CIRCUITE CORECTOARE

MANUALUL INGINERULUI ELECTRONIST

Scanned with OKEN Scanner

Biblioteca de automatică, informatică, electronică, management

Seria Fundamente

W. Oppelt	Tehnica reglării automate
D. V. Vasiliev ș.a.	Calculul și proiectarea sistemelor de urmărire
M. Mănescu ș.a.	Mașini de calcul pentru mecanizarea și automatizarea lucrărilor economice și administrative
M. Pelegrin	Calculatoare analogice și numerice. Aplicații la automatizări
I. Papadache ș.a.	Regulatoare electronice
W. Simon	Conducerea numerică a mașinilor-unelte
P. Vaslin	Circuite logice și automatizări secvențiale
C. J. Savant	Calculul sistemelor automate
J. E. Gibson	Sisteme automate neliniare
B. Kuo	Sisteme automate cu eșantionare
W. A. Geyer	Dispozitive magnetice neliniare
E. Lewis, H. Stern	Sisteme automate hidraulice
G. V. Drujinin	Siguranța în funcționare a sistemelor
W. J. Karplus	Sisteme de calculatoare cu divizarea timpului
G. A. Korn	Simularea și măsurarea proceselor aleatoare
S. E. Elmagharby	Proiectarea sistemelor de producție
V. Chu	Bazele proiectării calculatoarelor numerice
R. S. Ledley	Programarea și utilizarea calculatoarelor numerice
E. S. Savas	Conducerea cu calculatoare a proceselor industriale
I. Flores	Sisteme de programare („software") pentru calculatoare numerice
D. Petcu ș.a.	Pneumoautomatica
Spătaru Al.	Teoria transmisiunii informației vol. I, II (ediție română și franceză)
I. Felea ș.a.	Circuite cu semiconductoare în industrie
	Aparate de măsurat (ediție română și franceză)
A. Vătășescu, ș.a.	Circuite cu semiconductoare în industrie
	Amplificatoare și oscilatoare (ediție română și franceză)
A. Mateescu	Circuite corectoare
R. Paul	Tehnica măsurării tranzistoarelor
C. Belea	Sisteme automate adaptive și optimale
H. B. Maynard (editor)	Conducerea activității economice
H. B. Maynard	Manual de inginerie industrială, vol. I—IV
L. M. Goldenberg	Teoria și calculul circuitelor de impulsuri
S. Condrea	Rețele și sisteme de telecomunicații
M. Drăgănescu	Electronica corpului solid
S. Călin, C. Belea	Sisteme automate complexe
L. A. Zadeh, ș.a.	Teoria sistemelor
J. M. Juran:	Calitatea produselor
F. H. Gryna, P. E. Gray	Bazele electronicii moderne
C. L. Searle	Teoria modernă a circuitelor
D. E. Knuth	Tratat de programarea calculatoarelor vol. I, II, III
G. Rulea	Prelucrarea optimă a semnalelor radio
P. Sterian	Transmisia optică a informației
P. Gray, R. Mayer	Circuite integrate analogice. Analiză și proiectare
	Ciclul: Manualul inginesului electronist
Ed. Nicolau ș.a.	Măsurări electronice
Ad. Mateescu ș.a.	Transmisiuni de date
E. Nicolau ș.a.	Radiotehnică vol. I și vol. II
S. Ștefănescu	Filtre (I)

Scanned with OKEN Scanner

Dr. ing. SOFRONIE ȘTEFĂNESCU

Scanned with OKEN Scanner

Manualul inginerului electronist

FILTRE DE ÎNALTĂ FRECVENȚĂ ȘI CIRCUITE CORECTOARE

EDITURA TEHNICĂ
București – 1989

Prefață

Cartea de față reprezintă o continuare a celei apărute în anul 1987, tot în Editura Tehnică, în ciclul „Manualul inginerului electronist", intitulată „Filtre". În lucrarea menționată s-au tratat aspectele fundamentale ale proiectării moderne a filtrelor electrice. Pentru ușurarea înțelegerii problemelor, toate capitolele au fost însoțite de exemple numerice de proiectare ilustrativă.

În acest volum se tratează în aceeași manieră proiectarea filtrelor și corectoarelor care intervin frecvent în practică și care au un caracter mai special.

În etapa în care tehnica transmisiunilor digitale capătă un rol preponderent, o clasă de circuite își păstrează permanent actualitatea și aceasta este cea a filtrelor de înaltă și foarte înaltă frecvență, *precum și a* rețelelor corectoare de amplitudine și de timp de propagare de grup. *Atît în tehnica sistemelor telefonice multicanale cît și în special în tehnica transmisiunilor de radio și televiziune apare frecvent problema transmiterii sau recepției în mai multe direcții.*

Pentru rezolvarea acesteia și ținînd seama și de faptul că literatura de specialitate a tratat mai puțin această clasă de circuite, a fost introdus capitolul „Filtre diplexoare (direcționale) și multiplexoare". Ponderea cea mai importantă o reprezintă însă proiectarea filtrelor de frecvență intermediară (70 sau 140 MHz) și a filtrelor de microunde. S-a ținut seama că în literatura română nu a apărut nici o lucrare care să trateze acest tip de filtre și că acestea nu abundă nici în literatura străină de specialitate. S-a considerat necesar, introducerea în prealabil a unui capitol care să trateze în general problema circuitelor specifice de înaltă frecvență și microunde și numai după aceea să se treacă la tratarea proiectării propriu-zise a filtrelor respective.

S-a insistat asupra elementelor noi care intervin în acest domeniu de frecvență, respectiv circuitele „inversoare", „elementele unitate" precum și a unor transformări echivalente de tip Kuroda—Levy, necesare obținerii unor circuite practic realizabile. Din clasa filtrelor active s-a introdus capitolul referitor la cele care se obțin prin utilizarea „Supercapacității" și care se pot calcula utilizînd metodele de proiectare ale filtrelor convenționale. Capitolele referitoare la „Sensitivitate" și „Optimizare" au ca scop tratarea problemelor necesare realizării practice a circuitelor selective, cum ar fi cea a determinării toleranțelor de execuție a acordului final și a luării în considerație a efectelor parazite. Ultimul capitol, nu însă de ultimă importanță, este cel referitor la metodele moderne de analiză a circuitelor cu ajutorul calculatoarelor. Se indică posibilitățile de examinare a parametrilor finali obținuți în urma proiectării, în care nu pot fi luate în considerație niciodată toate aspectele și în care mereu mai rămân aproximări ale fenomenelor reale. Autorul a urmărit să pună la dispoziția specialiștilor o lucrare care să trateze în mod unitar, pe baza aceleași metode, a celor mai

Scanned with OKEN Scanner

importante tipuri de filtre care intervin în practica curentă, cum ar fi filtrele convenționale de joasă frecvență ,filtrele de medie frecvență, a filtrelor de înaltă frecvență și microunde precum și a circuitelor corectoare de amplitudine sau de timp de propagare de grup.

Un alt aspect al lucrării îl constituie acela că aceasta s-a limitat la tratarea aspectelor de proiectare a circuitelor care sînt fundamentale și practic independente de tehnologia de realizare. Această delimitare s-a impus deoarece volumul lucrării nu a permis mai mult precum și de faptul că progresele tehnologice sînt azi extrem de rapide.

Autorul a dorit să includă în aceste lucrări, experiența sa acumulată în domeniul proiectării propriu-zise a circuitelor, în depistarea tipurilor de filtre și circuite speciale mai frecvent necesare precum și a parametrilor utili în practica curentă.

Dacă în primul volum „Filtre" (1987), lucrările de bază au fost considerate cele ale prof. dr. ing. R. Saal, care apreciez că a pus bazele metodei moderne de proiectare a filtrelor cu ajutorul calculatoarelor, pentru volumul de față, contribuțiile altor specialiști de reputație din RFG ca prof. dr. ing. K. Antreich, dr. ing. W. Entenmann și în special ale prof. dr. ing. E. Gleissner au servit drept model.

Este de datoria autorului ca și în acest caz să aducă mulțumirile sale colegilor din Laboratorul de transmisiuni telefonice din Institutul de Cercetări și Proiectări Tehnologice în Telecomunicații (ICPTTc) din București cu care a colaborat în permanență și pe parcursul redactării acestei lucrări, Editurii Tehnice pentru acceptarea tematicii pe care o consider în permanență de actualitate, precum și familiei care a dovedit multă înțelegere, dacă se are în vedere efortul ce trebuie depus pentru elaborarea unei lucrări de un asemenea volum și complexitate.

București, 1988

dr. ing. SOFRONIE ȘTEFĂNESCU

Scanned with OKEN Scanner

CUPRINS

Capitolul 1. **Introducere** 13

Capitolul 2. **Filtre diplexoare și multiplexoare** 17

2.1. Generalități 17
2.2. Filtre diplexoare (direcționale) 19
2.3. Proiectarea filtrelor diplexoare și multiplexoare 22
2.4. Filtre direcționale de impedanță constantă 24

Capitolul 3. **Transformări în structura filtrelor** 39

3.1. Inductanțe cu prize 39
3.2. Transformarea Norton 40
3.3. Transformarea de impedanță cu ajutorul filtrelor de bandă LC(FTB) 41
3.4. Filtre cu număr minim de inductanțe 46
3.5. Transformări rezonante 48
3.6. Transformarea Geffe 50

Capitolul 4. **Filtre de înaltă frecvență** 53

4.1. Generalități 53
4.2. Filtre de bandă aritmetic-simetrice 53
4.3. Filtre simetrice 54
4.4. Aproximarea în cazul filtrelor aritmetic-simetrice 61
4.5. Filtre de bandă convenționale formate din două circuite cuplate 61
4.6. Filtre parametrice formate din două circuite rezonante, cuplate inductiv și capacitiv 73
4.7. Filtre de bandă formate din 4 circuite cuplate 81
4.8. Cazul general al filtrelor formate din circuite cuplate capacitiv 87
4.9. Proiectarea filtrelor formate din circuite cuplate, pe bază de sinteză 99

Capitolul 5. **Circuite în microunde** 102

5.1. Generalități 102
5.2. Parametrii caracteristici 103
5.3. Linii de transmisiuni 107
5.4. Transformarea Richards 110
5.5. Sinteza funcțiilor impedanță 113
5.6. Transformările Kuroda 115
5.7. Conectarea în cascadă a elementelor unitate (u.e) 129
5.8. Transformatorul ideal și inversorul 131
5.8.1. Inversorul 134
5.8.2. Factorul de calitate și lărgimea de bandă 153
5.9. Rezonatori 154
5.10. Linii cuplate 157
5.10.1. Realizarea în microunde a celulei Brune 162
5.10.2 Proprietăți de transmisie ale elementelor unitate 165
5.11. Proiectarea filtrelor cu ajutorul inversorilor 168
5.11.1. Proiectarea filtrelor cu ajutorul transformării de frecvență 168
5.11.2. Realizarea filtrelor de bandă îngustă cu ajutorul inversorilor 176
5.11.3. Proiectarea filtrelor de bandă îngustă 182

Capitolul 6. **Filtre în microunde** 191

6.1. Generalități 193
6.2. Utilizarea transformării Richards 195
6.3. Normarea și Denormarea 202
6.4. Filtre, realizate din secțiuni de linii calculate pe baza prototipului din constante concentrate 205
6.4.1. Proiectarea filtrelor cu constante distribuite pe baza prototipului cu constante concentrate 206
6.4.2. Filtre oprește bandă de tip Butterworth sau Cebîșev . . 211
6.4.3. Filtre tip Cauer (eliptice) 217
6.4.4. Calculul filtrelor de bandă FTB și FOB pe baza filtrului prototip 217

Scanned with OKEN Scanner

6.5. Proiectarea filtrelor de microunde cu ajutorul transformării semiunghi (P) . . . 228
6.6. Proiectarea filtrelor de microunde fără utilizarea transformării Richards. Utilizarea inversoarelor . . . 234
6.7. Proiectarea filtrelor cu linii pe bază de sinteză . . . 244
6.7.1. Transformarea Richards modificată . . . 245
6.7.2. Proiectarea circuitelor reactanță . . . 247
6.7.3. Proiectarea filtrelor simetrice cu linii . . . 253
6.7.4. Proiectarea FTB care au o comportare de FTS în domeniul analog-reactiv . . . 259
6.7.5. Proiectarea filtrelor cu comportare de filtru de bandă în domeniul analog-reactiv . . . 261
6.7.6. Proiectarea filtrelor Cebîșev . . . 264
6.7.7. Exemple de proiectare . . . 268
6.7.8. Programul de calcul SINFIL . . . 282
6.8. Structuri speciale de filtre . . . 283

Capitolul 7. **Proiectarea filtrelor cu pierderi** . . . 289

7.1. Efectul pierderilor . . . 289
7.2. Predistorsionarea . . . 291
7.3. Particularități ale funcției caracteristice K(s) . . . 293

Capitolul 8. **Filtre RC obținute prin simularea inductanțelor** . . . 316

8.1. Generalități . . . 316
8.2. Convertoare . . . 316
8.3. Simularea inductanței . . . 318
8.4. Funcții de transfer care utilizează conceptul de FDNR . . . 322
8.5. Domeniul dinamic . . . 327

Capitolul 9. **Optimizări** . . . 331

9.1. Generalități . . . 331
9.2. Procedee de optimizare . . . 331
9.3. Criterii de optimizare . . . 333
9.4. Proprietățile procedeelor de rezolvare iterativă . . . 335
9.5. Metode de optimizare . . . 336

Capitolul 10. **Corectori de timp de propagare de grup** . . . 343

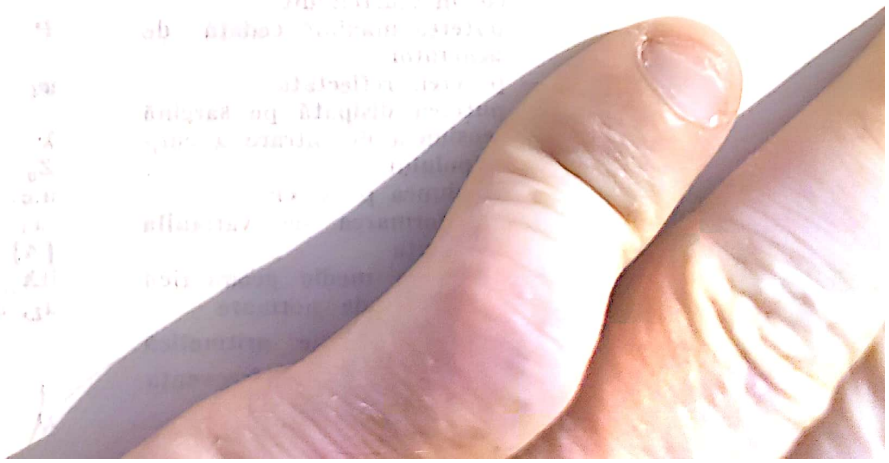
10.1. Generalități . . . 343
10.2. Faza și timpul de propagare de grup . . . 344
10.3. Funcții trece tot . . . 346
10.3.1. Funcția de transmisie a circuitelor trece tot . . . 346
10.3.2. Timpul de propagare de grup al circuitelor trece tot . . . 347
10.3.3. Faza circuitelor trece tot . . . 348
10.4. Corectori de timp de propagare de grup . . . 350
10.5. Celule elementare . . . 353
10.6. Sinteza circuitelor . . . 356
10.7. Realizarea practică . . . 366
10.8. Aproximarea . . . 371
10.9. Distorsiunile de atenuare ale corectorilor de timp de propagare de grup . . . 373
10.10 Exemple . . . 375

Capitolul 11. **Corectori de amplitudine** . . . 382

11.1. Generalități . . . 382
11.2. Cuadripoli de impedanță constantă . . . 382
11.3. Circuit T-podit — de impedanță constantă . . . 385
11.4. Cuadripoli de impedanță constantă de gradul 1 și 2 . . . 386
11.5. Funcții de transmisie de gradul doi . . . 389
11.6. Funcția aproximantă . . . 390
11.7. Problema aproximării . . . 392
11.8. Proiectarea circuitelor corectoare de amplitudine . . . 394
11.9. Timpul de propagare de grup al corectorilor de amplitudine . . .

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 12. **Proiectarea transformatorului de bandă şi a atenuatoarelor** 411
12.1. Generalităţi 411
12.2. Transformatorul real (inductiv) 413
12.3. Proiectarea atenuatorilor 417
Capitolul 13. **Sensitivităţi** 423
13.1. Generalităţi 423
13.2. Calitatea, precizia şi toleranţa elementelor 423
13.3. Funcţii sensitivitate 426
13.4. Însumarea efectelor abaterilor elementelor 432
13.5. Sensitivitatea reţelelor în lanţ 437
13.6. Acordul circuitelor 440
Capitolul 14. **Analiza circuitelor** 443
14.1. Generalităţi 443
14.2. Analiza circuitelor în scară 444
14.3. Utilizarea programelor de analiză 448
14.4. Analiza circuitelor de înaltă frecvenţă 454
14.5. Analiza circuitelor cu linii de transmisie 454
Bibliografie 459



Scanned with OKEN Scanner

Notații folosite

a — atenuarea

$a_b = a_{min}$ — atenuarea minimă permisă în banda de blocare

a_r — atenuarea de reflexie

$a_t = a_{max}$ — atenuarea maximă permisă în banda de trecere

A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22} — parametrii lanț

a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} — parametrii lanț normați

Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22} — parametrii impedanță

Y_{11}, Y_{12}, Y_{21}, Y_{22} — parametrii admitanță

Z_{i1} — impedanța de intrare primară

Z_{i2} — impedanța de intrare secundară

Z_g — impedanța de intrare a cuadripolului cu bornele secundare în gol

Z_{sc} — impedanța de intrare a cuadripolului cu bornele secundare în scurtcircuit

B_n — polinomul Butterworth de gradul n

T_n — polinomul Cebîșev de gradul n, speța I

U_n — polinomul Cebîșev de gradul n, speța II

$H(s)$ — funcția de transmisie

$K(s)$ — funcția caracteristică

$E(s)$ — polinomul de la numărătorul funcției $H(s)$

$G(s)$ — polinomul de la numitorul funcției $H(s)$

$F(s)$ — polinomul de la numărătorul funcției $K(s)$

$L(z)$ — funcția de pierderi

P_0 — puterea disipată pe sarcină dacă cuadripolul este înlocuit cu un scurtcircuit

P_{max} — puterea maximă cedată de generator

P_r — puterea reflectată

P_2 — puterea disipată pe sarcină

U_1 — tensiunea de intrare a cuadripolului

U_2 — tensiunea pe sarcină

$\mathcal{F}$ — transformarea de variabilă

f — frecvența

f_0 — frecvența medie geometrică

f_N — frecvența de normare

f_M — frecvența medie aritmetică

n_0 — numărul polilor la frecvența zero

n_∞ — numărul polilor la frecvența infinit

n — numărul polilor (excluzînd pe cei de la zero și infinit)

$s = \sigma + j\omega$ — frecvența complexă

ω_{t_1} — frecvența limită de trece inferioară (normată)

ω_{t_2} — frecvența limită de trecere superioară (normată)

ω_{b_1} — frecvența limită de blocare inferioară

ω_{b_2} — frecvența limită de blocare superioară

ω_0 — frecvența centrală

$\omega_{\infty i}$ — frecvența celui de al i-lea pol de atenuare

δ — lărgimea de bandă relativă

ρ_1, ρ_2 — coeficienții de reflexie la bornele de intrare, respectiv ieșire

τ — timpul de propagare de grup

$D(s)$ — funcția de transmisie de tensiune sau curent

Ev... — partea pară a lui...

Od... — partea impară a lui ...

Im... — partea imaginară a lui ...

Re... — partea reală a lui ...

FTJ — filtrul trece jos

FTS — filtrul trece sus

FTB — filtrul trece bandă

FOB — filtrul oprește bandă

R_1 — Rezistența de închidere din primar

R_2 — Rezistența de închidere din secundar

C_0 — Capacitatea nominală

L_0 — Inductanța nominală

R_0 — rezistența nominală

$S = \Sigma + j\Omega$ — frecvența transformată Richards

p — frecvența transformată Richards-modificată

K — constanta inversorului de impedanță

J — constanta inversorului de admitanță

P — frecvența transformată semiunghi

w_i — elemente normate ale filtrului prototip

λ — lungimea de undă

Z_0 — impedanța caracteristică

u.e. — element unitate

$|x|$ — modulul valorii x

$[A]$ — matricea A

$\|X\|$ — norma vectorului X

d_L, d_C — coeficientul de pierdere al bobinei, respectiv al capacității

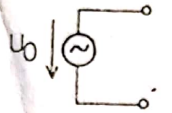
Q — factor de calitate

D — rezistența negativă dependentă de frecvența FDNR

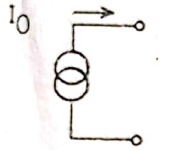
S_x^F — sensitivitatea relativă a funcției F în raport cu x

Q_x^F — sensitivitatea semirelativă a funcției F în raport cu x

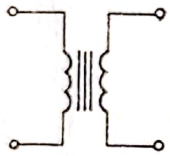
Scanned with OKEN Scanner



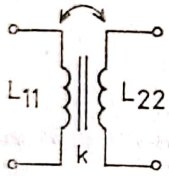
Generator de tensiune (rezistență internă nulă)



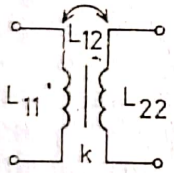
Generator de curent (rezistență internă infinită)



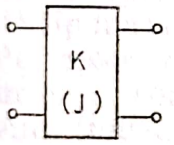
Transformator ideal



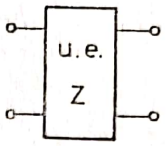
Transformator real, cu cuplaj strîns ($k = \pm 1$)



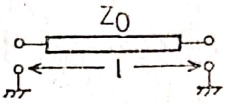
Transformator real, cu cuplaj slab ($k \neq 1$)
$L_{11}=L_p$; $L_{22}=L_s$; $L_{12}=M$



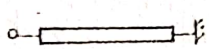
Inversor de impedanță (admitanță)



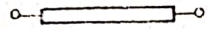
Element unitate de impedanță caracteristică Z



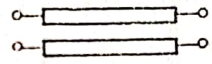
Secțiune de linii, de impedanță caracteristică Z_0 și lungimea l



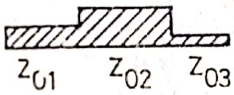
Linie în scurtcircuit la ieșire



Linie în gol la ieșire



Linii cuplate



Linii depuse, de impedanțe caracteristice diferite

Prin sarcini extreme se vor înțelege sarcini de valoare zero sau infinită, iar prin sarcini finite, sarcini diferite de zero și infinit.

Prin ,,poli'' se va înțelege frecvența polilor funcției atenuare, sau după cum se va specifica, a funcțiilor reactanță sau de transfer. $Z_{0e}Z_{00}$ impedanțele caracteristice ale liniilor cuplate în modul par și respectiv impar

1.

Introducere

În [1] s-a tratat problema proiectării moderne a filtrelor pe baza parametrilor de lucru. Avantajul acestei metode pe lîngă faptul că este riguros teoretică, constă în aceea că permite proiectarea filtrelor cu diverse tipuri de închideri în primar sau secundar, respectiv închise atît pe rezistențe de sarcini de valori finite cît și extreme (zero sau infinit), cazuri frecvent întîlnite în practică. S-au examinat atît filtrele convenționale cît și cele parametrice, care conduc deseori la soluții mai economice. Problema aproximării a fost studiată în cele mai diferite cazuri, respectiv cea de tip maxim plat (Butterworth) cît și cea echiriplu (Cebîșev), atît în banda de trecere cît și în banda de blocare. S-a tratat de asemenea cazul general în care condițiile de atenuare frecvență impuse în banda de blocare sînt indicate printr-un gabarit oarecare.

Atît pentru etapa de aproximare cît și pentru cea de sinteză, ținînd seama de complexitatea ambelor, s-au întocmit și introdus programe de calcul în limbaj BASIC. Această lucrare poate fi considerată că rezolvă bazele teoretice ale proiectării filtrelor în general și pe cele ale filtrelor LC în special.

În lucrarea de față se continuă cu tratarea altor tipuri de circuite care sînt enumerate în continuare. Filtrele de frecvență intermediară (de 70 MHz sau 140 MHz), pe lîngă frecvența mai ridicată, mai pun o serie de probleme specifice, care rezultă ca urmare a tipului de modulație al semnalelor transmise (modulație de frecvență). Acestea trebuie să prezinte în banda de trecere și în jurul acesteia o caracteristică de atenuare și de timp de propagare de grup de tip aritmetic-simetrică. Fără precauțiuni speciale filtrele de bandă posedă caracteristici geometric-simetrice. Pentru frecvențe mai înalte, nu mai este posibilă realizarea cu elemente cu constante concentrate, ci trebuie utilizate secțiuni de linii de transmisiuni (Stripline, microstrip etc.). Proiectarea acestor filtre cu ajutorul metodei moderne de sinteză se complică în acest caz, deoarece pe lîngă modelele L și C întîlnite în cazul filtrelor, de joasă și medie frecvență, mai apare un element „elementul unitate" (u.e.), care nu mai este de tip dipol ci de tip cuadripol și deci specificat de matricea unei familii de parametri. Problema în acest caz se mai complică și datorită faptului că funcțiile care caracterizează acest element unitate sînt funcții iraționale de frecvență transformată Richards „S".

Sînt indicate atît procedee mai simple de proiectare care se bazează pe utilizarea filtrelor prototip cu constante concentrate cît și pentru proiectarea filtrelor „optime" (care nu utilizează elemente redundante), cu

Scanned with OKEN Scanner

ajutorul metodei de sinteză. Realizarea practică este de asemenea dificilă deoarece impedanța caracteristică a secțiunilor de linii folosite nu poate fi decît minimum de cîțiva zeci de ohmi și maximum de circa 200 Ω. Este indispensabilă în acest caz cunoașterea unor transformări echivalente posibile și din acest motiv s-a insistat asupra echivalențelor Kuroda și Kuroda-Levy.

În realizarea practică filtrele nu utilizează elementele ideale ci elemente care pe lîngă faptul că prezintă pierderi (caracterizate prin coeficientul de pierderi),nici nu pot fi realizate la valorile calculate ci numai în anumite toleranțe.

Din acest motiv se examinează proiectarea filtrelor cu pierderi, proiectare mai complicată deoarece pe lîngă cele două elemente componente L și C mai introduce un nou element, respectiv rezistența de pierderi r.

Pentru studierea problemei toleranțelor s-a introdus capitolul referitor la „Sensitivități" noțiune care caracterizează abaterea unei funcții în raport cu o variabilă oarecare.

După etapa de realizare a circuitelor, pentru obținerea performanțelor prescrise circuitele trebuie „acordate". Pentru studiul „acordului optim", pe lîngă cunoașterea sensitivităților, mai este necesară și „optimizarea" performanțelor ceea ce se obține cu ajutorul unor procedee specifice de „minimizare" a unei funcții de mai multe variabile.Capitolul „Optimizare" tratează această problemă.

În transmisiunile de radio, televiziune sau multicanale telefonice, care folosesc tehnica modulației de frecvențe sau digitală, apar prescripții, atît pentru caracteristica de amplitudine în funcție de frecvență, cît și pentru caracteristica de fază, respectiv a timpului de propagare de grup. Pentru separarea diverselor benzi de frecvențe se folosesc, fie filtre singulare, fie combinații de filtre sub forma unor diplexoare sau multiplexoare. Cu cît selectivitatea filtrelor este mai pretențioasă cu atît, distorsiunile de fază introduse sînt mai mari. Încadrarea în prescripțiile referitoare la caracteristica de fază se obține cu ajutorul circuitelor denumite corectoare de timp de propagare de grup. Corectoarele de timp de propagare de grup, în special în cazul frecvențelor înalte, deși teoretic sînt de tipul circuitelor trece tot (de impedanță constantă și atenuare de inserție de valoare zero), în realitate (în special la frecvențe ridicate) nu sînt de amplitudine constantă. Pentru încadrarea în prescripțiile impuse caracteristicii de amplitudine se introduc circuite corectoare de amplitudine.

În continuare, se va de un exemplu de utilizare practică a tuturor acestor tipuri de circuite. În partea de emisie sau recepție a unei stații de recepție de pe satelit există obligatoriu și un lanț denumit de frecvență intermediară. După schimbări de frecvență, apare necesară filtrarea și amplificarea semnalelor în banda de 70 MHz.

Condițiile impuse pentru transmisia unui canal de televiziune referitoare la caracteristica de amplitudine-frecvență sînt ilustrate în fig. 1.1.a, iar cele de timp de propagare de grup în fig. 1.1. *b*.

Pentru încadrarea în condițiile impuse de gabaritul atenuare frecvență a rezultat un filtru a cărui structură este de tipul (fig. 1.2).

Structura rezultată este redundantă din punct de vedere al elementelor însă are proprietatea că posedă o caracteristică de atenuare și de timp de propagare de grup care prezintă simetrie aritmetică. Proiectarea acestui

Scanned with OKEN Scanner

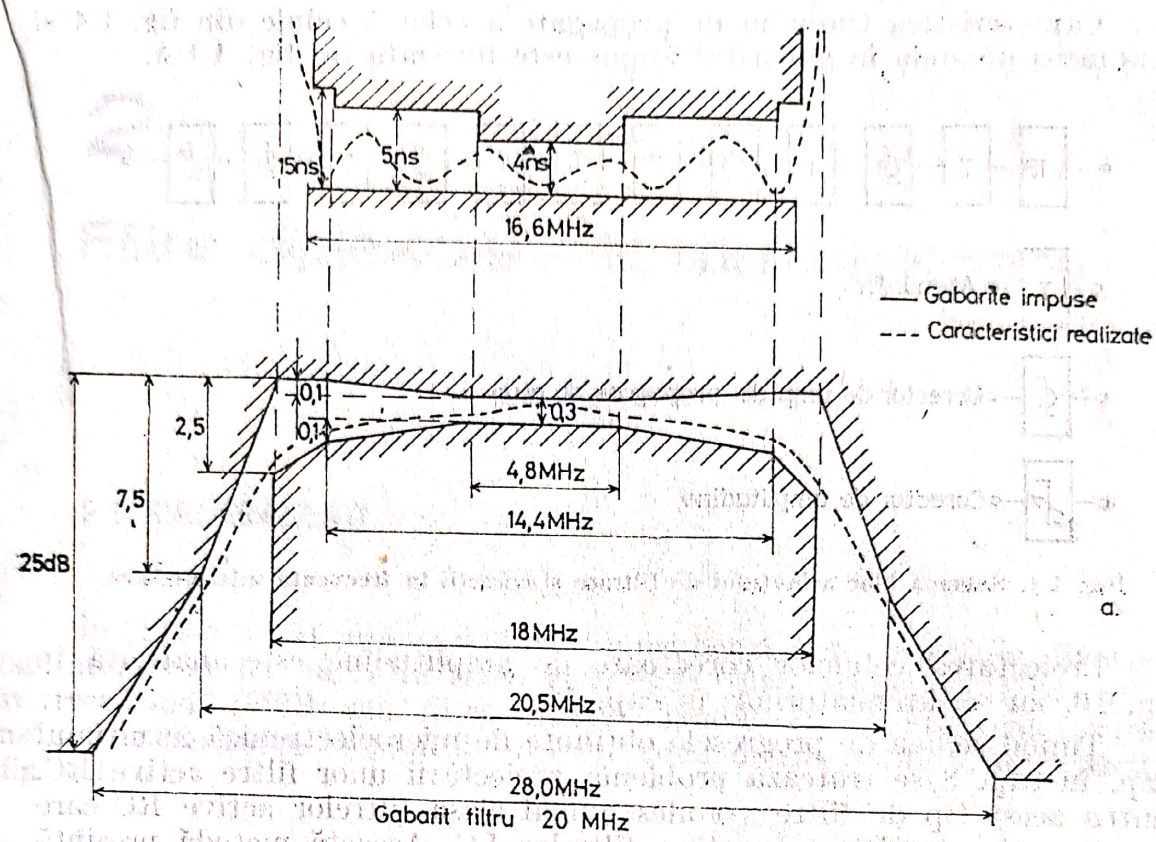


Fig. 1.1 Gabarite impuse lanțului și caracteristicile măsurate ale: *a* — timpului de propagare — frecvență; *b* — atenuării — frecvență.

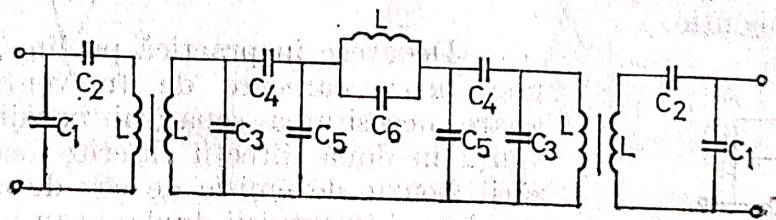


Fig. 1.2. Schema filtrului de frecvență intermediară.

tip de filtru este analizată în cap. 4. De asemenea structura este indicată pentru domeniul frecvențelor înalte, deoarece conduce la elemente componente realizabile.

Pentru corecția timpului de propagare de grup a filtrului de frecvență intermediară (fig. 1.2) au rezultat necesare 5 celule de tipul celei din fig. 1.3.

În urma acestei etape a rezultat lanțul din fig. 1.4. Se observă că după fiecare celulă corectoare de timp de propagare de grup, figurează în circuit cîte un atenuator. Rolul acestor atenuatori constă în aceea că îmbunătățesc adaptarea impedanțelor și micșorează interacțiunea între celulele corectoare de timp de propagare de grup. Cele 5 celule corectoare de timp de propagare introduc la rîndul lor distorsiuni ale caracteristicii de amplitudine care se corectează cu o celulă corectoare de amplitudine de tipul celei din fig. 1.5.

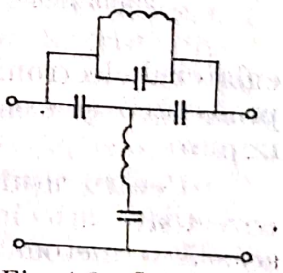


Fig. 1.3. Celulă corectoare de timp de propagare de grup.

Caracteristica timpului de propagare a celor 5 celule din fig. 1.4 și încadrarea acesteia în gabaritul impus este ilustrată în fig. 1.1 *b*.

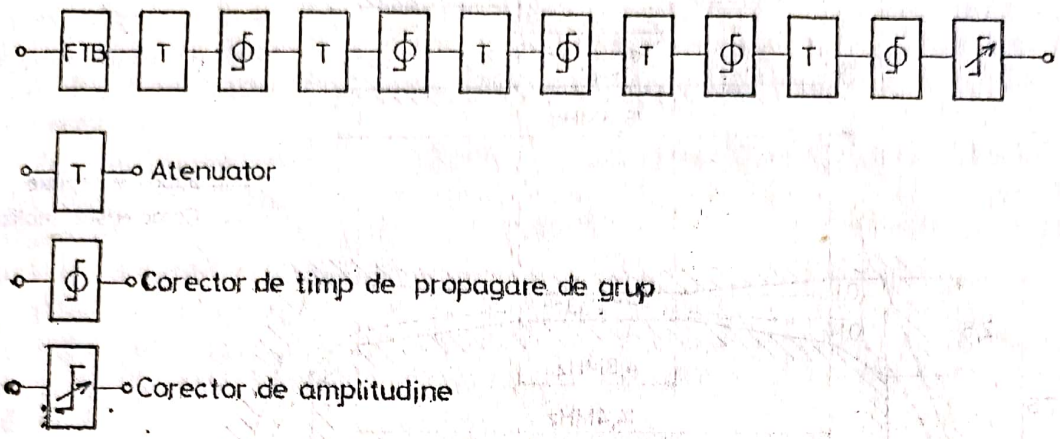


Fig. 1.4. Schema bloc a lanțului de filtrare și corecții în frecvență intermediară.

Proiectarea celulelor corectoare de amplitudine este analizată în cap. 10, iar a atenuatorilor în cap. 12.

Ținînd seama de progresele obținute de microelectronică în ultimul timp, în cap. 8 se tratează problema proiectării unor filtre active RC. Pentru acest tip de filtre s-a ales numai clasa filtrelor active RC care se obțin prin simularea directă a filtrelor LC. Această metodă prezintă două avantaje, unul constînd în aceea că utilizează modelul și metodele de proiectare bine cunoscute ale filtrelor LC, iar al doilea mai important, este acela că aceste tipuri de filtre sînt cel mai puțin sensibile la toleranțele de execuție.

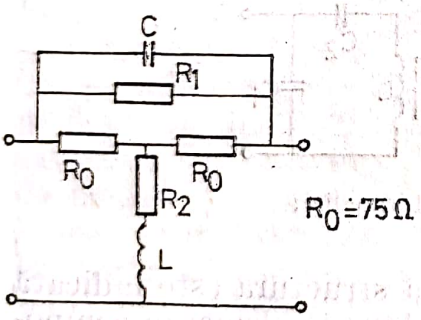


Fig. 1.5. Celulă corectoare de amplitudine.

Deoarece în practică pe lîngă filtrarea unei benzi oarecare de frecvență deseori apare necesitatea separării benzii de frecvență în două direcții diferite (cazul separării benzii de emisie de cea de recepție în cazul unei transmisii duplex) sau mai multor direcții — de exemplu cazul utilizării mai multor antene de recepție (de exemplu pentru canale diferite de televiziune), în capitolul 2 s-au studiat filtrele care rezolvă această problemă, respectiv filtrele diplexoare și multiplexoare. Ultimul capitol al lucrării de față se referă la problema „Analizei" cu calculatorul electronic și cu ajutorul căreia se poate verifica dacă în urma proiectării și execuției practice circuitul îndeplinește condițiile inițiale impuse.

Pentru ușurarea proiectării tuturor tipurilor de filtre și de rețele corectoare atît în lucrarea de față cît și în [1], s-a căutat să se folosească o metodă unitară de sinteză și de notații. În toate cazurile se operează cu aceleași funcții de transmisie $H(s)$, caracteristica $K(s)$, care sînt exprimate prin polinoamele E, F și G și care determină în mod univoc circuitul. Toate capitolele și etapele au fost ilustrate prin exemple numerice care s-a apreciat că au un rol determinant în înțelegerea metodelor expuse.

Scanned with OKEN Scanner

2

Filtre diplexoare și multiplexoare

2.1. GENERALITĂȚI

În [1] s-a tratat problema filtrării unei benzi de frecvență în diverse variante, respectiv cu filtre trece jos (FTJ), filtre treee sus (FTS), filtre trece bandă (FTB) sau filtre oprește bandă (FOB). Frecvent apare însă și necesitatea separării întregii benzi de frecvență în două părți (fig. 2.1. *a*).

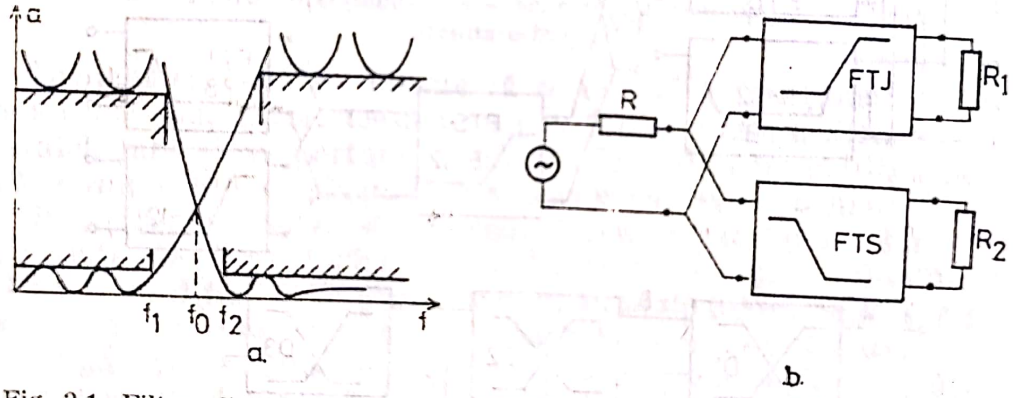


Fig. 2.1. Filtru diplexor (direcțional): *a* — caracteristica atenuare-frecvență; *b* — schema de principiu.

Astfel de utilizări apar în cazul separării benzii de frecvență de emisie, de cea de recepție în transmisiuni radio (în două sensuri), în transmisiuni telefonice (sisteme multiplexe de curenți purtători) sau în cazul cuplării a două antene de recepție (care recepționează benzi de frecvențe diferite) pe același cablu.

Aceasta se obține cuplînd în paralel (fig. 2.1 *b*) sau în serie, la intrare două filtre, unul trece jos (FTJ) care separă partea inferioară a spectrului de frecvență ($0 - f_1$) și unul trece sus (FTS) care separă partea superioară a benzii, respectiv ($f_2 - \infty$). Evident cele două filtre (FTJ și FTS) nu pot fi interconectate (în paralel sau serie) fără a necesita măsuri corespunzătoare pentru a nu se perturba reciproc.

Astfel de filtre se numesc *diplexoare* sau *filtre direcționale*.

Există și situații în care este necesar să se separe mai multe benzi de frecvență cum ar fi cazul funcționării mai multor emițătoare radio pe aceeași antenă, sau conectarea mai multor antene de recepție care

Scanned with OKEN Scanner

funcţionează fiecare pe alt canal (benzi de frecvenţe diferite). Filtrele speciale cu ajutorul cărora se pot efectua operaţiile menţionate sînt denumite *multiplexoare*. Fie de exemplu cazul în care se propune separarea celor 12 canale de televiziune în patru benzi de frecvenţă, respectiv:

Banda A: canalele 1—2

Banda B: canalele 3—4

Banda C: canalele 5—8

Banda D: canalele 9—12.

Principial există mai multe posibilităţi ilustrate în fig. 2.2. Prima posibilitate (fig. 2.2, *a*) constă în conectarea în paralel la intrare a patru

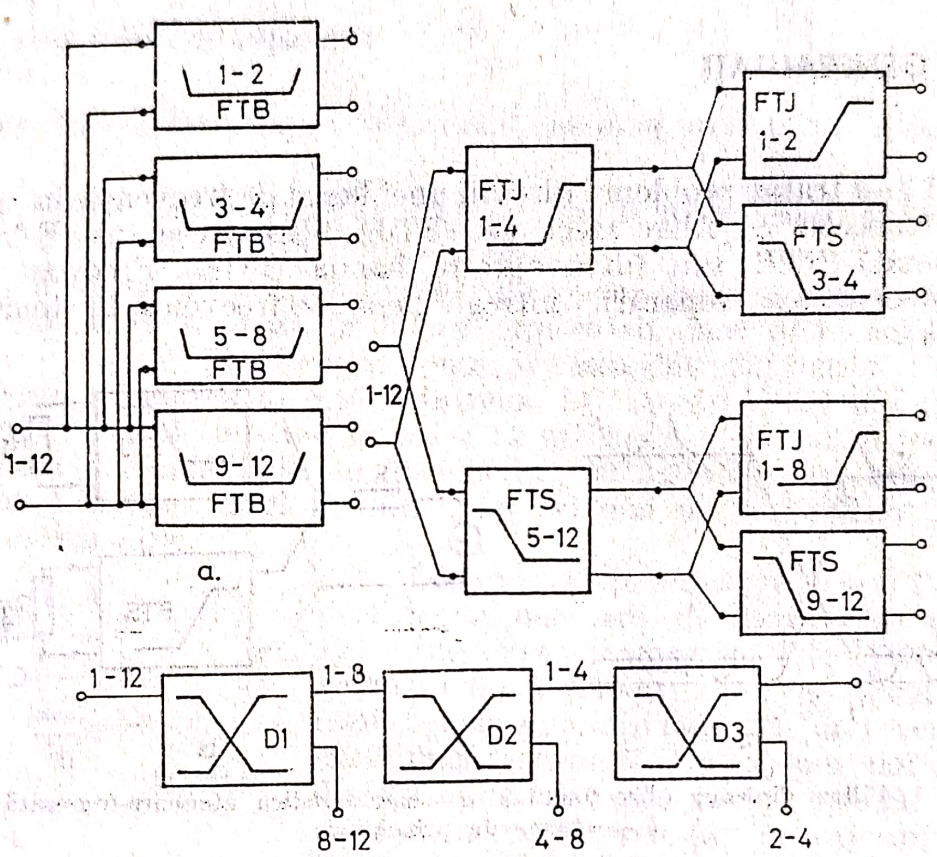


Fig. 2.2. Diverse posibilităţi de formare a multiplexoarelor.

filtre de bandă (FTB) fiecare lăsînd să treacă cîte una din benzile de frecvenţă menţionate. Alte posibilităţi reies din fig. 2.2 *b*, 2.2, *c* şi 2.2 *d*. În fig. 2.2 *b* se ilustrează cazul în care multiplexorul este format din trei diplexoare, respectiv primul diplexor separă întreaga bandă de frecvenţă în două, un filtru trece jos (FTJ) lasă să treacă canalele 1—4 iar al doilea canalele 5—12. În cascadă cu fiecare filtru (FTJ şi FTS) se mai conectează cîte un diplexor, format fiecare din cîte un filtru trece jos şi unul trece sus respectiv diplexorul D_2 care separă banda de frecvenţă corespunzătoare canalelor 1 şi 2 de cea a canalelor 3 şi 4 şi diplexorul D_3 care separă banda de frecvenţă a canalelor 5—8 de cea a canalelor 9—12.

În fig. 2.2 *c* este ilustrată o altă posibilitate de combinare a diplexoarelor pentru a forma un multiplexor. Numărul de filtre trece jos şi trece sus din componenta multiplexorului fig. 2.2 *b* şi 2.2 *c* este acelaşi

Scanned with OKEN Scanner

[3]. Se recomandă însă ca numărul de filtre conectate în cascadă (din motive de reflexii) să fie minim și din acest motiv multiplexorul din fig. 2.2 *b* este mai avantajos.

2.2. FILTRE DIPLEXOARE (DIRECȚIONALE)

După cum s-a menționat anterior un filtru direcțional separă banda de frecvență în două, cu ajutorul a două filtre, unul trece jos (FTJ) și unul trece sus (FTS) (fig. 2.3).

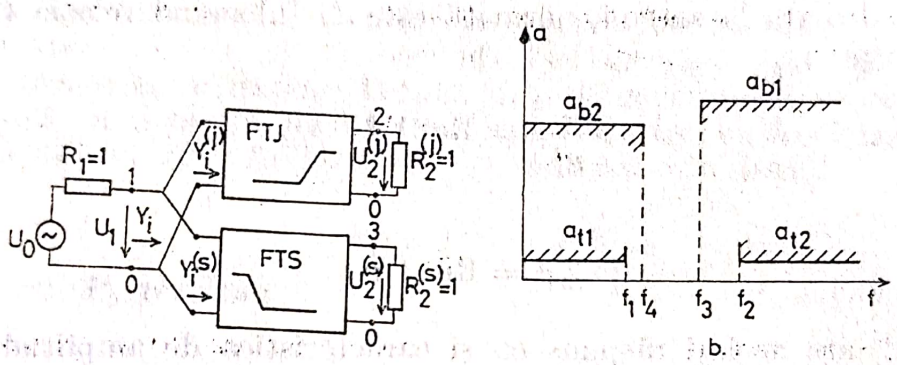


Fig. 2.3. Filtru direcțional: *a* — schema de principiu; *b* — gabaritul atenuare-frecvență.

Evident că dacă se dorește să se obțină o funcționare corespunzătoare a celor două filtre, acestea nu pot fi conectate arbitrar, în serie sau în paralel, fără să se perturbe reciproc. Imitanța unui filtru poate avea un efect important de degradare a performanțelor celuilalt filtru.

În continuare se va studia conectarea în paralel a celor două filtre componente ale filtrului direcțional. În baza principiului dualității, rezultatul nu se modifică dacă conexiunea paralel se înlocuiește cu cea serie și impedanțele se înlocuiesc cu admitanțele corespunzătoare.

După cum rezultă din fig. 23*a* puterea cedată de generator, porții 1, va fi transmisă sarcinii de la porțile 2 sau 3, în funcție de frecvența respectivă. Pentru ca întreaga putere să fie transmisă celor două porți, trebuie să existe adaptare la poarta 1.

Sub formă normală condiția care rezultă este:

$$Y_i = 1 = Y_i^{(tj)} + Y_i^{(ts)} \qquad (2.1)$$

indicele i se referă la partea de intrare, exponentul (tj) la FTJ iar (ts) la partea de intrare TS.
Pentru părțile reale și imaginare se obține:

$$\mathrm{Re}[Y_i^{(tj)}] + \mathrm{Re}[Y_i^{(ts)}] = 1 \qquad a) \qquad (2.2)$$

$$\mathrm{Im}\ [Y_i^{(tj)}] + \mathrm{Im}[Y_i^{(ts)}] = 0 \qquad b)$$

Filtrele descrise de relațiile 2.1—2.2 se numesc complementare.

În filtrele direcționale ce se vor trata în continuare se vor utiliza filtre închise într-o singură parte (excitate de o sursă de tensiune constantă).

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece aceste filtre sînt considerate fără pierderi se poate scrie :

$$P_{in} = |u_1|^2 \ \mathrm{Re}\ [Y_i] = P_e \tag{2.3}$$

Puterea cedată sarcinii, fiind egală cu puterea de la intrarea filtrului, rezultă că aceasta este proporțională cu imitanța de intrare. Rezultă că imitanța de intrare trebuie să aibă răspuns identic cu răspunsul impus filtrului. Puterea la ieșire este însă :

$$P_e = |I_2|^2 \ R = |I_2|^2 \tag{2.4}$$

deoarece rezistența la sarcină normată este 1. Înlocuind relația (2.4) în (2.3) se obține :

$$\frac{|I_2|^2}{u_1^2} = \mathrm{Re}[Y_i]$$

sau

$$|Y_{12}|^2 = \mathrm{Re}\ [Y_i] \tag{2.5}$$

Deci $[Y_{12}|^2$ are același răspuns ca și caracteristica de amplitudine.

Relația (2.1) poate fi scrisă sub forma

$$|Y_{12}^{(tj)}|^2 + |Y_{12}^{(ts)}|^2 = 1 \tag{2.6}$$

Ținînd seama de relația (2.5), relația (2.2) este satisfăcută de filtre închise într-o singură parte [1 cap 5.11].

În continuare se va argumenta condiția necesară ca în cazul unui filtru diplexor (direcțional) cele două filtre componente FTJ și FTS să fie în primar calculate pe închideri extreme ($R_1 = 0$). Se vor folosi notațiile din fig. 2.3.

Dacă se presupune că într-adevăr filtru direcțional este de impedanță constantă ($Z_i = Y_i^{-1} = 1$), atunci

$$U_1 = U_0 \frac{Z_i}{Z_i + 1} = \frac{u_0}{2} \tag{2.8}$$

Funcția de transmisie pentru fiecare filtru rezultă

$$H^{(tj)} = \frac{U_0}{2U_2^{(tj)}} \sqrt{\frac{R_2^{(tj)}}{R_1}} = \frac{U_0}{2U_2^{(tj)}} = \frac{U_1}{U_2^{(tj)}} \tag{a}$$

(2.9)

$$H^{(ts)} = \frac{U_0}{2U_2^{(ts)}} \sqrt{\frac{R_2^{(tj)}}{R_1}} = \frac{U_0}{2U_2^{(ts)}} = \frac{U_1}{U_2^{(ts)}} \tag{b}$$

Relațiile (2.9), arată că funcțiile de transmisie în acest caz coincid cu funcțiile de transfer ale filtrelor închise pe sarcină extremă în primar ($R_1 = 0$).

În cazul metodei parametrilor de lucru, dacă filtrele sînt calculate să fie închise într-o singură parte rezultă posibilitatea anulării efectului

(perturbator) al unui filtru asupra celuilalt. Într-adevăr, dacă se consideră că în primar filtrul este proiectat pe o sarcină extremă, respectiv alimentat de la un generator de impedanță internă zero ($R_1 = 0$), prin conectarea filtrelor la intrare în paralel nu este perturbată funcționarea niciunuia, deoarece fiecare este alimentat de generatorul ideal de tensiune constantă.

Situația este similară dacă filtrele se conectează la intrare în serie și sînt calculate să fie alimentate de la un generator de curent constant ($R_1 = \infty$). După cum se va vedea dacă între funcțiile de transmisie ale celor două filtre există anumite relații, atunci este posibil ca impedanța de intrare să fie constantă.

Se vor nota cu $H^{(tj)}$ și $K^{(tj)}$ funcțiile de transmisie, respectiv cea caracteristică a filtrului trece jos și cu $H^{(ts)}$, respectiv $K^{(ts)}$ ale filtrului trece sus iar rezistențele de sarcină din secundar se consideră egale și în valori normate (egale cu unitatea). Pentru $Z_i = 1$, generatorul va ceda puterea maximă în întreaga bandă de frecvență, care va fi divizată între cele două sarcini ale filtrelor trece jos și trece sus. Deci :

$$P_0 = P_2^{(tj)} + P_2^{(ts)} \tag{2.10}$$

Divizînd cu P_0 rezultă :

$$\frac{1}{|H^{(tj)}|^2} + \frac{1}{|H^{(ts)}|^2} = 1 \tag{2.11}$$

Ținînd seama că $|H|^2 = 1 + |K|^2$ se obține din (2.11) :

$$|H^{ts}|^2 = \frac{|H^{(tj)}|^2}{|H^{(tj)}|^2 - 1} = \frac{1 + |K^{(tj)}|^2}{|K^{(tj)}|^2} = 1 + \frac{1}{|K^{(tj)}|^2} = 1 + |K^{(ts)}|^2$$

Deci $|K^{(ts)}| = \dfrac{1}{|K^{(tj)}|}$ respectiv $K^{(ts)} = \dfrac{1}{K^{(tj)}}$

Deci dacă : $K^{(tj)} = \dfrac{F(s)}{G(s)}$

atunci

$$K^{(ts)} = \frac{G(s)}{F(s)} \tag{2.12}$$

Dacă se mai ține seama că funcțiile $H(s)$ și $K(s)$ au același numitor se poate trage următoarea concluzie :

Un filtru direcțional de impedanță constantă se obține dacă funcțiile de transmisie și caracteristică ale FTJ sînt

$$H^{(tj)} = \frac{E(s)}{G(s)} \text{ și } K^{(tj)} = \frac{F(s)}{G(s)} \tag{2.13}$$

atunci pentru filtrul trece sus trebuie ca

$$H^{(ts)} = \frac{E(s)}{F(s)} \qquad K^{(ts)} = \frac{G(s)}{F(s)} \tag{2.14}$$

Polinoamele $F(s)$, $E(s)$ și $G(s)$ sînt cele definite în [1 Cap. 5.8].

Scanned with OKEN Scanner

2.3. PROIECTAREA FILTRELOR DIPLEXOARE ȘI MULTIPLEXOARE

Se vor studia filtrele direcționale construite prin conectarea în paralel (sau serie) a două filtre, unul trece jos FTJ și unul trece sus FTS, încărcate într-o singură parte (fig. 2.4).

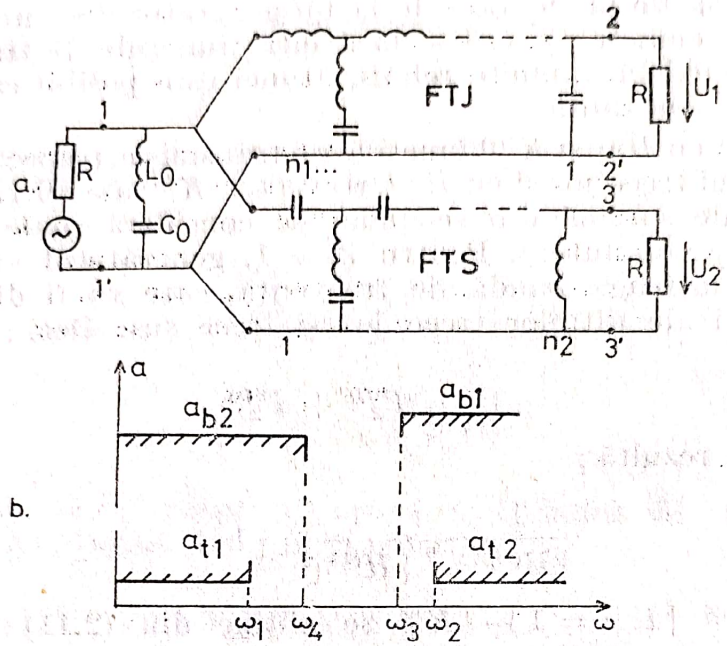


Fig. 2.4. Filtru direcțional cu circuit de compensare : a) schema de principiu ; b) gabarit atenuare-frecvență impus.

În fig. 2.4*a* se exemplifică două filtre de tip FTJ și FTS, conectate în paralel pentru a forma un filtru direcțional. Gabaritul atenuare-frecvență este ilustrat în fig. 2.4.

Relația dintre coeficientul de reflexie ρ și atenuarea din benzile de trecere $0 \leqslant f \leqslant f_1$ (pentru FTJ) și $f_2 \leqslant f \leqslant \infty$ (pentru FTS) și atenuarea din banda de trecere a_t este dată de relația [1 cap. 4.5] :

$$\rho_0 \approx \frac{1}{2}\left[1-10^{-0{,}1\,a_t}\right] \text{ respectiv } a_t \approx 20 \lg \frac{1}{\sqrt{1-2\rho_0}} \qquad (2.15)$$

Gradul n_1 al TFJ se calculează din [1] diagramele 7.38 și 7.45 sau tabelul 7.8, ținînd seama de valorile prescrise pentru a_{b1} și $\omega_{b1} = \frac{f_3}{f_1}$.

Dacă se dorește un circuit cu număr minim de bobine și caracteristică de atenuare corespunzătoare, trebuie utilizate numai FTJ de grad par tip *b* [1, cap. 7.8].

Filtrele trece jos (FTJ) eliptice, cu număr minim de bobine de grad impar sînt de tipul fig. 2.5. *a*.

Acestea nu pot fi realizate cu rezistența de valoare zero de închidere într-o parte și din acest motiv, nu pot fi folosite în constituirea filtrului direcțional. Cele de grad par (fig. 2.5 *b*) pot fi calculate pentru închidere zero la bornele 2—0 și din acest motiv acest tip va fi folosit. Este obligatoriu însă ca acestea să fie de grad par și tip caz *b* [1 cap.

7.8] deoarece cele de tip a, avînd o atenuare finită la frecvența infinit, nu pot fi realizate fără circuite cuplate.

Considerente similare trebuie avute în vedere și pentru filtrele trece sus (FTS).

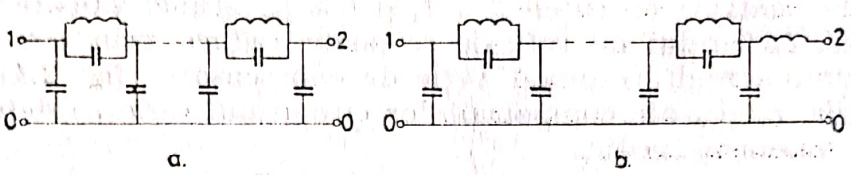


Fig. 2.5. Filtre trece jos cu număr minim de bobine : *a*) grad impar ; *b*) grad par.

Gradul n_2 al FTJ, necesar pentru calcul FTS din componența filtrului direcțional se calculează cu ajutorul acelorași diagrame sau tabel menționate anterior, ținînd seama că în acest caz atenuarea de blocare este a_{b2} și $\omega_{b2} = \frac{f_2}{f_4}$.

Relația dintre a_t și ρ_0 este cea indicată (2.15).

Calculul elementelor FTS se face pe baza metodei indicate în [1 cap. 11.2].

În multe cazuri în afara prescrierilor atenuărilor celor două filtre FTJ și FTS se mai prescrie și valoarea atenuării în buclă, respectiv atenuarea dintre bornele $3-3'$ și $2-2'$ dacă $U_0 = 0$ (fig. 2.4). De regulă se alege $f_4 > f_1$ și $f_3 < f_2$.

Valoarea acestei atenuări este egală cu suma atenuărilor introduse de filtrul trece jos și filtrul trece sus. Dacă rezultă rezerve de atenuare atunci se recomandă să se lărgească benzile de trecere, pentru a se obține condițiile impuse coeficientului de reflexie ρ_0. Filtrele direcționale de impedanță constantă prezintă o atenuare mică la frecvența de intersecție (f_0, fig. 2.1) a caracteristicilor de atenuare. În cazul în care se impune ca panta atenuării să fie mai mare (prin prescrierea atenuării în buclă) se proiectează filtre cu impedanță de intrare aproape constantă. Pentru îmbunătățirea coeficientului de reflexie la intrare deseori se conectează un circuit de compensație L_0C_0 (fig. 2.4).

În cazul în care FTJ și FTS sînt conectate în paralel (fig. 2.4), atunci drept rezistențe de încărcare se aleg $r_1 = 0$ $r_2 = 1$ și $r_1' = 0$ $r_2' = 1$.

Dacă însă FTJ și FTS se conectează în serie rezistențele de încărcare trebuie alese

$$r_1 = 1,\ r_2 = \infty \text{ și } r_1' = \infty,\ r_2' = 1$$

Drept rezistențe nominale (pentru denormare) se folosesc $R_0 = R$ iar ca frecvențe nominale pentru FTJ $f_{01} = f_{t1}^* \geqslant f_1$; pentru FTS $f_{02} = f_{t2}^* \leqslant f_2$ unde f_{t1}^* și f_{t2}^* sînt frecvențele finale limită de trecere ale FTJ și FTS (eventual modificate, dacă rezultă rezerve de atenuare la testul în buclă).

În fig. 2.4 este ilustrată schema filtrului cu elemente normate precum și a unui circuit de compensare L_0C_0. Pentru a stabili valoarea coeficientului de reflexie, la bornele comune se calculează valoarea impedanței de intrare Z_{i0} la frecvențele f_1 și f_2.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă condițiile impuse factorului de reflexie

$$\rho_0 \geqslant \left| \frac{R - Z_{i0}(j2\pi f)}{F - Z_{i0}(j2\pi f)} \right| \tag{2.16}$$

sînt depășite pentru frecvențele $f \leqslant f_1$ și $f \geqslant f_2$, atunci valoarea maximă a modulului factorului de reflexie se poate reduce prin conectarea în paralel a unui circuit rezonant serie de compensare (fig. 2.4).

Valorile L_0, C_0 ale componentelor circuitului serie se determină în funcție de valoarea medie.

$$Y_0 = \frac{Y_{01} + Y_{02}}{2} \tag{2.17}$$

unde Y_{01} și Y_{02} sînt valorile admitanței de intrare la frecvențele f_1 și f_2 calculate fără circuitul de compensare

$$Y_{01} = -\operatorname{Im}\left\{\frac{1}{Z_{i0}(j2\pi f_1)}\right\}; \quad Y_{02} = \operatorname{Im}\left\{\frac{1}{Z_{i0}(j2\pi f_2)}\right\} \tag{2.18}$$

Admitanța Y a circuitului serie L_0C_0 este dată de relația:

$$Y = \frac{\omega}{L_0(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{2.19}$$

Pentru admitanța: $Y_0 = \dfrac{Y_{01} + Y_{02}}{2}$, rezultă:

$$Y = \frac{1}{2L_0}\left[\frac{\omega_1}{\omega_0^2 - \omega_1^2} + \frac{\omega_2}{\omega_0^2 - \omega_2^2}\right] \tag{2.20}$$

Ținînd seama că prin definiție $\omega_0^2 = \omega_1\omega_2$ rezultă

$$Y = \frac{1}{2L\,\pi(f_2 - f_1)} \text{ respectiv}$$

$$L_0 = \frac{1}{2\pi(f_2 - f_1)Y} \text{ și } C_0 = \frac{1}{4\pi^2 f_1 f_2 L_0}$$

unde $f_0 = \sqrt{f_1 f_2} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0 C_0}}$ (2.21)

Dacă coeficientul de reflexie este totuși depășit în domeniul $f \leqq f_1$ sau $f \geqq f_2$, se încearcă să se obțină încadrarea în specificații prin extinderea benzii de trecere.

Dacă aceasta nu este posibilă sau nici în acest caz nu se îndeplinesc condițiile impuse, atunci trebuie mărit gradul filtrului.

2.4. FILTRE DIRECȚIONALE DE IMPEDANȚĂ CONSTANTĂ

Fie cuadripolul LC din fig. 2.6.

Deoarece cuadripolul este LC, puterea medie de la intrare se disipă pe rezistența de sarcină

Scanned with OKEN Scanner

Pentru frecvențe reale se obține:

$$|I_1|^2 \operatorname{Re}\,[Z_{i1}(j\omega)] = \frac{|E_2|^2}{R} \tag{2.22}$$

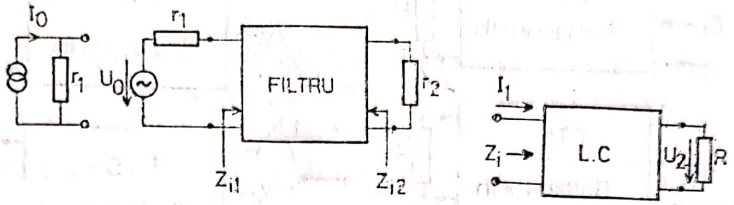


Fig. 2.6. Cuadripol LC terminat pe rezistența de sarcină.

sau

$$R\{\operatorname{Re}\,[Z_{i1}(j\omega)]\} = \left|\frac{E_2}{I_1}\right|^2 \tag{2.23}$$

dacă $R = 1$ (normat) atunci 2.22 devine

$$\operatorname{Re}\,[Z_{i1}(j\omega)] = |Z_{21}(j\omega)|^2 \tag{2.24}$$

Deci patratul valorii absolute a impedanței de transfer a unui cuadripol LC, închis pe o sarcină de 1Ω este egal cu partea reală a impedanței de intrare. O relație analoagă se obține și pentru admitanța de intrare.

Un filtru trece jos, cu caracteristică de tip Butterworth are impedanță de transfer de forma:

$$|Z_{21}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^{2n}} \tag{2.25}$$

Impedanța de transfer a filtrului trece sus se obține înlocuind s cu $\frac{1}{s}$ respectiv $j\omega$ cu $\frac{1}{j\omega}$.

Pentru impedanța de transfer a FTS rezultă deci:

$$\left|Z_{21}\left(\frac{1}{j\omega}\right)\right|^2 = \frac{\omega^{2n}}{1 + \omega^{2n}} \tag{2.26}$$

Aceeași relație (2.26) se obține și dacă din unitate se extrage relația (2.25) adică

$$1 - |Z_{21}(j\omega)|^2 = \frac{\omega^{2n}}{1 + \omega^{2n}} \tag{2.27}$$

Ținînd seama de relația (2.22)

$$|Z_{21}(j\omega)|^2 = \operatorname{Re}[Z_1(j\omega)]$$

rezultă că

$$1 - \operatorname{Re}\,[Z_1(j\omega)] = \frac{\omega^{2n}}{1 + \omega^{2n}} \tag{2.28}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă Z_1 este impedanța de intrare a FTJ Butterworth, terminat pe sarcina 1 și Z_2 a FTS transformat, conectînd în serie pe Z_1 și Z_2 fig. 2.7) se obține o rețea de impedanță de intrare constantă.

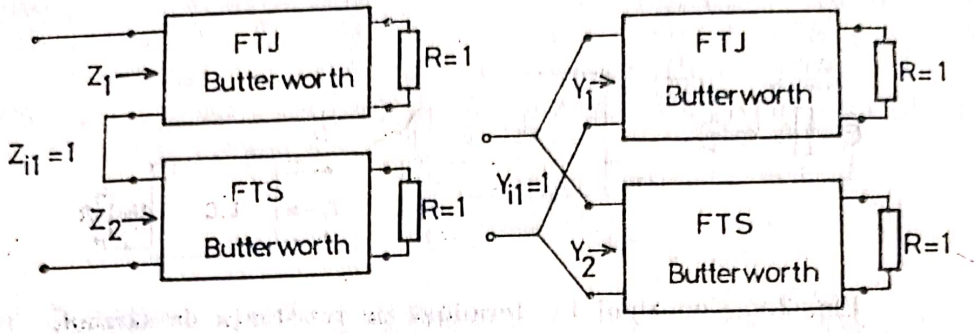


Fig. 2.7. Filtru direcțional de impedanță constantă.

Relația similară se obține pentru admitanțele de intrare, dacă filtrele se conectează în paralel.

De exemplu un FTJ de tip Butterworth de grad n are funcțiile de transmisie și caracteristice :

$$H^{tj} = B_n(s) \text{ respectiv } K^{(tj)} = s^n \tag{2.29}$$

atunci prin transformarea $s \to \frac{1}{s}$ rezultă

$$H^{ts} = \frac{B_n(s)}{s^n} \text{ și } K^{ts} = \frac{1}{s^n} \tag{2.30}$$

adică condițiile 2.13 și 2.14 sînt îndeplinite.

Faptul că cele două funcții de transmisie au același numărător, dovedește că dispunerea pe cercul unitate a zerourilor funcției de transmisie a FTJ și a FTS este aceeași.

Filtre direcționale de impedanță constantă se pot obține și prin conectarea la intrare în paralel (serie) a filtrelor de tip Cebîșev.

Fie pentru aceasta un FTJ de tip Cebîșev invers a cărui funcție caracteristică [1 cap. 7.6] este :

$$|K^{tj}| = \varepsilon \frac{Tn(\omega_b)}{Tn\left(\frac{\omega_b}{\omega}\right)} \tag{2.31}$$

Funcția caracteristică FTS corespunzător, din filtrul direcțional în baza relației 2.31 rezultă :

$$|K^{(ts)}| = \frac{1}{|K^{(tj)}|} = \frac{Tn\left(\frac{\omega_b}{\omega}\right)}{\varepsilon\ Tn\ (\omega_b)} \tag{2.32}$$

care poate fi considerată ca funcție caracteristică a unui FTS obținut prin transformarea de frecvență FTJ — FTS respectiv $\left(s \to \frac{1}{s}\right)$ a funcției carac-

Scanned with OKEN Scanner

teristice a unui FTJ

$$|K'| = \varepsilon' \cdot Tn\left(\frac{\omega_b}{s}\right) \qquad (2.33)$$

unde $\frac{1}{\varepsilon'} = \varepsilon\ Tn(\omega_b)$

Deci pentru obținerea unui filtru direcțional de impedanță constantă este necesară imperecherea unui filtru trece jos de tip Cebîșev invers cu un filtru trece sus de tip Cebîșev.

Pot fi obținute filtre direcționale de impedanță constantă și prin imperecherea unor filtre de tip Cebîșev în care la frecvențele la care care un filtru are atenuarea zero, celălalt are poli de atenuare și invers.

În continuare se va ilustra proiectarea unui filtru direcțional format din filtre trece jos și trece sus cu caracteristica tip Butterworth. Frecvența limită de trecere este definită ca frecvența la care atenuarea de trecere este de $a_t = 3\text{dB}$.

Funcția caracteristică a FTJ în acest caz este:

$$K(s) = s^2 \qquad (C = 1) \qquad (2.34)$$

Funcția de transmisie $H(s)$ se obține din relația [1]:

$$H(s)\ H(-s) = 1 + K(s)\ K(-s) = 1 - s^6 \qquad (2.35)$$

Alegînd pentru $H(s)$ termenii care conțin rădăcini în semiplanul stîng rezultă:

$$H(s) = (s+1)(s^2 + s + 1) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1 \qquad (2.36)$$

Închiderea cuadripolului este de tipul celei din fig. 2.8

Funcția de transfer în acest caz este dată de relația:

$$H(s) = D(s) = A_{11} + A_{12} = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$

Pentru reactanța de descompunere se obține [1 cap. 5.10]

$$Y_{2s}^{(1)} = \frac{A_{11}}{A_{12}} = \frac{H_e}{H_e} = \frac{1 + 2s^2}{2s + s^3} \qquad (2.37)$$

Circuitul care realizează această reactanță este reprezentat în fig. 2.9

Schema de principiu a filtrului direcțional Butterworth este arătată în fig. 2.10.

Admitanța $Y_1(s)$ a filtrului FTJ (fig. 2.10) se conectează în paralel cu admitanța de intrare $Y_2(s)$ a FTS și se impune ca admitanța rezultantă să fie constantă și reală adică

$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) = const = C \qquad (2.38)$$

Constanta C se alege egală cu maximul părții reale a admitanței $Y_1(s)$.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru admitanța $Y_1(s)$ din figură 2.10 se obține:

$$[Y_1(s)]^{-1} = Z_1(s) = l_1 s + \frac{1}{C_1 s + \frac{1}{l_2 s + 1}} = \frac{3}{2} s + \frac{1}{\frac{4}{3} s + \frac{1}{\frac{1}{2} s + 1}} =$$

$$= 3 \frac{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{2s^2 + 4s + 3}$$

$$\mathrm{Re}[Y_1(s)] = \frac{1}{2} [Y_1(s) + Y_1(-s)] = \frac{1}{1 + s^6}$$

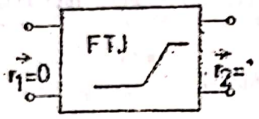


Fig. 2.8. Închiderea FTJ.

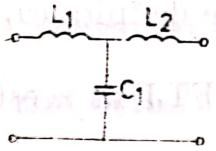


Fig. 2.9. FTJ — Butterworth de grad 3.

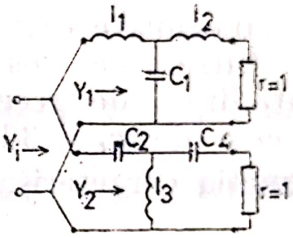


Fig. 2.10. Schema de principiu a filtrului direcțional Butterworth.

Max $Y_1(j\omega)$ rezultă pentru $s = 0$ și are valoarea 1.
Pentru admitanța $Y_2(s)$ se obține în acest caz

$$Y_2(s) = Y(s) - Y_1(s)$$

unde $Y(s) = \mathrm{Max}\ [\mathrm{Re}\ Y_1(j\omega)] = 1$

Deci $Y_2(s) = 1 - \frac{1}{3} \frac{2s^2 + 4s + 3}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} = \frac{3s^3 + 4s^2 + 2s}{3(s^3 + 2s^2 + 2s + 1)}$

Respectiv $Z_2(s) = \frac{3(s^3 + 2s^2 + 2s + 1)}{3s^3 + 4s^2 + 2s}$

În continuare se va sintetiza impedanța de intrare $Z_2(s)$.

a) Se extrage un pol la frecvența zero:

$$C_3 = \lim_{s \to 0} \frac{1}{sZ} = \lim_{s \to 0} \frac{3s^2 + 4s + 2}{3(s^3 + 2s^2 + 2s + 1)} = \frac{2}{3}$$

Impedanța rest, după extragerea lui C_3 rezultă:

$$Z_2'(s) = Z_2(s) - \frac{1}{C_3 s} = \frac{3s(2s + 1)}{2(3s^2 + 4s + 2)}$$

b) Se extrage încă un pol la frecvența zero, din admitanța $Y_2'(s)$:

Se obține $l_3 = \lim_{s \to 0} \frac{Z_2'(s)}{s} = \frac{3}{4}$

Scanned with OKEN Scanner

ind valorile elementelor, ținînd seama de valorile calculate pentru L_{0s} și C_{0s} obține schema cu valori, pentru multiplexor indicată în fig. 2.18.

(cu valori respective) a filtrului triplexor rezultată este indicată în fig. 2.18.

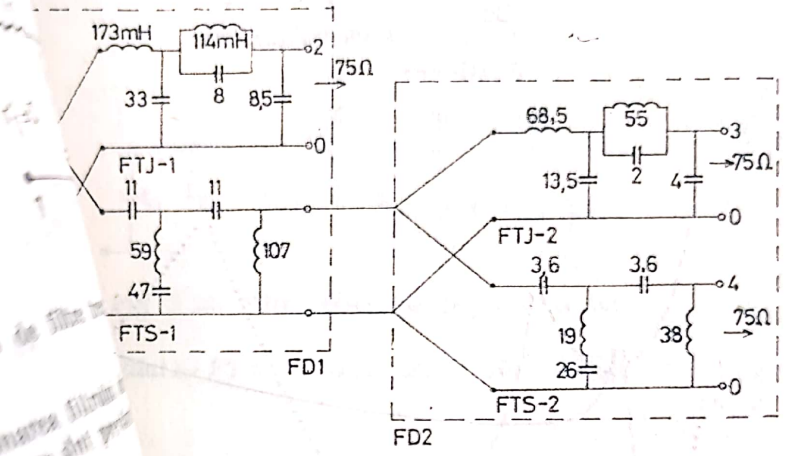


Fig. 2.18. Schema filtrului triplexor.

(măsurate între bornele 1—0 și 2—0) a_{13} (bornele 1—0 și 3—0) indicate în tabelul de mai jos :

0	70	80	90	100	120	140	160	200
	0,04	0,07	0,21	0,77	6,0	18,6	38,3	34,1
	34,4	35,7	36,4	33,7	14,1	3,6	0,46	0,14
	30,5	80,0	84,5	80,8	54,8	45,8	41,9	44,6

400	500	600	700
36,1	41,5	45,3	48,1
23,9	65,1	42,7	41,5
2,80	0,26	0,06	0,04

ă respective sînt ilustrate în fig. 2.19.

II este filtrată de un singur filtru respectiv FTJ-1
recere de 0,2 dB și o atenuare minimă în banda

iltre conectate în cascadă, respectiv FTS-1 și
tre a reieșit, evident o caracteristică de filtru

în cascadă, ambele de tip trece-sus, respec-
ip filtru trece-sus cu mențiunea că în banda
egală cu suma atenuărilor de blocare a

din conectarea în paralel a unui FTJ și
t la intrare (bornele conectate în paralel

Admitanța rest după extragerea lui l_1 este

$$Y_2''(s) = Y_2'(s) - \frac{1}{l_2 s} = \frac{2s}{2s+1}$$

Impedanța $Z_2''(s) = \frac{2s+1}{2s} = 1 + \frac{1}{2s}$

deci o rezistență de valoare $r = 1$ și o capacitate de valoare 2 (fig. 2.11).

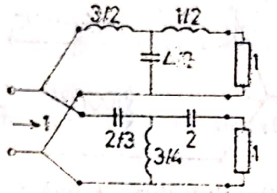


Fig. 2.11. Schema de valori a filtrului direcțional de impedanță constantă de grad 3.

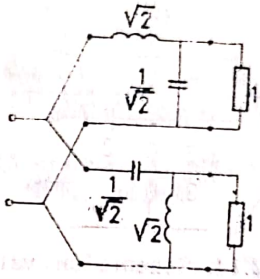


Fig. 2.12. Schema cu valori a filtrului direcțional de impedanță constantă de grad 2.

În final se obține schema filtrului direcțional de impedanță de intrare constantă (fig. 2.11):

În mod similar se obține și sinteza unui filtru direcțional de gradul II, de impedanță constantă și caracteristică Butterworth.

Funcția caracteristică în acest caz este

$$K(s) = s^2$$

iar pentru schema finală a filtrului rezultă fig. (2.12):

Exemplul 2.1

Să se calculeze elementele unui filtru direcțional necesar unei coloane sonore. Condițiile atenuare frecvență sînt ilustrate în fig. 2.13, iar rezistențele de închidere (sarcină) sînt $R_1 = R_2 = 250\ \Omega$.

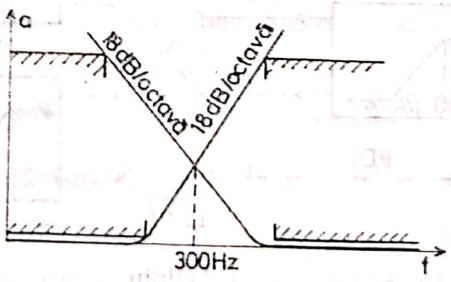


Fig. 2.13. Condiții de atenuare-frecvență impuse filtrului direcțional.

După cum s-a menționat drept frecvență nominală se alege în acest caz frecvența la care cele două curbe de atenuare-frecvență se intersectează respectiv $f_0 = 300$ Hz.

Filtre cu panta de 18 dB/octavă sînt filtrele polinomiale (Butterworth) de gradul 3.

Valorile normate ale acestui filtru sînt cele din fig. 2.11.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru valorile nominale ale inductanței L_0 și capacității C_0 se obține [1 Gap. 1.4].

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi f_0} = \frac{250}{2 \cdot \pi \cdot 300\ \text{Hz}} = 133\ \text{mH}$$

$$C_0 = \frac{1}{R_0 2\pi f_0} = \frac{1}{250 \cdot 2\pi 300\text{Hz}} = 2{,}12\ \mu\text{F}$$

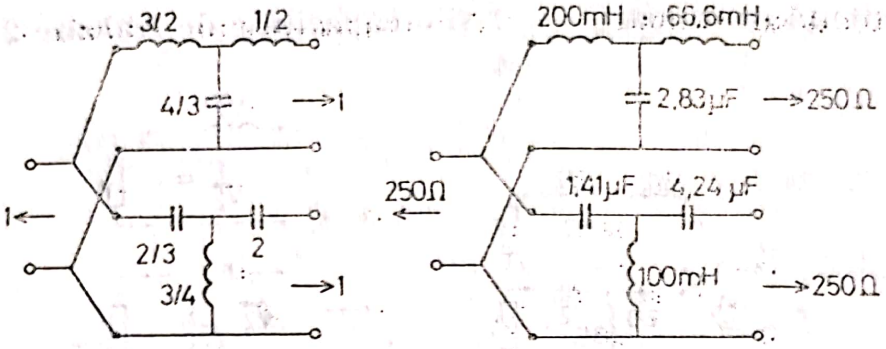


Fig. 2.14. Schema cu valori a filtrului direcțional rezultat.

Înmulțind valorile normate ale elementelor din fig. 2.11 cu valorile nominale L_0 și C_0 se obține în final schema filtrului necesar coloanei sonore, din fig. 2.14.

Exemplul 2.2

Se propune calculul unui triplexor, format din două filtre direcționale conectate în cascadă care să separe între ele următoarele benzi de frecvență :

Banda I cuprinsă între $f = 0$ și $f = 92$ MHz

Banda II cuprinsă între $f = 174$ MHz și $f = 230$ MHz

Banda III cuprinsă între $f = 494$ MHz și $f = \infty$

Rezistența de sarcină pentru toate ieșirile filtrului $R_0 = 75\Omega$.

Atenuările din benzile de trecere și de blocare ale filtrelor componente sînt cele indicate în fig. 2.16. Acest filtru servește la conectarea pe un singur cablu de coborîre a 3 antene diferite, construite pentru benzile I—II, III și IV de televiziune.

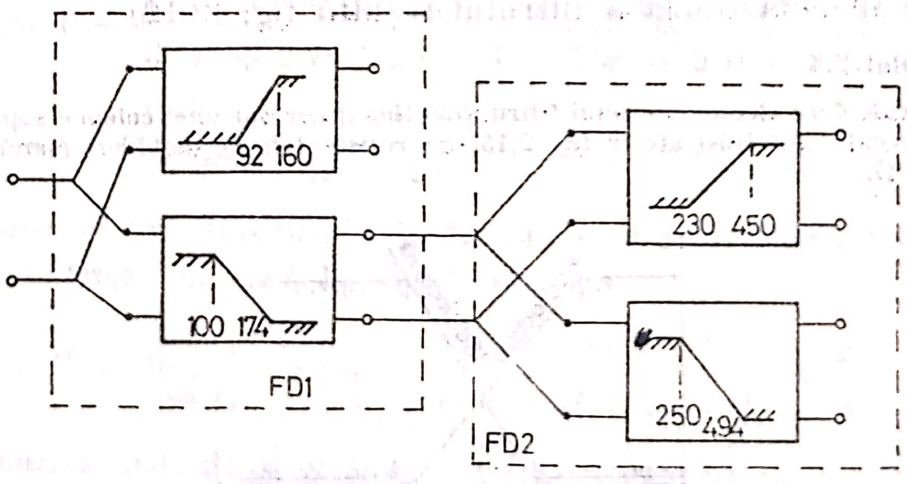


Fig. 2.15. Schema de principiu a triplexorului.

Soluție

Schema de principiu a triplexorului, format din două filtre direcționale FDI și FDII este ilustrată în fig. 2.15 , iar frecvențele limită de trecere și blocare precum și atenuările respective impuse sînt arătate în fig. 2.16.

În fig. 2.16 frecvențele limită de blocare ale FTS au fost alese mai mari decît frecvențele limită de trecere ale FTJ respective, iar frecvențele limită de blocare ale FTJ mai mici decît frecvențele limită de blocare ale FTS respective.

Frecvențele limită de trecere se notează :

$$f_{01} = 92 \text{ MHz}; \qquad f_{02} = 174 \text{ MHz}$$

$$f_{03} = 230 \text{ MHz}; \qquad f_{04} = 494 \text{ MHz}$$

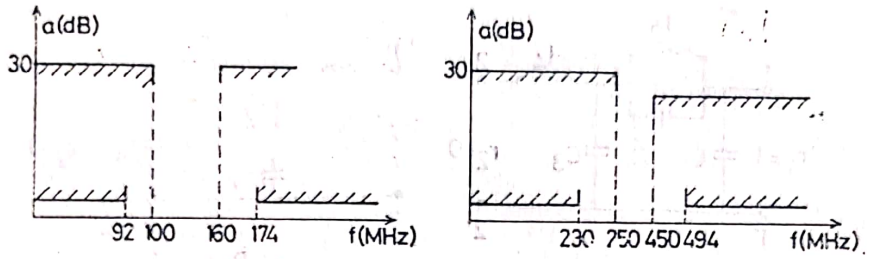


Fig. 2.16. Condiții de atenuare-frecvență impuse : *a*) primului filtru diplexor ; *b*) celui de al doilea filtru diplexor.

După aceasta se calculează inductanțele și capacitățile nominale L_{0i} și C_{0i} ($i = 1..4$) în baza relațiilor :

$$L_{0i} = \frac{R_0}{2\pi f_{0i}} \quad \text{și} \quad C_{0i} = \frac{1}{2\pi f_{0i} R_0}$$

se obține :

$f_{01} = 92$ MHz ; $L_{01} = 129{,}5$ nH ; $C_{01} = 23{,}065$ pF

$f_{02} = 174$ MHz ; $L_{02} = 68{,}6$ nH ; $C_{02} = 12{,}195$ pF

$f_{03} = 230$ MHz ; $L_{03} = 51{,}9$ nH ; $C_{03} = 9{,}226$ pF

$f_{04} = 494$ MHz ; $L_{04} = 24{,}16$ nH ; $C_{04} = 4{,}295$ pF.

Se calculează în continuare frecvențele limită de blocare.
Pentru filtrul trece jos FTJ — 1 (fig. 2.15) rezultă :

$$\omega_{b1} = \frac{160 \text{ MHz}}{92 \text{ MHz}} \approx 1{,}7.$$

Pentru FTS—1, frecvența normată de blocare rezultă

$$\omega'_{b1} = \frac{100 \text{ MHz}}{175 \text{ MHz}}$$

Frecvența de blocare a filtrului trece jos pe baza căruia se va calcula FTS-1 în baza transformării de frecvență FTJ—FTS [1 cap. 11] este inversa acestuia, deci $[\omega'_b]^{-1} = \frac{174}{100}$. Se lasă o mică rezervă și se alege aceeași frecvență limită ca și FTJ-1 respectiv $\omega_{b1} = 1{,}7$.

Ținînd seama de condițiile impuse în banda de trecere ($a_{t\,max} < 0{,}2$ dB) în banda de oprire $a_{mtn} > 30$ dB, de faptul că pentru a constitui un filtru direcțional este necesar ca atît FTJ cît și FTS să fie de grad par, tip *b* și într-o parte să fie proiectat pentru rezistență și închidere zero se alege pentru FTJ-1, tipul CO4 20 b — 0 = 39. Frecvența limită normată în acest caz este $\omega_b = 1{,}69$, deci asigură o mică rezervă, atenuarea maximă în banda de trecere este $a_t = 0{,}17$ dB iar a_{mtn} în banda de blocare 34,2 dB. Deci îndeplinește toate condițiile. Tipul de celulă și valoarea elementelor sînt indicate în fig. 2.17.

Scanned with OKEN Scanner

Valorile normate ale elementelor, calculate fie cu ajutorul programelor [1, cap. 12] fie preluate din catalog [2] rezultă:

$$C_1 = 0{,}369 \qquad l_2 = 0{,}884 \qquad C_2 = 0{,}339$$

$$C_3 = 1{,}4335 \qquad l_4 = 1{,}3378 \qquad \omega_{\infty 2} = 2{,}826$$

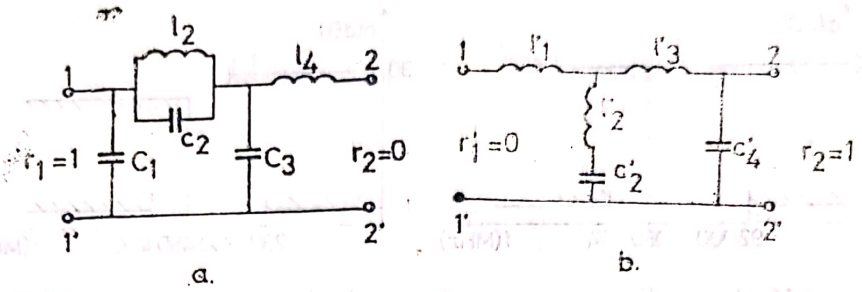


Fig. 2.17. Tipuri de filtre trece jos rezultate.

De menționat că pentru formarea filtrului direcțional circuitul din fig. 2.17*a* trebuie inversat astfel încît bornele 2—2′ care sînt prevăzute pentru sarcina zero să fie la intrare, unde se conectează în paralel cu FTS-1.

Celula de filtru trece-jos pe baza căreia se va calcula FTS-1, avînd aceleași condiții de atenuare-frecvență rezultă de același tip cu FTJ-1. Pentru ca filtrul trece sus corespunzător să fie cu număr minim de bobine se alege însă FTJ corespunzător de tipul celui din fig. 2.17b. Elementele normate corespunzătoare pentru această celulă de FTJ rezultă

$$l'_1 = 1{,}129 \qquad C'_2 = 1{,}159 \qquad l'_2 = 0{,}258$$

$$C'_3 = 1{,}093 \qquad C'_4 = 0{,}6436$$

Pentru valorile elementelor FTS-1 ținînd seama de transformarea de frecvență FTJ—FTS se obține:

$$C_1 = \frac{1}{l'_1} = \frac{1}{1{,}129} \qquad l_2 = \frac{1}{C'_2} = \frac{1}{1{,}155}$$

$$C_2 = \frac{1}{l'_2} = \frac{1}{0{,}258} \qquad l_4 = \frac{1}{C'_4} = \frac{1}{0{,}6436}$$

$$C_3 = \frac{1}{l'_3} = \frac{1}{1{,}093}$$

În acest caz bornele care sînt prevăzute pentru a lucra pe sarcină zero sînt 1—1′ și deci nu mai este necesară interschimbarea. Rezultă că FD1 este cel din fig. 2.17 *c*.

Pentru cel de al 2-lea filtru direcțional FD2 (fig. 2.17) ținînd seama de condițiile de atenuare impuse și de raționamentul din cazul FD1, rezultă alegînd frecvența limită de blocare $\omega_b = 2$, pentru a asigura și în acest caz o mică rezervă, că tipul de filtru trece jos necesar este CO4 20.b — 0 = 32. Atenuarea minimă de blocare în acest caz este de 40.6 dB.

Tipurile de celule atît pentru FTJ-1 cît și pentru filtrul trece jos pe baza căruia se vor calcula elementele FTS-1 sînt cele indicate în fig. 2.17*a* respectiv 2.17*b*. Pentru valorile normate ale elementelor rezultă:

FTJ 1 $\qquad C_1 = 0{,}46 \qquad l_2 = 1{,}0126 \qquad C_2 = 0{,}2053$

$r_1 = 1, \qquad r_2 = 0 \qquad C_3 = 1{,}4675 \qquad l_4 = 1{,}32 \qquad \omega_\infty = 2{,}193$

far pentru elementele filtrului trece jos pe baza căruia se vor calcula elementele FTS-1:

$$r'_1 = 0; \quad r'_2 = 1 \quad l'_1 = 1{,}178 \quad C'_2 = 1{,}285 \quad l'_2 = 0{,}162$$

$$l'_3 = 1{,}154 \quad C'_4 = 0{,}64$$

Denormind valorile elementelor, ținînd seama de valorile calculate pentru L_{0i} și C_{0i} ($i = 1 \ldots 4$) se obține schema cu valori, pentru multiplexor indicată în fig. 2.18.

Schema (cu valori respective) a filtrului triplexor rezultată este indicată în fig. 2.18.

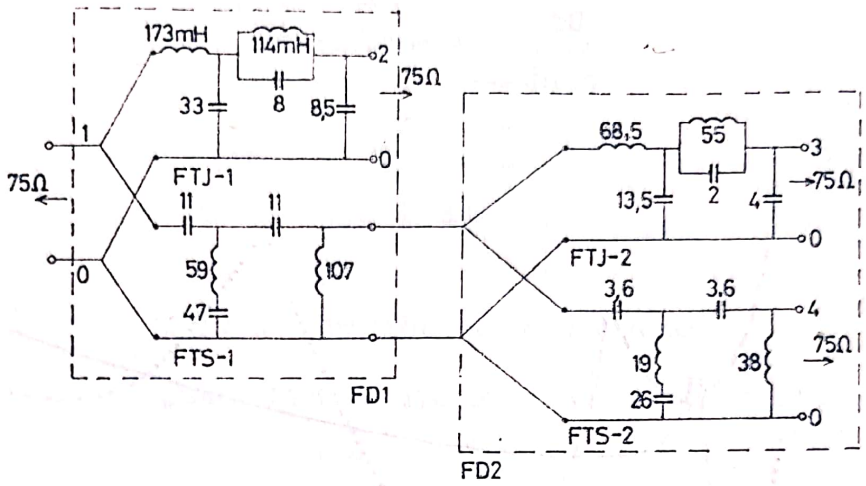


Fig. 2.18. Schema filtrului triplexor.

Valorile atenuărilor a_{12} (măsurate între bornele 1—0 și 2—0) a_{13} (bornele 1—0 și 3—0) și a_{14} (între 1—0 și 4—0) sînt indicate în tabelul de mai jos:

f_{MHz}	50	60	70	80	90	100	120	140	160	200
a_{12}(db)	0,02	0,03	0,04	0,07	0,21	0,77	6,0	18,6	38,3	34,1
a_{13}(dB)	37	35,1	34,4	35,7	36,4	33,7	14,1	3,6	0,46	0,14
a_{14}(dB)	88,2	83,4	80,5	80,0	84,5	80,8	54,8	45,8	41,9	44,6

250	300	400	500	600	700
32,9	43,8	36,1	41,5	45,3	48,1
1,14	5,26	23,9	65,1	42,7	41,5
38,7	19,5	2,80	0,26	0,06	0,04

Caracteristicile de atenuare-frecvență respective sînt ilustrate în fig. 2.19.

După cum se observă în fig. 2.18, BI—II este filtrată de un singur filtru respectiv FTJ-1 care asigură o atenuare maximă în banda de trecere de 0,2 dB și o atenuare minimă în banda de blocare de 30 dB.

Banda III (BIII) este filtrată de două filtre conectate în cascadă, respectiv FTS-1 și FTJ-2. Din efectul combinat al acestor două filtre a reieșit, evident o caracteristică de filtru trece-bandă.

Banda IV (Bd IV) este filtrată de două filtre în cascadă, ambele de tip trece-sus, respectiv FTS-1 și FTS-2. Efectul însumat este tot de tip filtru trece-sus cu mențiunea că în banda de blocare $f \leqslant 100$ MHz, atenuarea rezultată este egală cu suma atenuărilor de blocare a celor două filtre trece sus.

Exemplul 2.3

Să se proiecteze un filtru direcțional, format din conectarea în paralel a unui FTJ și a unui FTS. Coeficientul maxim de reflexie impus atît la intrare (bornele conectate în paralel

FTS se va calcula din FTJ prototip pe baza relațiilor. de transformare.
Schema FTJ prototip din care se va calcula FTS (fig. 2.22).
Frecvențele polilor sînt aceleași cu ale filtrului anterior.
Transformarea elementelor în cazul transformării FTJ—FTS este

$$r = r' = 1 \qquad r_2 = r_2' = 1$$

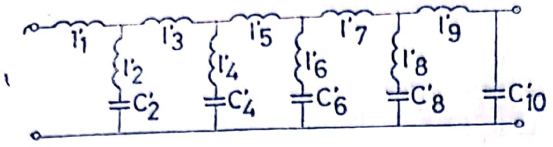


Fig. 2.22. Filtru trece jos tip C10.b cu închideri $r_1' = 0$, $r_2' = 1$.

iar celelalte elemente se transformă astfel

$$c_i = \frac{1}{l_1'} \qquad l_2 = \frac{1}{C_2'}$$

În baza acestei transformări se obține:

$$C_1 = \frac{1}{l_1'} = 0{,}7253846$$

$$C_3 = \frac{1}{l_3'} = 0{,}7665396$$

$$C_5 = \frac{1}{l_4'} = 1{,}1026403$$

$$C_7 = \frac{1}{l_7'} = 1{,}0554702 \qquad l_2 = \frac{1}{C_2'} = 0{,}609985 \qquad C_2 = \frac{1}{l_2'} = 6{,}5168656$$

$$C_9 = \frac{1}{l_9'} = 0{,}992152 \qquad l_4 = \frac{1}{C_4'} = 0{,}9690673 \qquad C_4 = \frac{1}{l_4'} = 1{,}4700888$$

$$l_6 = \frac{1}{C_6'} = 1{,}226327 \qquad c_6 = \frac{1}{l_6'} = 1{,}04958$$

$$l_8 = \frac{1}{C_8'} = 0{,}973655 \qquad C_8 = \frac{1}{l_8'} = 1{,}946328$$

$$l_{10} = \frac{1}{C_{10}'} = 1{,}4673578$$

Valorile denormate rezultă

$C_1 = 12{,}764$ nF
$C_2 = 114{,}670$ nF
$C_3 = 13{,}488$ nF
$C_4 = 25{,}867$ nF
$C_5 = 19{,}402$ nF
$C_6 = 18{,}468$ nF
$C_7 = 18{,}572$ nF

$L_2 = 0{,}241$ mH
$L_4 = 0{,}384$ mH
$L_6 = 0{,}486$ mH
$L_8 = 0{,}385$ mH
$L_{10} = 0{,}581$ mH

Scanned with OKEN Scanner

$C_8 = 34{,}247$ nF

$C_9 = 17{,}458$ nF

Schema filtrului direcțional rezultă (fig. 2.23).

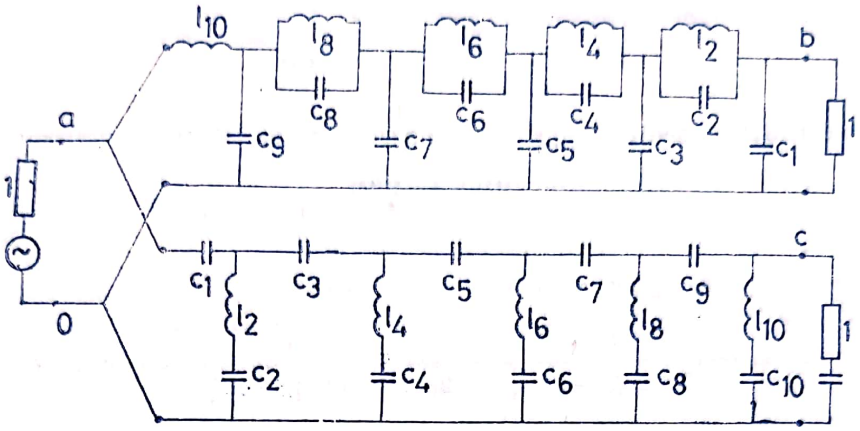


Fig. 2.23. Schema filtrului direcțional rezultat.

S-au analizat separat cu ajutorul unui program de analiză comportarea FTJ între bornele $(a-0)$ și $(b-0)$ și a rezultat că acesta se încadrează în prescrieri cu excepția atenuării la frecvența limită de trecere f_1 unde au rezultat

$$\omega_{t1} \rightarrow a_t = 0{,}628\text{dB} \qquad \text{Re}(Z_t) = 0{,}616251 \quad a_r = 8{,}7 \text{ dB}$$

$$\text{Im}(Z_t) = 0{,}486293$$

La frecvența $f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$ a rezultat o atenuare de 23,38 dB.

Cu același program s-a analizat comportarea FTS între bornele $a-0$ și $c-0$ și s-a obținut încadrarea în prescrieri cu excepția frecvenței limită de trecere f_2 unde a rezultat:

$$\omega_{t2} \rightarrow a_t = 0{,}628\text{dB} \qquad \text{Re}(Z_t) = 0{,}616627 \quad a_r = 8{,}7 \text{ dB}$$

$$\text{Im}(Z_t) = -0{,}486297$$

Coeficientul de reflexie corespunzător atenuării de trecere $a = 0{,}628$ rezultă $\rho = 36{,}7\,\%$.

Deoarece acesta depășește valoarea prescrisă se va introduce circuitul de compensare $L_0 - C_0$ așa după cum se vede din fig. 2.24.

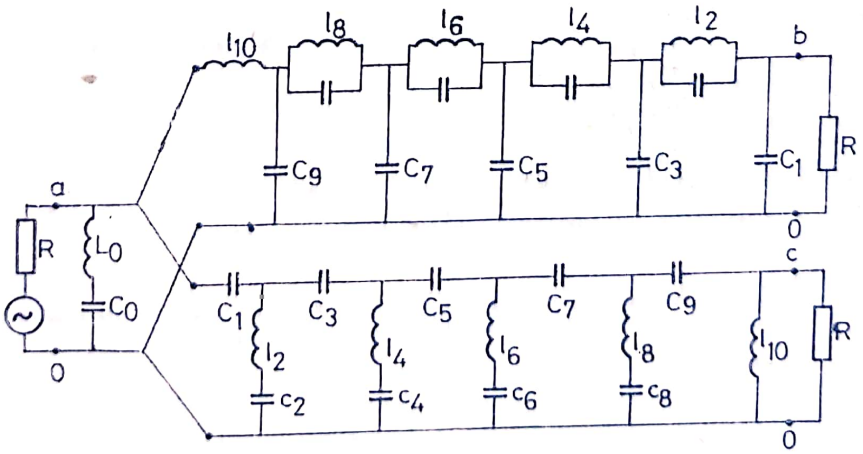


Fig. 2.24. Filtrul direcțional cu circuit de compensare.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru calculul circuitului de compensare este necesar să se calculeze partea reală a admitanțelor de intrare $Y^{(tj)}$ a filtrului trece jos la frecvența f_1 și a admitanței $Y^{(ts)}$ a filtrului trece sus la frecvența f_2.

Deci $Z^{(tj)} = 0{,}616251 + j\ 486293$

atunci $-\text{Im}\ [Y^{(tj)}] = 0{,}789121$
iar pentru $Z^{(ts)} = 0{,}616227 - j\ 0{,}486297$

$$\text{Im}\ [Y^{(ts)}] = 0{,}789161$$

Pentru calculul elementelor L_0 și C_0 este necesar să se calculeze admitanța medie

$$Y = \frac{-\text{Im}\, Y^{(tj)} + \text{Im}\, Y^{(ts)}}{2} = 0{,}789141$$

Valorile elementelor L_0 și C_0 rezultă (valori denormate)

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi\, Y(f_2 - f_1)} = \frac{150}{2\pi\, 0{,}7891416{,}6 \cdot 10^3} = 4{,}584\ \text{mH}$$

$$C_0 = \frac{1}{4\pi^2 f_1 f_2 L_0} = 1{,}706616\ \text{nF}$$

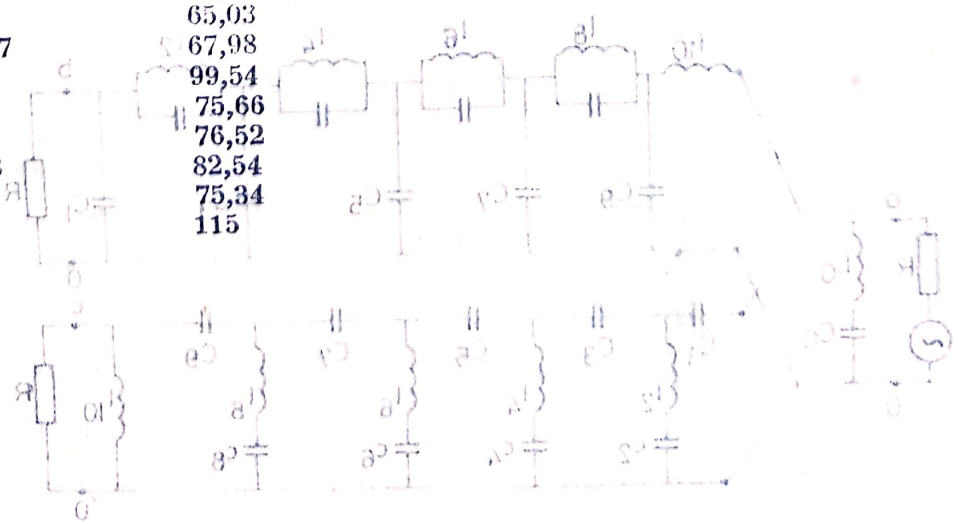
$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2} = 58{,}985676\ \text{kHz}$$

Utilizînd același program de analiză se obține încadrarea în prescripții atît a FTJ cît și a FTS în întreaga bandă de frecvențe.

În majoritatea utilizărilor filtrelor direcționale de acest tip, interesează pe lîngă comportarea separată a FTJ și FTS și atenuarea în buclă respectiv măsurată între bornele b—0 și c—0.

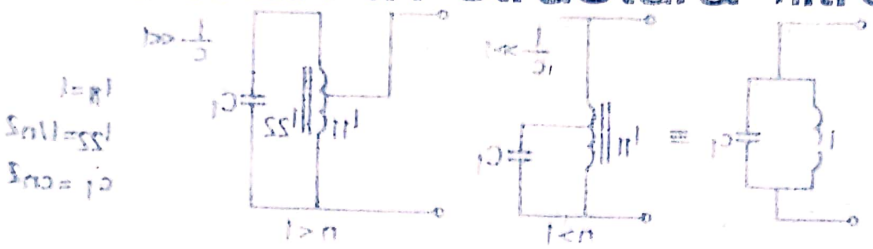
Valorile rezultate la frecvențe normate față de f_0 sînt:

f	a(dB)
0,6	81
0,7	78
0,8	81,22
0,9	80,47
0,943	66,7
1	382
1,014	61,98
1,028	56,65
1,057	65,03
1,05967	67,98
1,071	99,54
1,085	75,66
1,099	76,52
1,1138	82,54
1,2	75,34
1,3	115



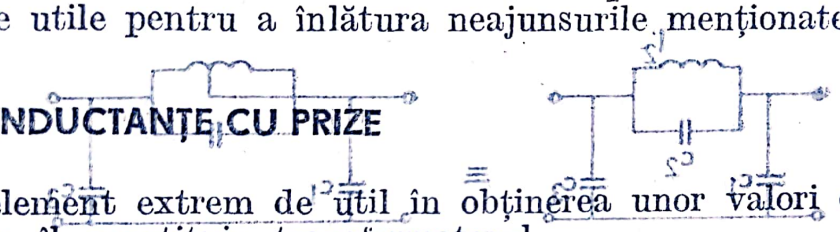
Scanned with OKEN Scanner

3 Transformări în structura filtrelor



După etapa de sinteză a filtrelor, adeseori rezultă valori de elemente care nu convin în realizările practice. Benzile de frecvență de trecere foarte înguste sau impedanțe de închidere de valori extreme, conduc la rezultate ale proiectării care sînt foarte dificil dacă nu cîteodată imposibil de realizat. Transformările echivalente de dipoli sau cuadripoli se dovedesc foarte utile pentru a înlătura neajunsurile menționate.

3.1. INDUCTANȚE CU PRIZE



Un element extrem de util în obținerea unor valori de elemente convenabile îl constituie transformatorul.

În fig. 3.1 este indicată echivalența dintre o inductanță în cascadă cu un transformator ideal, cu un transformator real (fig. 3.1, *b*) și în continuare cu un autotransformator (fig. 3.1 *c*).

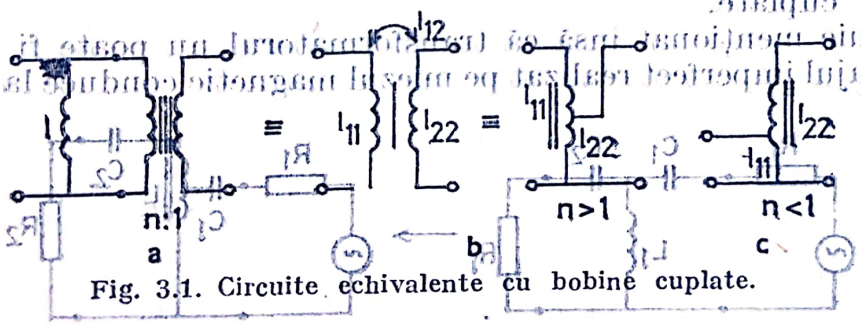


Fig. 3.1. Circuite echivalente cu bobine cuplate.

Relațiile de echivalență sînt:

$$l_{11} = l; \qquad l_{22} = \frac{l}{n^2}; \qquad l_{12} = \sqrt{l_{11}\, l_{22}} = \frac{l}{n} \tag{3.1}$$

Prin utilizarea acestei transformări se pot obține valori mai convenabile pentru elementele unui circuit rezonant derivație.

Exemplul 3.1

Un exemplu de utilizare îl constituie de exemplu realizarea celulei de filtru trece jos C03.25.08 ale cărei valori de elemente sînt (fig. 3.3)

$C_1 = 1{,}335$ $\quad l_2 = 1{,}128$ $\quad a_b = 63{,}6$ dB

$C_2 = 0{,}018$ $\quad \omega_b = 7{,}185$

$C_3 = 1{,}335$

Pentru frecvența limită de trecere $f_t = 1$ MHz și rezistențele de închidere de 75Ω se obțin valorile de elemente :

$$L_0 = 11{,}943\ \mu H\ ; \qquad C_0 = 2{,}123\ nF$$

Se observă că valoarea capacității C_2 este prea mică (27,6 pF) în raport cu capacitatea $C_1 = C_3 = 2{,}834$ nF și din acest motiv se propune creșterea acesteia pe baza relațiilor 3.1 și fig. 3.2.

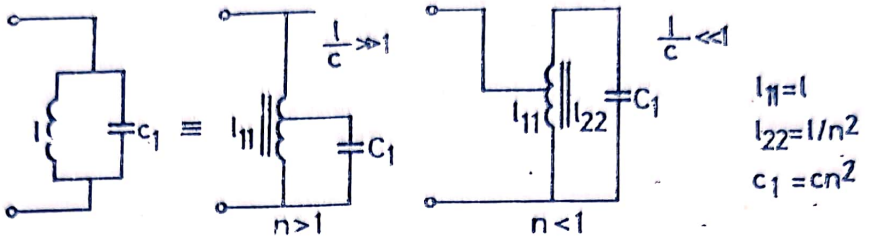


Fig. 3.2. Circuite echivalente ale circuitului rezonant derivație.

Transformările echivalente cu inductanță cu priză sînt numeroase. În fig. 3.4 se ilustrează transformarea unei celule de filtru trece sus, pentru a modifica valoarea rezistenței de închidere din secundar.

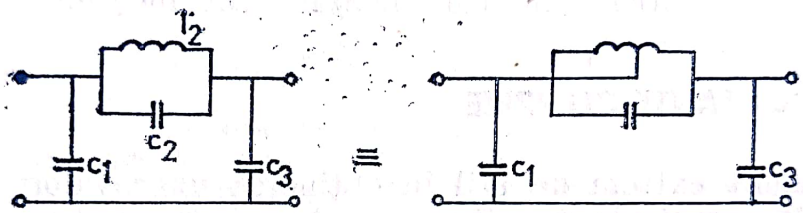


Fig. 3.3. Filtru trece jos C03.25.08.

În [1 Cap. 3.9] s-au indicat și alte utilizări ale dipolilor care conțin inductanțe cuplate.

Trebuie menționat însă că transformatorul nu poate fi un element ideal. Cuplajul imperfect realizat pe miezul magnetic conduce la inductanța

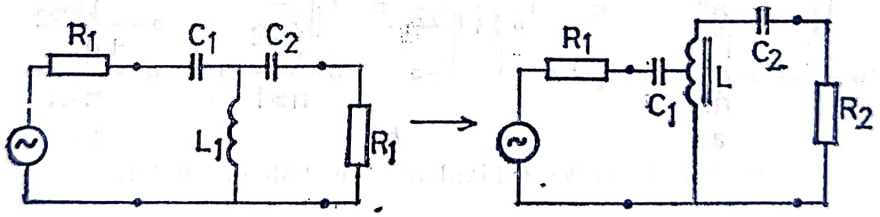


Fig. 3.4. Circuit echivalent al unei celule FTS.

de scăpări, care dau naștere la distorsiuni ale răspunsului la frecvențe ridicate.

Factorul de calitate al bobinelor cu prize constituie de asemenea un element care trebuie avut în vedere.

3.2. TRANSFORMAREA NORTON

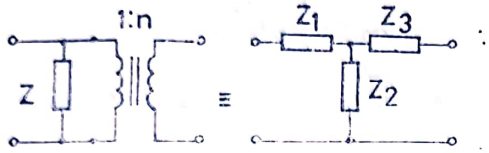
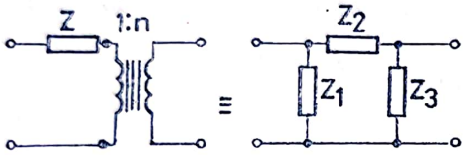
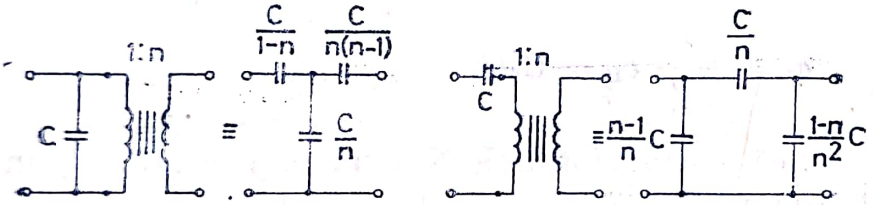
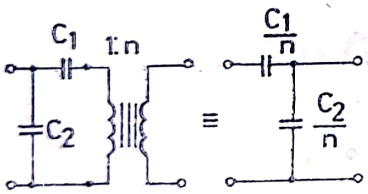
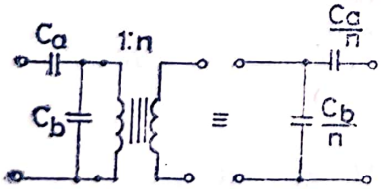
Transformarea Norton a fost analizată în [1. cap. 3.9]. În proiectarea filtrelor aceasta își găsește de asemenea o largă utilizare, permițînd să se modifice nivelul de impedanță în interiorul unui circuit fără a fi nevoie

Scanned with OKEN Scanner

de un transformator real. O altă utilizare este impusă de cazurile în care se dorește modificarea structurilor pentru a fi indicate în diverse utilizări specifice. Un exemplu tipic îl constituie transformarea Geffe [3.6]. Relațiile de echivalență în cazul transformărilor Norton sînt date în tabelul 3.1.

Tabelul 3.1.

Taransformări Norton

	$Z_1 = (1-n)\,Z$ $Z_2 = n\,Z$ $Z_3 = n(n-1)Z$
	$Z_2 = \frac{n}{n-1}\,Z$ $Z_2 = n\,Z$ $Z_3 = \frac{n^2 Z}{1-n}$
	
	$n = \frac{C_1}{C_1+C_2}$
	$n = 1 + \frac{C_b}{C_a}$

O aplicație o constituie obținerea unor structuri de filtre de bandă care să servească drept transformatoare de impedanțe.

Fie de exemplu cea mai simplă celulă de FTJ.

3.3. TRANSFORMAREA DE IMPEDANȚĂ CU AJUTORUL FILTRELOR DE BANDĂ LC (FTB)

Problema care se pune constă în determinarea unui filtru de bandă LC, care trebuie să transforme o rezistență R_1 într-o rezistență R_2, în cazul în care un transformator este dificil de realizat (fig. 3.5).

Scanned with OKEN Scanner

Evident în acest caz, transformarea este valabilă numai într-o bandă (banda de trecere a FTB) și în interiorul unui coeficient de reflexie ρ dictat de structura filtrului.

Pentru rezolvarea problemei se utilizează transformarea de frecvență (FTJ—FTB) a unui filtru trece jos Cebîșev (fig. 3.6).

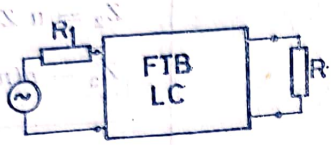


Fig. 3.5. Filtru de adaptare LC.

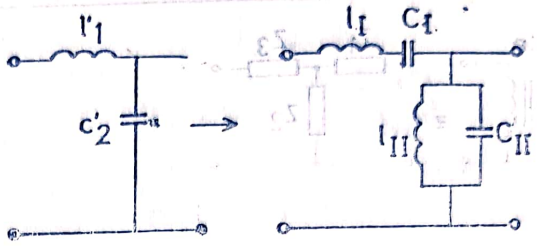


Fig. 3.6. Transformarea FTJ—FTB.

Relațiile de transformare [1 Cap. 11] sînt:

$$l_1 = l_1'/\delta\,; \quad l_{II} = \frac{\delta}{C_2'} \qquad (3.2)$$

$$c_I = \frac{\delta}{l_1'}\, c_{II} = C_2'/\delta$$

În continuare se aplică o transformare Norton capacității C_I în baza relațiilor (tabelul 3.1) respectiv:

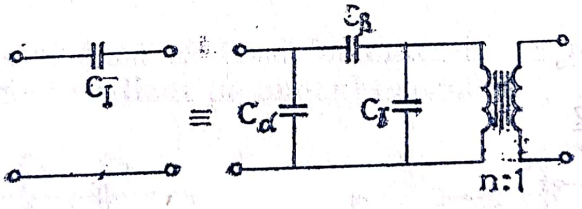


Fig. 3.7. Transformarea Norton a capacității C_I.

Relațiile de transformare:

$$C_\alpha = \frac{n-1}{n}\, C_I$$

$$C_\beta = \frac{1}{n}\, C_I \qquad (3.3)$$

$$C_\gamma = \frac{1-n}{n^2}\, C_I$$

În urma acestei transformări se obține circuitul echivalent (fig. 3.8):

Circuite echivalente ale FTB după aplicarea transformării Norton asupra capacității C_I.

Scanned with OKEN Scanner

Însumînd cele două valori ale capacităților C_I și $\frac{C_{II}}{n^2}$ se obține :

$$\frac{1-n}{n^2}\frac{\delta}{l_1'}+\frac{c_2'}{\delta n^2}=\frac{1}{n^2}\left(\frac{1-n}{l_1'}+\frac{c'}{\delta^2}\right) \tag{3.4}$$

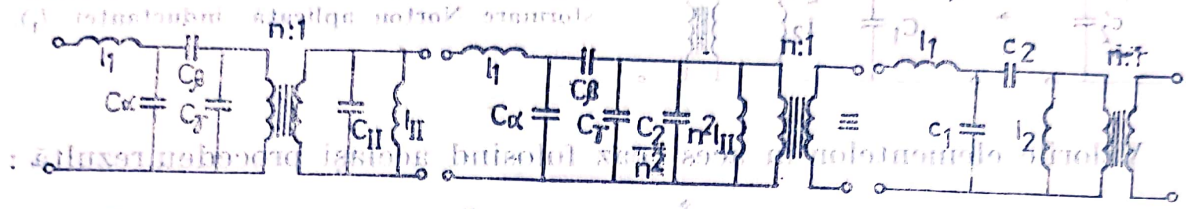


Fig. 3.8. Circuite echivalente ale FTB după aplicarea transformării Norton.

Pentru a se obține un circuit cu număr redus de elemente se pune condiția ca valoarea capacității rezultante să fie nulă și rezultă

$$\frac{1-n}{l_1'}\delta+c_2'/\delta=0 \quad \text{De unde} \quad n=1+l_1'\,c_2'/\delta^2 \tag{3.5}$$

Ținînd seama de relațiile (3.5) se obțin pentru valorile elementelor :

$$l_1=l_1'/\delta$$

$$C_\alpha=\frac{n-1}{n}C_I=\frac{n-1}{n}\frac{1}{\delta\,l_1'}\frac{l_1'C_2'}{\delta^2}\delta=\frac{C_2'}{n\delta}$$

$$C_\beta=\frac{1}{n}C_I=\frac{1}{n}\frac{\delta}{l_1'}=\frac{1}{nl_1} \tag{3.6}$$

$$l_2=l_{II}\;n^2=\frac{\delta}{c_2'}n^2=\frac{n}{C_\alpha}$$

În final rezultă următoarea echivalență (fig. 3.9)

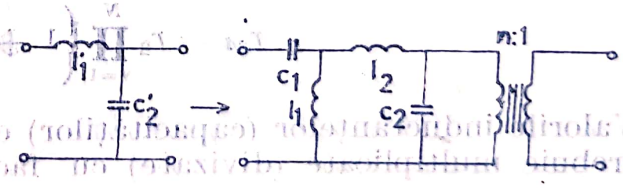


Fig. 3.9. Transformarea FTJ—FTB, cu modificarea impedanței din secundar.

Valorile de transformare

$$\delta=\omega_{t2}-\omega_{t1} \qquad l_1=l_1'/\delta$$

$$c_1=\frac{c_2'}{n\,\delta}$$

$$\omega_{t2}=\sqrt{\frac{f_{t2}}{f_{t1}}} \qquad c_2=\frac{1}{l_1 n} \tag{3.7}$$

$$\omega_{t1}=\sqrt{\frac{f_{t1}}{f_{t2}}} \qquad l_2=\frac{n}{c_1}$$

Scanned with OKEN Scanner

Însumînd cele două valori ale capacităților C_γ și $\frac{C_{II}}{n^2}$ se obține :

$$\frac{1-n}{n^2}\frac{\delta}{l_1'}+\frac{c_2'}{\delta n^2}=\frac{1}{n^2}\left(\frac{1-n}{l_1'}+\frac{c'}{\delta^2}\right) \tag{3.4}$$

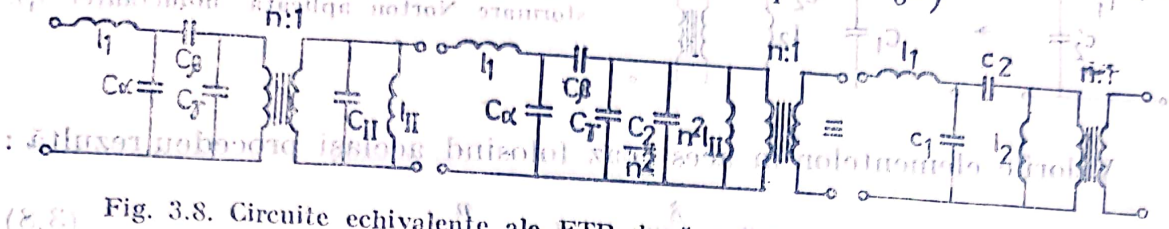


Fig. 3.8. Circuite echivalente ale FTB după aplicarea transformării Norton.

Pentru a se obține un circuit cu număr redus de elemente se pune condiția ca valoarea capacității rezultante să fie nulă și rezultă

$$\frac{1-n}{l_1'}\delta+c_2'/\delta=0 \quad \text{De unde} \quad n=1+l_1'\,c_2'/\delta^2 \tag{3.5}$$

Ținînd seama de relațiile (3.5) se obțin pentru valorile elementelor :

$$l_1=l_1'/\delta$$

$$C_\alpha=\frac{n-1}{n}C_I=\frac{n-1}{n}\frac{1}{\delta\,l_1'}=\frac{l_1'C_2'}{\delta^2 n l_1'}\delta=\frac{C_2'}{n\delta}$$

$$C_\beta=\frac{1}{n}C_I=\frac{1}{n}\frac{\delta}{l_1'}=\frac{1}{nl_1} \tag{3.6}$$

$$l_2=l_{II}\quad n^2=\frac{\delta}{c_2'}n^2=\frac{n}{C_\alpha}$$

În final rezultă următoarea echivalență, (fig. 3.9)

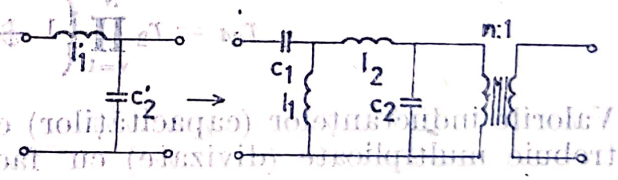


Fig. 3.9. Transformarea FTJ—FTB, cu modificarea impedanței din secundar.

Valorile de transformare

$$\delta=\omega_{t2}-\omega_{t1} \qquad l_1=l_1'/\delta$$

$$c_1=\frac{c_2'}{n\,\delta}$$

$$\omega_{t2}=\sqrt{\frac{f_{t2}}{f_{t1}}} \qquad c_2=\frac{1}{l_1 n} \tag{3.7}$$

$$\omega_{t1}=\sqrt{\frac{f_{t1}}{f_{t2}}} \qquad l_2=\frac{n}{c_1}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă transformarea Norton se aplică inductanței l_1 și nu capacității C_J, atunci se obțin următoarele relații de transformare ale FTJ în FTB (fig. 3.10).

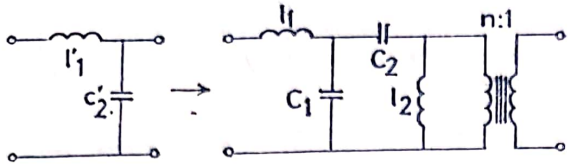


Fig. 3.10. Transformarea FTJ—FTB (transformare Norton aplicată inductanței l_1).

Valorile elementelor în acest caz folosind același procedeu rezultă :

$$c_1 = \frac{\delta}{l_1'} \qquad l_2 = \frac{n}{c_1} \tag{3.8}$$

$$l_1 = \frac{n\delta}{c_2'} \qquad c_2 = \frac{1}{nl_1}$$

Drept filtru de referință se alege un FTJ tip Cebîșev de grad n (dacă n este par se alege cazul b), terminat pe sarcini finite ($\neq 0$) la ambele părți. Fiecare celulă de FTJ ($n = 1,2 \ldots N$) unde $N = \frac{n}{2}$ dacă n este par și $N = \frac{n-1}{2}$ dacă n este impar, se transformă într-o celulă de FTB corespunzătoare, conform fig. 3.9 sau 3.10 și relațiilor (3.7) și (3.8).

Transformatoarele ideale rezultate cu rapoartele de transformare n_ν se combină cu rezistența de sarcină r_2, a filtrului de referință trece jos (de la ieșire) pentru a rezulta rezistența de sarcină dorită r_{2d}, în baza relației

$$r_{2d} = r_2 \prod_{\nu=1}^{N} n_\nu^2 \tag{3.9}$$

sau ținînd seama de relația (3.5) se obține :

$$r_{2d} = r_2 \prod_{\nu=1}^{N} \left(1 + \frac{1}{\delta^2} l'_{2\nu-1}\, c'_{2\nu}\right)^2 \tag{3.10}$$

Valorile inductanțelor (capacităților) celulelor ν ale FTB ($\nu = 2,3, \ldots N$) trebuie multiplicate (divizate) cu factorul

$$q_\nu = \prod_{\mu=1}^{\nu-1} n_\mu^2 \tag{3.11}$$

Pentru a se estima gradul necesar se calculează mai întîi lărgimea de bandă relativă δ, necesară transformării FTJ—FTB, în baza datelor inițiale ($f_{t1} - f_{t2}$), în concordanță cu relațiile (b).

În final se calculează valoarea rezistenței de sarcină r_{2d} în baza relației (3.10), și utilizînd succesiv valorile capacităților FTJ Cebîșev, de grad $n = 2$, $n = 3$ etc și ținînd seama de coeficientul de reflexie ρ, pînă ce se obține $r_{2d} \geqslant \frac{R_2}{R_1}$. Pentru a obține exact valoarea dorită

Scanned with OKEN Scanner

$r_{2a} = \frac{R_2}{R_1}$, rezerva rezultată se utilizează pentru reducerea coeficientului de reflexie și creșterea lărgimii de bandă. Rezolvînd relația (3.10) pentru $\delta = \delta^*$, se poate calcula lărgimea de bandă finală în baza relațiilor :

$$\omega_{t1} = \sqrt{\left(\frac{\delta^*}{2}\right)^2 + 1} - \frac{\delta^*}{2} \qquad (3.12)$$

$$\omega_{t2} = \sqrt{\left(\frac{\delta^*}{2}\right)^2 + 1} + \frac{\delta^*}{2}$$

Exemplu de utilizare a transformărilor

Un exemplu de utilizare simultană a transformărilor Norton și a transformatorului pentru a se obține valori și structură convenabilă pentru realizare, îl constituie cel referitor la proiectarea filtrelor de frecvență înaltă (frecvență intermediară).

Exemplul 3.2

În acest exemplu din etapa de sinteza circuitului rezultă structura (fig. 3.11).

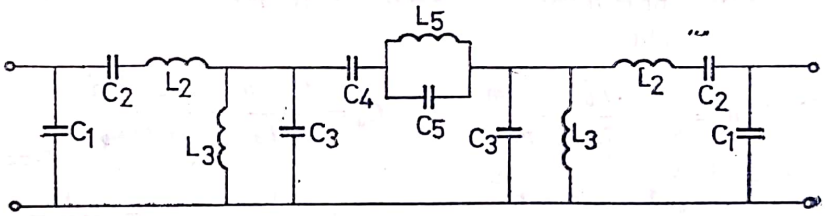


Fig. 3.11. Structura filtrului FI după etapa de sinteză.

Structura Γ de inductanță ($L_2 - L_3$) se transformă într-un transformator, iar capacităților C_2 li se aplică transformări Norton și se obține structura : (fig. 3.12).

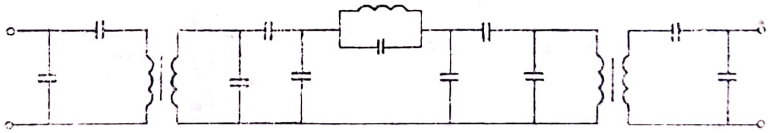


Fig. 3.12. Structura filtrului FI după aplicarea transformării Norton.

O altă transformare utilă este cea care reprezintă un caz particular al transformării Geffe. În procesul de proiectare al filtrului de bandă în urma transformării de frecvență FTJ-FTB se obțin structuri de forma celor din fig. 3.13.

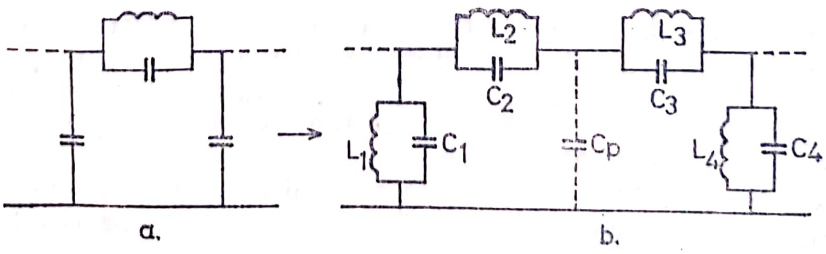


Fig. 3.13. Structură de FTB obținută în urma transformării FTJ—FTB.

Scanned with OKEN Scanner

Punctul dintre L_2 și L_3 din fig. 3.13*b* se află la un nivel de impedanță ridicat și capacitatea parazită C_p care apare inevitabil are un efect nedorit, în special în cazul utilizării acestor structuri de filtre la frecvențe ridicate.

Pentru a înlătura acest efect nedorit se aplică cîte o transformare Norton impedanțelor serie, formate din circuitele rezonante L_2C_2 și L_3C_3 și se obține o structură (fig. 3.14), care față de masă conține o capaci tate.

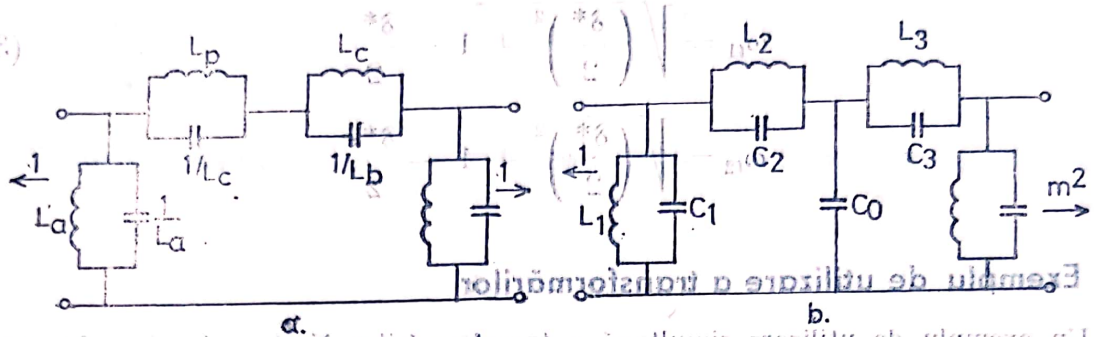


Fig. 3.14. Structură a FTB obținută în urma a două transformări Norton.

Circuitul din fig. 3.14 este cel obținut direct din transformarea unei celule de FTJ, iar cel din fig. 3.14*b* rezultă în urma celor două transformări Norton cu rapoarte de transformare m și n.

Relațiile de echivalență:

— se alege arbitrar primul raport de transformare $m < 1$

— în continuare se obține:

$$n = 1 - \frac{L_b}{L_c}\,\frac{1-m}{m^2}\,; \qquad C_0 = \frac{1-n}{n^2 L_c} + \frac{1-m}{mn^2 L_b}$$

$$C_1 = \frac{1}{L_a} - \frac{1-n}{nL_c}\,; \qquad C_2 = \frac{1}{nL_c}\,; \qquad C_3 = \frac{1}{mn^2 L_b}$$

$$C_4 = \frac{1-m}{m^2 n^2 L_b} + \frac{1}{n^2 L_c}\,; \qquad L_1 = \frac{L_a}{1 - \frac{L_a}{L_b}\,\frac{1-n}{n}}$$

$$L_2 = nL_b\,; \quad L_3 = mn^2 L_c\,; \quad L_4 = \frac{m^2 n^2 Lc}{1 + \frac{L_c}{L_a}\,\frac{m^2}{1-m}} \tag{3.13}$$

După cum rezultă din fig. 3.14*b*, rezistența de ieșire este de valoare m^2n^2. Deci structura filtrului ce urmează acestui nod, inclusiv rezistența de sarcină trebuie multiplicate cu acest factor.

3.4. FILTRE CU NUMĂR MINIM DE INDUCTANȚE

O altă problemă importantă în proiectarea filtrelor o constituie economicitatea acestora. Se consideră că filtrele cu număr minim de bobine sînt mai economice decît cele în care numărul acestora este egal cu al condensatoarelor (cazul filtrelor de bandă obținute prin transformarea de frecvență FTJ—FTB [1 cap. 11].

În cazul în care filtrul de bandă se proiectează prin sinteză, structura convenabilă se poate alege extrăgînd corespunzător tipul de celulă dorit [1 cap. 6.4].

Scanned with OKEN Scanner

În cazul proiectării filtrului de bandă din FTJ rezultă structuri de tipul celor din fig. 3.15 *b*.

În [2] se indică relațiile necesare pentru echivalarea structurilor din fig. 3.15 *b* și 3.15 *c*.

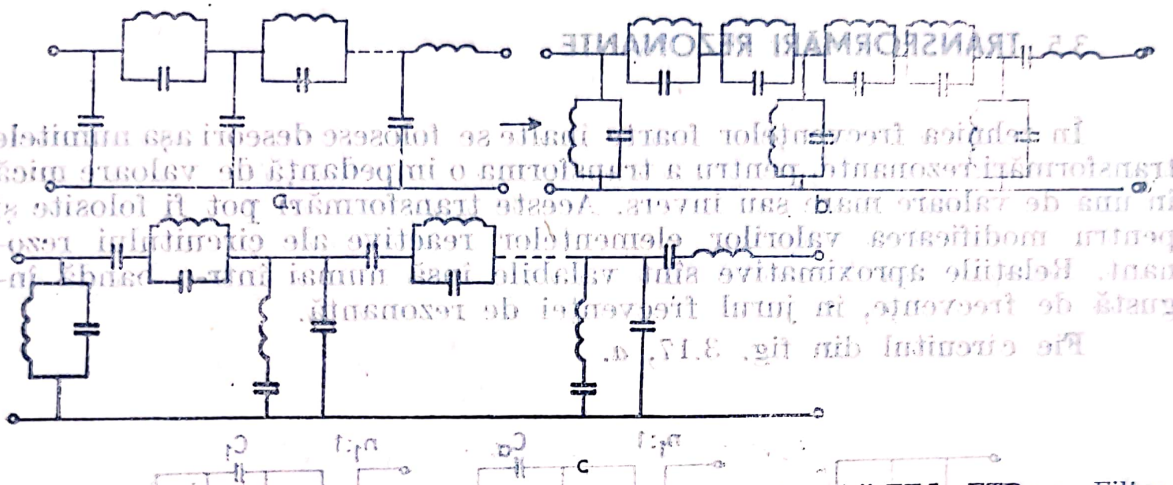


Fig. 3.15. *a* — FTJ tip Cauer ; *b* — FTB obținut în urma transformării FTJ—FTB ; *c* — Filtru cu număr minim de bobine.

Pentru cazul unui FTJ de grad 4 se obține structura din fig. 3.16

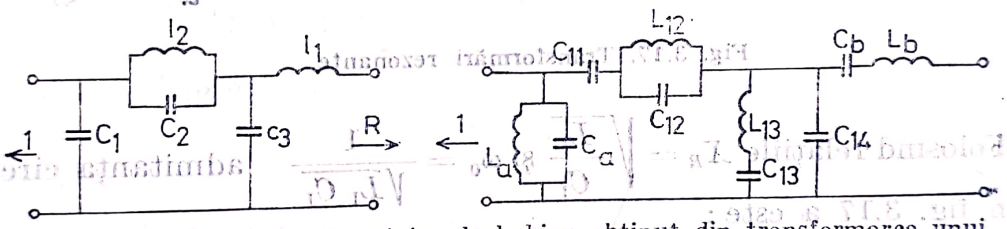


Fig. 3.16. Filtru cu număr minim de bobine obținut din transformarea unui FTJ de gr. 4.

Relațiile de calcul sînt următoarele :

$$Q = \frac{f_0}{f_{t2} - f_{t1}}\,; \quad a = \frac{\omega_\infty}{2Q}\,; \quad x = 1 + \sqrt{a^2 + 1}\,; \quad t_1 = 1 + \frac{C_3}{C_2}$$

$$T = \frac{1 + t_1 x^2}{t_1 + x^2}\,; \quad k = \frac{QT}{t_1}\,; \quad t_2 = \frac{x^2}{x^2 + t_1}\,; \quad t_3 = \frac{t_1 t_2}{T}\,; \quad \beta = x^2 - 1$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{x^2}\,; \quad A = \frac{C_3 k \alpha}{T}\,; \quad B = \frac{t_2 t_3}{C_3 k \beta}$$

Valorile elementelor FTB :

$$R_L = t_3^2 R\,; \quad C_{11} = \frac{C_3 k \beta}{t_1 t_2}\,; \quad C_{12} = \frac{C_3 k \alpha}{T - 1}\,; \quad L_{12} = \frac{1}{x^2 C_{12}}$$

$$C_{13} = \frac{C_{11}(T-1)}{t_2}\,; \quad L_{13} = \frac{x^2}{C_{13}}\,; \quad C_{14} = \frac{C_3 k \alpha}{t_2}\,; \quad L_a = \frac{1}{Q\left(C_1 + \dfrac{C_3}{t_1}\right)}$$

$$C_a = \frac{1}{L_a} - A\,; \quad L_0 = t_3^2 Q L_4\,; \quad C_b = \frac{1}{L_0 - B} \qquad (3.14)$$

Scanned with OKEN Scanner

De menționat că și în acest caz nivelul impedanței de ieșire s-a modifica cu raportul $\frac{R_L}{R}$.

3.5. TRANSFORMĂRI REZONANTE

În tehnica frecvențelor foarte înalte se folosesc deseori așa numitele transformări rezonante, pentru a transforma o impedanță de valoare mică în una de valoare mare sau invers. Aceste transformări pot fi folosite și pentru modificarea valorilor elementelor reactive ale circuitului rezonant. Relațiile aproximative sînt valabile însă numai într-o bandă îngustă de frecvențe, în jurul frecvenței de rezonanță.

Fie circuitul din fig. 3.17, *a*.

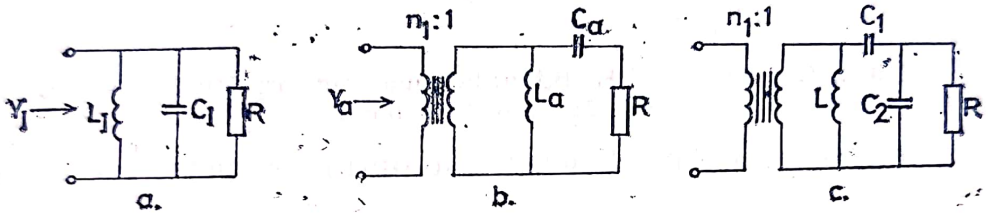


Fig. 3.17. Transformări rezonante.

Folosind relațiile $X_R = \sqrt{\frac{L_I}{C_I}}$ și $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_I C_I}}$ admitanța circuitului din fig. 3.17 a este:

$$Y_I = \frac{1}{R} + j\,\frac{1}{X_R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \tag{3.15}$$

iar cea a circuitului din fig. 3.17 b:

$$Y_a = \frac{R^2}{n^2 X_a^2} \cdot \frac{\frac{1}{R} + j\,\frac{X_a}{R^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{R}{X_a}\right)} \tag{3.16}$$

Dacă în relația (3.16) se înlocuiesc

$$n_1 = \frac{R}{X_a}; \qquad X_a = \sqrt{\frac{L_a}{C_a}}$$

și

$$X_a = R^2/X_I \tag{3.17}$$

atunci pentru valori $X_a \gg R$ în jurul frecvenței de rezonanță se poate aproxima:

$$Y_a \approx Y_I \tag{3.18}$$

Scanned with OKEN Scanner

iar între elementele reactive există relația :

$$L_a = \frac{1}{n^2} L_I = R^2 C_I$$

$$C_a = n^2 C_I = \frac{L_I}{R^2} \tag{3.19}$$

Dacă la intrarea sau ieșirea unui filtru se află un circuit rezonant paralel, cu o inductanță paralel L_I de valoare prea mică, se poate utiliza această transformare. În cea mai mare parte a cazurilor rezultă însă L_a de valoare prea mare. O soluție în acest caz o constituie transformarea rezonantă din fig. 3.17, *c*.

Impunînd condiția $R \gg \frac{1}{\omega_0 C_2}$ (3.20)

și notînd $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ (3.21)

se obține

$$Y \approx \frac{C_1^2}{n^2(C_1^2 + C_2^2)} \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{X_R} \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

În cazul $n_1 = \frac{X_I}{n^2}$ unde $n = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$

se obține $Y \approx Y_I$ (3.22)

Pentru elementele circuitului rezultă :

$$L = \frac{L_I}{n^2} \tag{3.23}$$

și

$$C = n^2 C_I$$

Din relațiile (3.21), (3.22) și (3.23) :

$$C_1 = \frac{C_2^2}{C_I - C_2} \tag{3.24}$$

Dacă se înlocuiește această relație în (3.22) rezultă :

$$n = \frac{C_2}{C_I} \tag{3.25}$$

Pentru capacitatea C_1, în baza relațiilor (3.20) și (3.21)

$$C_I \geqslant C_2 \gg \frac{1}{\omega_0 R} \tag{3.26}$$

Utilizînd și relația (3.25)

$$1 \geqslant n \gg \frac{1}{\omega_0 C_I R} \tag{3.27}$$

Scanned with OKEN Scanner

și relațiile (3.19) și (3.23) :

$$L_1 \leqslant L \leqslant L_a$$

Aceste transformări constituie o posibilitate de modificare a elementelor reactive între anumite limite, fără a fi necesar să se modifice rezistența de închidere. Trebuie verificată influența aproximărilor utilizate.

3.6. TRANSFORMAREA GEFFE

Filtrele de bandă obținute pe baza transformării de frecvență FTJ—FTS, din filtre trece jos Cauer sînt de tipul (fig. 3.18).

Pentru utilizarea de înaltă frecvență fie că FTB se realizează cu constante concentrate, fie că se realizează cu elemente de linii, celulele de mai sus nu sînt indicate deoarece conțin rezonatori care nu sînt legați la masă, ca de exemplu punctul *a* din fig. 3.18*a*.

Pentru obținerea unor structuri corespunzătoare se vor utiliza transformările Norton (Cap. 3). Metoda se va ilustra pentru structura de FTB din fig. 3.18 *a* cea din fig. 3.18 *b* efectuîndu-se similar.

Fie în acest caz celula din fig. 3.19 *a*. Deoarece între punctele *1—1'* pot apărea capacități parazite importante se va efectua o transformare pentru ca între punctele *1—1'* să apară un circuit rezonant. În acest sens între punctele *1—1'* și *2—2'* se vor introduce două transformatoare ideale, unul cu raport de transformare 1 : *n* iar cel de al doilea cu raport *n* : 1, astfel încît efectul acestora pentru rezistența de închidere din secundar să se anuleze.

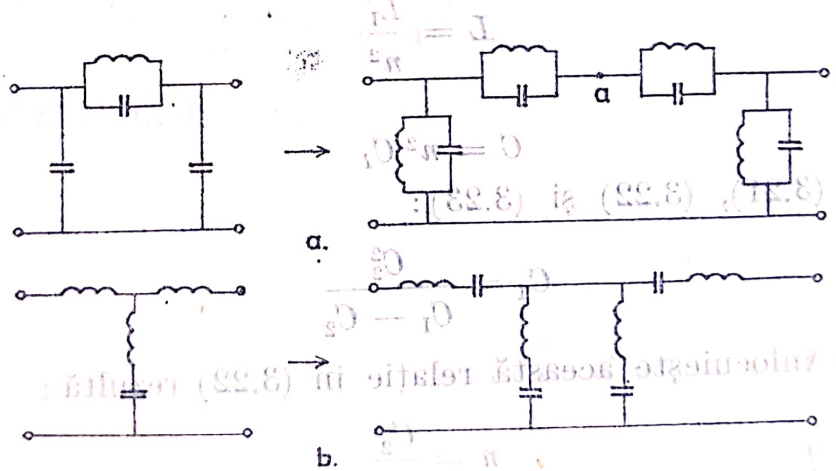


Fig. 3.18. Transformarea FTJ—FTB a unui FTJ—Cauer.

Transformata generală Norton utilizată este cea din fig. 3.20.

Transformarea Norton din fig. 3.20, aplicată impedanței Z formată din circuitul derivație constituit din inductanța L_b și capacitatea $1/L_c$ (fig. 3.19 b) se transformă într-un circuit π de circuite derivație (ilustrat în cadranul I fig. 3.19 *c*). După introducerea transformatorului ideal cu raportul de transformare 1 : *n* evident toate impedanțele trebuie multi-

Scanned with OKEN Scanner

plicate cu n^2. Din acest motiv inductanța L_c din fig. 3.19*b* s-a modificat în n^2L_c (fig. 3.19*c*) iar capacitatea de valoare $\frac{1}{L_c}$ a devenit $\frac{1}{L_b n^2}$.

Transformarea Norton (fig. 3.20) aplicată circuitului derivație $n^2L_c - \frac{1^2}{n^2L_b}$ (cadranul II fig. 3.19*b*) se transformă de asemenea într-un circuit π de circuite derivate fig. 3.19*c* (cadranul II).

Combinînd elementele circuitelor derivație adiacente se obține circuitul final din fig. 3.19*d* care îndeplinește condițiile impuse.

Relațiile de echivalență între elementele 3.19 circuitului inițial

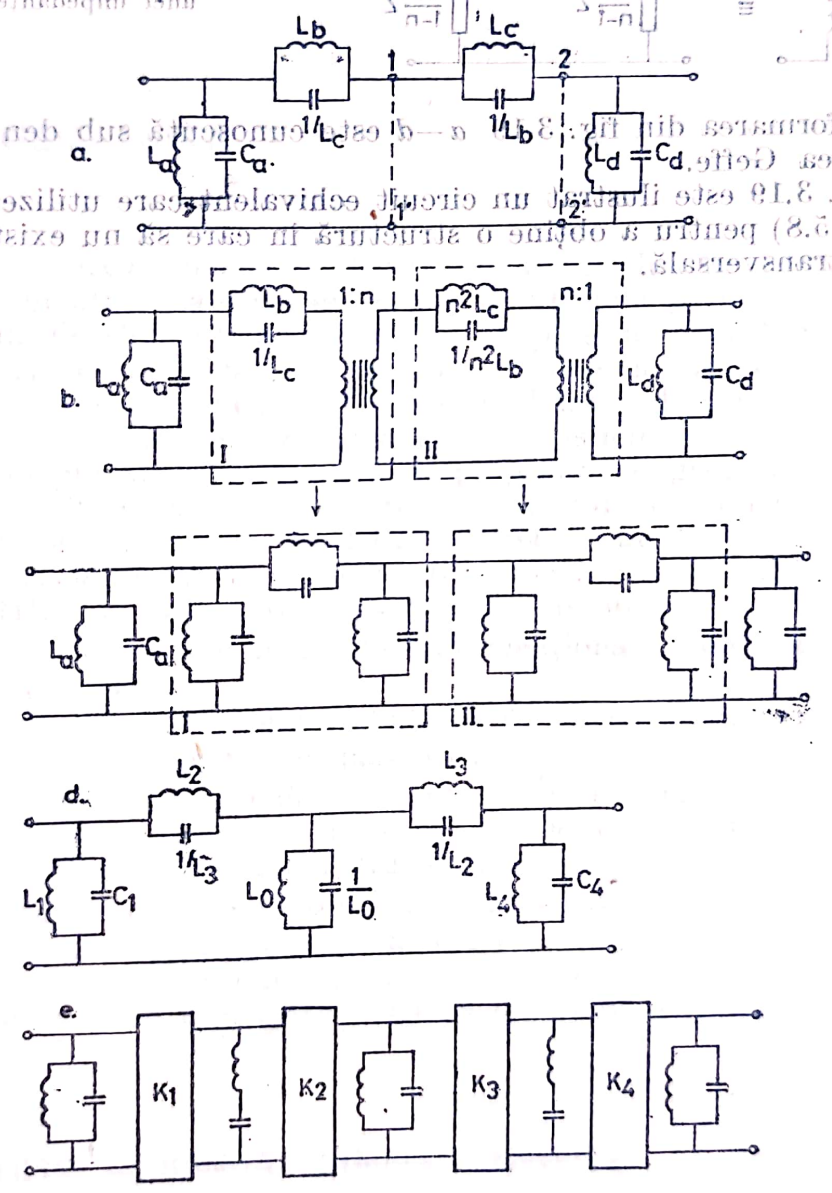


Fig. 3.19. Transformarea Geffe.

fig. 3.19*a* și cel final 3.19*d* rezultă :

$$C_1 = \frac{nL_c - (1-n)L_a}{n\,L_a\,L_c}\,;\quad L_1 = \frac{nL_a\,L_b}{nL_b - (1-n)L_a}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$L_2 = nL_b\ ;\ L_3 = nL_c$$

$$L_x = \frac{L_b\, L_c}{L_b + L_c}\ ;\ L_0 = \frac{h^2 L_x}{1-n}$$

$$C_4 = \frac{nL_b - (1-n)L_d}{nL_b\, L_d}\ ;\ L_4 = \frac{nL_c\, L_d}{nL_c - (1-n)L_d}$$

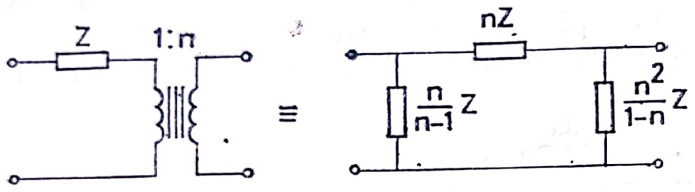


Fig. 3.20. Transformarea Norton aplicată unei impedanțe.

Transformarea din fig. 3.19 a—d este cunoscută sub denumirea de transformarea Geffe.

În fig. 3.19 este ilustrat un circuit echivalent care utilizează inversoare (cap. 5.8) pentru a obține o structură în care să nu existe circuite n ram ura transversală.

Scanned with OKEN Scanner

4

Filtre de înaltă frecvență

4.1. GENERALITĂȚI

În realizarea filtrelor la frecvențe în jur de 100 MHz, apar probleme suplimentare cauzate în special de efectele parazite și restricțiile privind valorile elementelor de circuit. În plus în cazul filtrelor de frecvență intermediară pentru radiorelee și sisteme de comunicații prin sateliți care funcționează pe principiul modulației de frecvență se impun condiții privind simetria aritmetică a caracteristicii de atenuare în funcție de frecvență precum și a timpului de propagare de grup. Dacă condițiile de simetrie aritmetică nu sînt respectate apar distorsiuni nelineare. Prin alegeri corespunzătoare ale structurii filtrelor, care se obțin prin transformări echivalente se pot proiecta filtre de frecvență intermediară (70 sau 140 MHz) pe baza procedeelor clasice de sinteză.

Pentru a putea satisface condițiile menționate trebuie luate în considerație următoarele :

a) Structura circuitului trebuie să fie astfel aleasă încît să poată îngloba influența elementelor parazite ;

b) În acest domeniu de frecvențe rezultă o gamă mică de valori, în care elementele componente să fie tehnic realizabile. Circuitul ales trebuie să permită efectuarea transformărilor echivalente necesare ;

c) Circuitul trebuie să ofere posibilități de acord ;

d) Pentru a avea zgomote de intermodulație reduse în banda de frecvență transmisă trebuie ca atît caracteristica de atenuare — frecvență cît și timp de propagare — frecvență să fie aritmetic simetrice în raport cu frecvența centrală.

4.2. FILTRE DE BANDĂ ARITMETIC-SIMETRICE

După cum s-a menționat, în multe sisteme de transmisiuni și în special în cele care transmit semnale modulate în frecvență, este necesar ca filtrele de bandă să posede caracteristici simetrice pe o scală gradată linear, atît pentru funcțiile de atenuare cît și pentru cele de timp de propagare de grup.

Scanned with OKEN Scanner

Transformarea convenţională de tip FTJ—FTB [1 Cap. 11] este :

$$S = \frac{1}{\delta}\left(s + \frac{1}{s}\right) \quad (s = j\omega)$$

(unde ω este frecvenţa filtrului de bandă) conduce la o structură care prezintă simetria pe scală logaritmică faţă de frecvenţa centrală

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$$

denumită simetrie geometrică. Un filtru prezintă simetrie aritmetică a caracteristicii de atenuare $a(\omega)$ şi a celei de timp de propagare de grup $\tau(\omega)$, dacă la o deviaţie de frecvenţă $\Delta\omega$:

$$a(\omega_0 - \Delta\omega) \cong a(\omega_0 + \Delta\omega) \text{ şi}$$

$$\tau(\omega_0 - \Delta\omega) \cong \tau(\omega_0 + \Delta\omega)$$

Cele două tipuri de simetrie diferă neesenţial, dacă banda de trecere relativă este îngustă :

$$\left(f_0 \approx f_a = \frac{f_{t1} + f_{t2}}{2}\right)$$

Dacă aceasta este mai mare de circa 5% din frecvenţa centrală, diferenţele devin apreciabile. În proiectarea filtrelor aritmetice-simetrice, există două dificultăţi simultane : 1) Aproximarea caracteristicilor filtrului ; 2) Asigurarea simetriei aritmetice necesare. De regulă simetria în banda de blocare nu-i necesară.

În cazul reţelelor lanţ aproximînd caracteristica de atenuare aritmetic simetric se obţine şi caracteristica de timp de propagare aritmetică simetrică.

4.3. FILTRE SIMETRICE

Filtrele de înaltă frecvenţă, cu caracteristici aritmetice simetrice se realizează de regulă cu circuite cu structuri simetrice. Tratarea acestora se simplifică dacă se ţine seama că parametrilanţ, ai jumătăţii cuadripolului simetric se pot obţine din parametrii cuadripolului iniţial (fig. 4.1).

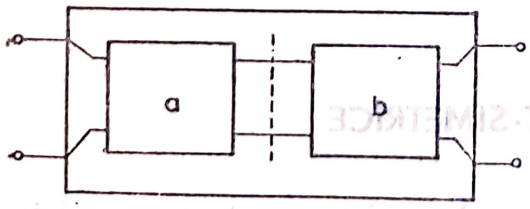


Fig. 4 1. Definirea semisecţionării cuadripolului.

Matricea lanţ $[b]$ a cuadripolului b (fig. 4.1) se obţine din matricea lanţ $[a]$ a cuadripolului a, prin interschimbarea elementelor diagonalei principale ale matricei $[a]$, sau ceea ce este echivalent, prin inversarea şi transpunerea matricei $[a]$.

Scanned with OKEN Scanner

Există următoarea relație între matricea lanț $[A]$ a cuadripolului întreg și matricea $[a]$ a cuadripolului a:

$$[A] = [a] \times [a]^{-1}, \text{ respectiv}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & a_{11} \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

De unde:

$$A_{11} = A_{22} = a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}; \quad A_{12} = 2a_{11}a_{12}; \quad A_{21} = 2a_{11}a_{22}. \tag{4.2}$$

Funcția caracteristică exprimată prin parametrii lanț [1 Cap. 5.6]:

$$K(s) = \frac{F(s)}{G(s)} = \frac{1}{2}(A_{21} + A_{22} + A_{12} - A_{11}) = \frac{1}{2}(A_{21} - A_{12}) = a_{21}a_{22} - a_{11}a_{12} \tag{4.3}$$

Ținînd seama că valoarea determinantului lanț este unu:

$$|a| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1 \tag{4.4}$$

și introducînd notația

$$\Phi(s) = F(s) + G(s) \tag{4.5}$$

se obține adunînd relațiile (4.3) și (4.4)

$$K(s) + 1 = \frac{F(s)}{G(s)} + 1 = \frac{\Phi(s)}{G(s)} = (a_{11} + a_{21})(a_{22} - a_{12}) \tag{4.6}$$

Polinomul $G(s)$, al filtrelor de bandă simetrice este obligatoriu un polinom impar.

Rapoartele $\frac{a_{11}}{a_{21}}$ și $\frac{a_{12}}{a_{22}}$ [1 Cap. 5.6] sînt întotdeauna funcții reactanță și rezultă pentru factorii din relația (4.6) [1 Cap. 5.5]:

$$a_{11} + a_{21} = \frac{\Phi_H(s)}{\mathrm{Ev}[G(s)]} \text{ sau } a_{11} + a_{21} = \frac{\Phi_H(s)}{\mathrm{Od}G(s)} \tag{4.7}$$

și

$$a_{22} - a_{12} = \frac{\Phi_{aH}(s)}{\mathrm{Od}G(s)} \text{ sau } a_{22} - a_{12} = \frac{\Phi_{aH}(s)}{\mathrm{Ev}G(s)} \tag{4.8}$$

unde indicele H respectiv aH se referă la părțile Hurwitz, respectiv anti-Hurwitz ale polinomului $\Phi(s)$:

$$\Phi(s) = \Phi_H(s) \cdot \Phi_{aH}(s) \tag{4.9}$$

iar prin $\mathrm{Ev}(G)$ și $\mathrm{Od}(G)$ s-a înțeles partea pară, respectiv impară, a funcției $G(s)$:

$$G(s) = \mathrm{Ev}\,[G(s)] + \mathrm{Od}\,[G(s)] \tag{4.10}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru raționamentele care urmează, nu este important modul în care se efectuează această descompunere.

Valorile individuale ale parametrilor lanț $[a]$ se deduc din părțile pare, respectiv impare ale relațiilor (4.7) și (4.8).

Se ține seama [1 cap. 5.6] că parametrul lanț a_{11} și a_{22} trebuie să fie funcții pare, iar a_{12} și a_{21} impare.

Rezultă :

$$a_{11} = \frac{\text{Ev } \Phi_H}{\text{Ev } G} \quad \text{sau} \quad \frac{\text{Od } \Phi_H}{\text{Od } G}$$

$$a_{12} = \frac{\pm \text{Ev } \Phi_{aH}}{\text{Od } G} \quad \text{sau} \quad \frac{\pm \text{Od } \Phi_{aH}}{\text{Ev } G}$$

$$a_{21} = \frac{\text{Od } \Phi_H}{\text{Ev } G} \quad \text{sau} \quad \frac{\text{Ev } \Phi_H}{\text{Od } G} \tag{4.11}$$

$$a_{22} = \frac{\mp \text{Od } [\Phi_{aH}]}{\text{Od } G} \quad \text{sau} \quad \frac{\mp \text{Ev } [\Phi_{aH}]}{\text{Ev } G}$$

Realizarea cuadripolului „a" se obține cel mai simplu din sinteza reactanțelor primare în gol și scurt. Ținînd seama de relațiile dintre parametrii lanț, impedanță și admitanță din relația (4.11) se obține :

$$X_{1g} = X_{11} = \frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{\text{Ev } \Phi_H}{\text{Od } \Phi_H} \text{ sau } \frac{\text{Od } \Phi_H}{\text{Ev } \Phi_H} \tag{4.12}$$

$$X_{1sc} = [Y_{11}]^{-1} = \frac{a_{12}}{a_{22}} = -\frac{\text{Ev } \Phi_{aH}}{\text{Od } \Phi_{aH}} \quad \text{sau} \quad -\frac{\text{Od } \Phi_{aH}}{\text{Ev } \Phi_{aH}} \tag{4.13}$$

Se observă că pentru sinteza acestor reactanțe, nu este necesar să se cunoască descompunerea polinomului $G(s)$, în parte pară și impară. Deoarece de regulă structura filtrului se impune, se poate stabili dacă impedanța de intrare la frecvența $s = 0$, prezintă un zerou sau un pol.

După cum aceasta prezintă pol sau zerou, se aleg în ordine părțile pare sau impare. De asemenea din structură se poate stabili dacă pentru sinteză este necesară cunoașterea ambelor reactanțe. Dacă sînt necesare ambele, se începe prin sinteza reactanței de gradul cel mai mic și numai restul se sintetizează cu ajutorul celeilalte reactanțe (Exemplul 4.3).

4.4. APROXIMAREA ÎN CAZUL FILTRELOR ARITMETIC-SIMETRICE

Pentru obținerea unei caracteristici de atenuare și de timp de propagare de grup aritmetic simetrică s-a încercat introducerea unei perechi de zerouri complex conjugate în funcție caracteristică $K(s)$. Aceasta a condus însă la pierderi importante în selectivitatea filtrului. Dispunerea aritmetic simetrică a polilor de atenuare, nu a condus la o simetrizare corespunzătoare în jurul benzii de trecere.

Scanned with OKEN Scanner

O simetrie aritmetică mai bună se obține, dacă zerourile și nu polii sînt dispuși aritmetic simetric. Aceasta se obține prin dispunerea corespunzătoare a unui pol la o frecvență finită ($\neq 0$), iar în cazul filtrelor parametrice, prin alegerea judicioasă a parametrului α [1 Cap. 8].

4.4.1. Comportarea maxim plată în banda de trecere

Dacă se alege ca frecvență nominală, media aritmetică dintre frecvențele limită de trecere inferioară și superioară, atunci se obține pentru frecvențele limită de trecere normate :

$$\omega_{t_1} = 1 - \Delta\omega_t \tag{4.14}$$

$$\omega_{t_2} = 1 + \Delta\omega_t \tag{4.15}$$

unde $\Delta\omega_t = \dfrac{f_{t_1} - f_{t_2}}{f_{t_1} + f_{t_2}}$ este jumătate din banda relativă de trecere.

În cazul comportării maxim — plate cea mai bună simetrie aritmetică se obține, dacă zeroul multiplu al atenuării este dispus la frecvența medie (nominală) $\omega = \omega_0$.

Funcția caracteristică $K(s)$ în acest caz este de forma :

$$K(s) = e\,\frac{(s^2 - \alpha^2)\,(s^2 + 1)^{\frac{m}{2}-1}}{s^{n_0}\prod_{i=1}^{n}(s^2 + \omega_{\infty i}^2)} \tag{4.16}$$

Simetria aritmetică se obține impunînd condiții ca modulul funcției $K(j\omega)$ să aibă aceeași valoare la frecvențele limită de trecere.

Aceasta se poate obține fie prin alegerea corespunzătoare a parametrului α, fie dacă aceasta nu este posibil printr-o dispunere specială a unuia sau mai multor poli de atenuare la frecvențe finite ($\neq 0$).

Determinarea parametrului α

Parametrul α se determină impunînd condiția ca valoarea funcției caracteristice la capetele benzii de trecere să fie aceeași :

$$|K(j\omega_{t_1})| = |K(j\omega_{t_2})| \tag{4.17}$$

Introducînd notația :

$$A_\alpha(\omega) = \frac{|1 - \omega^2|^{\frac{n}{2}-1}}{\omega^{n_0}\cdot\prod_{i=1}^{n}|\omega_{\infty i}^2 - \omega^2|} \tag{4.18}$$

se obține :

$$\alpha^2 = \frac{\omega_{t2}^2\,A_\alpha(\omega_{t2}) - \omega_{t1}^2\,A_\alpha(\omega_{t_2})}{A_\alpha(\omega_{t1}) - A_\alpha(\omega_{t2})} \tag{4.19}$$

Constanta C se determină impunînd condiția ca la frecvența limită de trecere (de exemplu ω_{t2}) aceasta să aibă valoarea dorită K_t.

Scanned with OKEN Scanner

Se obține

$$C = K_t[(\omega_{t2}^2 + \alpha^2) A_\alpha(\omega_{t2})]^{-1} \tag{4.20}$$

Stabilirea frecvenței polului $\omega_{\infty n}$

Dacă simetria aritmetică se dorește să se obțină prin dispunerea corespunzătoare a frecvenței polului $\omega_{\infty n}$, atunci folosind notația:

$$A_n(\omega) = \frac{(\omega^2 + \alpha^2)(1 - \omega^2)^{\frac{m}{2}-1}}{\omega^{n_0} \prod_{i=1}^{n-1} |\omega_{\infty i}^2 - \omega^2|} \tag{4.21}$$

și procedînd similar ca în cazul anterior, se obține:

$$\omega_{\infty n} = \frac{\omega_{t1}^2 A_n(\omega_{t2}) - \omega_{t2}^2 A_n(\omega_{t1})}{A_n(\omega_{t2}) - A_n(\omega_{t1})} \tag{4.22}$$

iar pentru constanta C

$$C = K_t |\omega_{\infty n}^2 - \omega_{t2}^2| A_n^{-1}(\omega_{t2}) \tag{4.23}$$

Aproximarea Cebîșev a atenuării în banda de trecere

În cazul filtrelor de înaltă frecvență, în general se impun valori diferite pentru atenuarea a_T, maximă permisă (în raport cu mijlocul benzii de trecere) la limitele benzii de trecere ($\omega = \omega_{T1}$ și $\omega = \omega_{T2}$) și atenuarea a_t, într-o bandă mai largă în care se controlează atenuarea de trecere fig. 4.2.

Se obișnuiește ca în locul atenuării a_T să se prescrie valoarea corespunzătoare a factorului de reflexie ρ. Relația dintre funcția caracteristică și ρ este [1 cap. 4.5]:

$$K_T = \sqrt{10^{0,1\,a_T} - 1} = (\rho^{-2} - 1)^{-1/2}$$

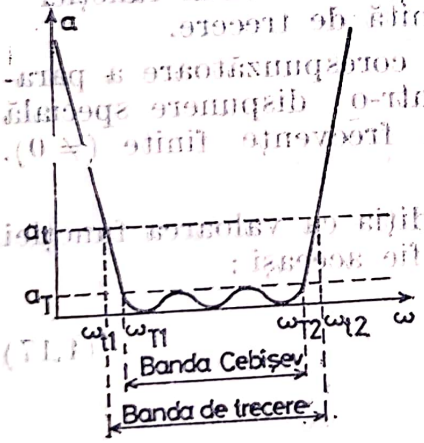


Fig. 4.2 Caracteristica de atenuare cu comportare Cebîșev în banda de trecere.

Dacă atenuarea în banda de trecere nu are o comportare maxim plată ci una Cebîșev, atunci pentru aceeași configurație se obține o selectivitate mai bună.

Simetria aritmetică necesară se asigură în acest caz, dacă atît frecvențele limită inferioară și superioară de trecere (ω_{t1} și ω_{t2}), cît și limitele benzii aproximată Cebîșev (ω_{T1} și ω_{T2}) sînt dispuse aritmetic simetric, respectiv

$$\omega_{T1} = 1 - \Delta\omega_T \tag{4.24}$$
$$\omega_{T2} = 1 + \Delta\omega_T$$

Dacă limitele benzii „Cebîșev" (fig. 4.2) nu sînt identice cu cele ale benzii de trecere, atunci acestea nu sînt cunoscute și trebuiesc determinate. Aceasta se obține cel mai simplu printr-un procedeu iterativ de optimizare (de exemplu prin divizarea intervalului) avînd grijă ca prin alegerea corespunzătoare a parametrului α sau a frecvenței polului $\omega_{\infty n}$, să fie îndeplinită condiția:

$$|K(j\omega_{t1})| = |K(j\omega_{t2})|$$

Scanned with OKEN Scanner

Aceasta înseamnă însă că funcția caracteristică a cărei valoare maximă în banda Cebîșev este K_T, va avea loc limitele benzii de trecere, valoarea impusă K_t.

După cum această valoare este mai mică sau mai mare decît K_t, la următoarea iterație $\Delta\omega_T$, trebuie să fie ales mai mic sau mai mare.

În afară de stabilirea corespunzătoare a lui $\Delta\omega_T$, celelalte etape de calcul este indicat să fie efectuate în planul z, respectiv [1 Cap. 8] folosind transformarea :

$$z^2 = \frac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}} \left| \frac{s^2 + \omega_{T1}}{s^2 + \omega_{T2}} \right| \tag{4.25}$$

Această transformare, transformă frecvențele limită de trecere, pe axa reală a planului z în punctele :

$$x_{t1,t2} = \sqrt{\frac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}} \frac{\omega_{T1}^2 - \omega_{t1,t2}^2}{\omega_{T2}^2 - \omega_{t1,t2}^2}} \tag{4.26}$$

Condițiile de simetrie $|K(j\omega_{t1})| = |K(k\omega_{t2})$ se înlocuiesc cu condițiile corespunzătoare

$$L(x_{t1}) = L(x_{t2}) \tag{4.27}$$

unde $L(x)$ este funcția de pierdere [1 Cap. 8.5].

Determinarea parametrului α

Parametrul α se determină similar cu cazul aproximării maxim plate, impunînd condiția din relația 4.27. Introducînd notația :

$$A_\alpha(x) = \left| \frac{x + x_0}{x - x_0} \right|^{\frac{n_0}{2}} \left| \frac{x + x_\infty}{x - x_\infty} \right|^{\frac{n_\infty}{2}} \prod_{i=1}^{n} \left| \frac{x + x_i}{x - x_i} \right| \tag{4.28}$$

se obține relația din care se poate determina x_α :

$$\left| \frac{x_\alpha - x_{t2}}{x_\alpha + x_{t2}} \right| A(x_{t2}) = \left| \frac{x_\alpha - x_{t1}}{x_\alpha + x_{t1}} \right| A_\alpha(x_{t1}) \tag{4.29}$$

Notînd în continuare :

$$B_\alpha = \frac{1}{2}(x_{t2} - x_{t1}) \frac{A_\alpha(x_{t2}) - A_\alpha(x_{t1})}{A_\alpha(x_{t2}) + A_\alpha(x_{t1})} \tag{4.30}$$

se obține relația finală :

$$x_\alpha = B_\alpha + \sqrt{x_{t1}\, x_{t2} + B_\alpha^2} \tag{4.31}$$

Această soluție este utilizabilă, numai dacă este îndeplinită condiția [1 Cap. 9]

$$x_0 < x_\alpha < x_\infty \tag{4.32}$$

Scanned with OKEN Scanner

Determinarea frecvenței polului $\omega_{\infty n}$

Dacă se utilizează pentru simetrizarea aritmetică poziția polului $\omega_{\infty n}$ și se introduce notația:

$$A_n(x) = \left|\frac{x - x_\alpha}{x + x_\alpha}\right| \left|\frac{x + x_0}{x - x_0}\right|^{\frac{n_0}{2}} \left|\frac{x + x_\alpha}{x - x_\alpha}\right|^{\frac{n_\infty}{2}} \prod_{i=1}^{n-1} \frac{x + x_i}{x - x_i} \tag{4.33}$$

se obține relația pentru determinarea lui x_n(x_n este transformata $\mathcal{Z}$ a frecvenței polului $\omega_{\infty n}$)

$$\left|\frac{x_n + x_{t2}}{x_n - x_{t2}}\right| A_n(x_{t2}) = \left|\frac{x_n - x_{t1}}{x_n + x_{t1}}\right| A_n(x_{t1}) \tag{4.34}$$

Notînd în continuare:

$$B_n = -\frac{1}{2}(x_{t2} - x_{t1}) \frac{A_n(x_{t2}) - A_n(x_{t1})}{A_n(x_{t2}) + A_n(x_{t1})} \tag{4.35}$$

se obține în final:

$$x_n = B_n + \sqrt{x_{t1}\, x_{t2} + B_n^2} \tag{4.36}$$

După determinarea valorilor x_α respectiv x_n rezultă expresia pentru funcția de pierdere $L(x)$:

$$L(x) = \left|\frac{x - x_\alpha}{x + x_\alpha}\right| \left|\frac{x + x_0}{x - x_0}\right|^{\frac{n_2}{2}} \left|\frac{x + x_\infty}{x - x_\infty}\right|^{\frac{n_\infty}{2}} \prod_{i=1}^{n} \left|\frac{x + x_i}{x - x_i}\right| \tag{4.37}$$

Cunoscînd valorile maxime permise ale atenuării în banda de trecere a_t și în banda Cebîșev a_T în baza relației generale [1 Cap. 4.5]:

$$a = 20 \lg(1 + |K|^2)$$

se pot determina și valorile funcției caracteristice respectiv K_t și $K_T = \varepsilon$.

Ținînd seama de relația [1 cap. 8.5] dintre funcția caracteristică $K(z)$ și funcția de pierdere $L(z)$

$$K(z) = \frac{\varepsilon}{2}\left[L(z) + \frac{1}{L(z)}\right]$$

se obține: $L_t = \frac{K_t}{K_T} + \sqrt{\left(\frac{K_t}{K_T}\right)^2 - 1}$ (4.38)

După cum s-a menționat, banda Cebîșev se determină cu ajutorul unui procedeu iterativ. Drept criteriu, se minimizează abaterea relativă a funcției L_{t1} și L_{t2} față de valoarea impusă L_t. Criteriul de iterație este deci:

$$M(\Delta\omega_T) = \begin{cases} \left|\frac{L(x_{t1})}{L_t}\right| - 1 \overset{!}{=} 0 \\ \left|\frac{L(x_{t2})}{L_t}\right| - 1 \overset{!}{=} 0 \end{cases} \tag{4.39}$$

Scanned with OKEN Scanner

4.5. FILTRE DE BANDĂ CONVENȚIONALE FORMATE DIN DOUĂ CIRCUITE CUPLATE

Caracteristica de atenuare — frecvență și schema de principiu a unui filtru de bandă format din două circuite cuplate sînt ilustrate în fig. 4.3.

Dacă se ține seama de schema echivalentă în π a transformatorului (1, Cap. 38) atunci rezultă circuitul echivalent din fig. 4.4.

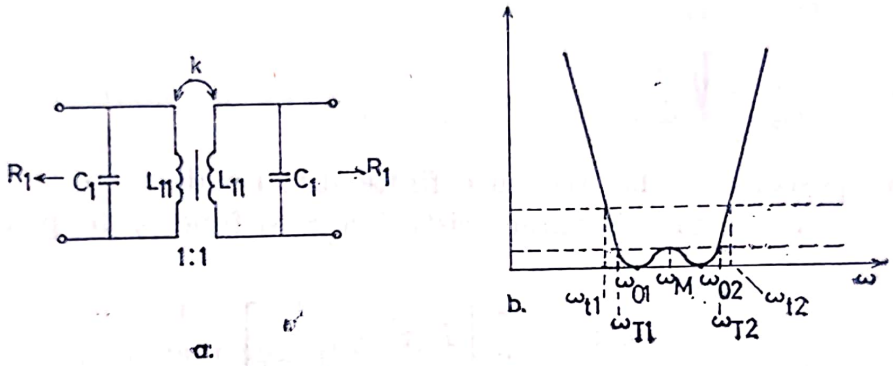


Fig. 4.3. Filtru format din două circuite cuplate: *a* — Schema de principiu; *b* — Caractristica de atenuare.

Examinînd cu ajutorul procedeului descris în [1 cap. 6.7] numărul polilor de la zero și infinit rezultă că acest filtru posedă un pol la zero și 3 poli la infinit.

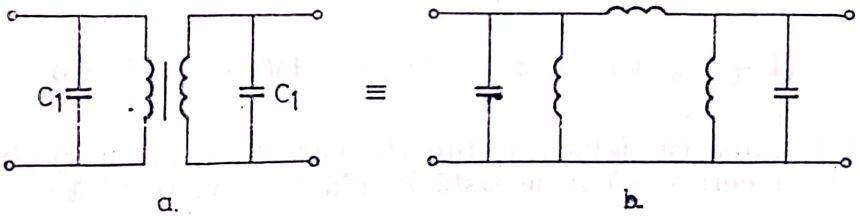


Fig. 4.4. Circuit echivalent în Π

Funcția caracteristică care realizează acești poli este dată de relația:

$$K(s) = C\,\frac{(s^2 + \omega_{01}^2)(s^2 + \omega_{02}^2)}{s} \tag{4.40}$$

Dacă se notează cu a_T atenuarea maximă permisă în banda de trecere (aproximare Cebîșev sau Butterworth) și cu a_t atenuarea de control pentru simetrie aritmetică, atunci funcția caracteristică corespunzătoare acestor valori în baza relației [1 cap. 4.5]:

$$a = \lg |H| = 10 \lg (1 + |K|^2)$$

va fi

$$K_T = \sqrt{10^{0,1a_T} - 1}$$

$$K_t = \sqrt{10^{0,1a_t} - 1} \tag{4.41}$$

Scanned with OKEN Scanner

Utilizînd transformarea z' și ținînd seamă că filtrul din fig. 4.3 posedă un pol la frecvența zero ($n_0 = 1$) și 3 poli la infinit ($n_\infty = 3$), funcția de pierdere [1 cap. 8.5] $L(z)$ rezultă de forma :

$$L(z) = \left(\frac{z + x_0}{z - x_0}\right)^{\frac{n_0}{2}} \left(\frac{z + x_\infty}{z - x_\infty}\right)^{\frac{n_\infty}{2}} = \left(\frac{z + x_0}{z - x_0}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{z + x_\infty}{z - x_\infty}\right)^{3/2} \tag{4.42}$$

unde $$z^2 = \frac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}} \frac{\omega_{T1}^2 + s^2}{\omega_{T2}^2 + s^2}$$

și $$x_0 = \frac{1}{x_\infty} = \sqrt{\frac{\omega_{T1}}{\omega_{T2}}} \tag{4.43}$$

(filtrul nu posedă poli la frecvențe finite diferite de zero).

Relația dintre funcția caracteristică $K(z)$ și funcția de pierdere $L(z)$ este :

$$K(z) = \frac{\varepsilon}{2}\left[L(z) + \frac{1}{L(z)}\right] \tag{4.44}$$

Rezultă că rădăcinile funcției caracteristice sînt date de relația

$$K(z) = 0 \rightarrow L^2(z) + 1 = 0 \tag{4.45}$$

Din relația (4.43) și (4.45) se obține :

$$(1 + x_\infty z)(x_\infty + z)^3 + (x_\infty z - 1)(z - x_\infty)^3 = 0$$

Ținînd seama că rădăcinile funcției caracteristice $K(z)$ sînt dispuse în banda de trecere și că în această bandă $z = jy$, rezultă :

$$x_\infty [y^4 - 3y^2(1 + x_\infty^2) + x_\infty^2] = 0$$

și deci

$$y_{0\nu}^2 = \frac{3}{2}(x_\infty^2 + 1) \pm \sqrt{\frac{9}{4}(x_\infty^2 + 1)^2 - x_\infty^2} \tag{4.46}$$

Rădăcinile ω_{01} și ω_{02} se obțin din valorile $y_{01,2}$, folosind transformarea inversă din relația (4.43)

$$\omega_{0\nu}^2 = \frac{y_{0\nu}^2 + x_\infty^2}{x_\infty^2\, \omega_{t1}^2 + y_{0\nu}^2\, \omega_{t2}^2} \tag{4.47}$$

Constanta C se determină impunînd condiția ca la frecvența limită de trecere (de exemplu ω_{t2}) funcția caracteristică să aibă valoarea prescrisă adică :

$$C = \frac{\omega_{t2}\, K_t}{(\omega_{t2}^2 - \omega_{01}^2)(\omega_{t2}^2 - \omega_{02}^2)} \tag{4.48}$$

Scanned with OKEN Scanner

Cunoscînd constanta C și frecvențele ω_{01} și ω_{02} funcția caracteristică $K(s)$ este complet determinată respectiv :

$$K(s) = C\frac{(s^2+\omega_{01}^2)(s^2+\omega_{02}^2)}{s}$$

Acest procedeu este valabil pentru cazul în care frecvențele limită de trecere și frecvențele care limitează banda aproximată Cebîșev coincid.

În cazul general, ilustrat în figura 4.5, în banda aproximată Cebîșev se impune o valoare a atenuării a_T mai mică decît în banda de trecere a_t.

În acest caz parametrii funcției caracteristice nu se mai pot calcula explicit, deoarece banda de frecvență Cebîșev nu este cunoscută. Parametrii se calculează în acest caz pe baza unui procedeu iterativ.

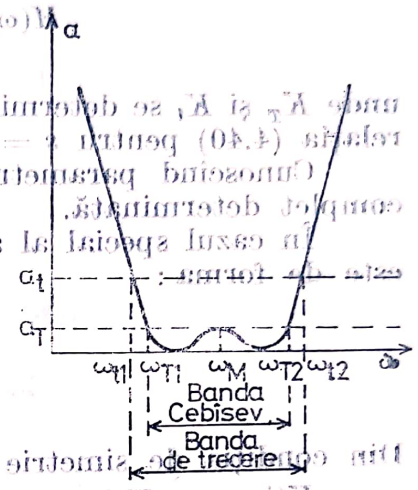


Fig. 4.5. Definirea benzilor de trecere

Frecvența ω_M la care atenuarea prezintă o valoare maximă (fig. 4.5) în banda de trecere, se determină din relația :

$$\frac{dK(j\omega)}{d\omega} = 0$$

respectiv

$$\frac{d\,|K(j\omega)|}{d\omega} = \frac{d}{d\omega}\left[C\frac{(\omega_{01}^2-\omega^2)(\omega_{02}^2-\omega^2)}{\omega}\right] \tag{4.49}$$

Dacă $\frac{dK(j\omega)}{d\omega_M} = 0$ din relația (4.49) se obține :

$$\omega_M^2 = \frac{1}{6}\left[(\omega_{01}^2+\omega_{02}^2) + \sqrt{(\omega_{01}^2+\omega_{02}^2)^2 + 12\,\omega_{01}^2\,\omega_{02}^2}\right] \tag{4.50}$$

Din condiția de simetrie aritmetică, respectiv ca valoarea atenuării și deci și a funcției caracteristice la cele două frecvențe ω_{t1} și ω_{t2} să fie aceeași, adică

$$|K(\omega_{t1})| = |K(\omega_{t2})|$$

se obține o relație între frecvențele ω_{01} și ω_{02} ;

$$\omega_{02}^2 = \omega_{t1}\,\omega_{t2}\,\frac{\omega_{t2}(\omega_{t2}^2-\omega_{01}^2) + \omega_{t1}(\omega_{t1}^2-\omega_{01}^2)}{\omega_{t1}(\omega_{t2}^2-\omega_{01}^2) + \omega_{t2}(\omega_{t1}^2-\omega_{01}^2)} \tag{4.51}$$

Constanta C se determină similar cu cazul precedent, respectiv impunînd condiția ca la frecvența ω_{t_2} funcția caracteristică $|K(j\omega)|$ să aibă valoarea

Scanned with OKEN Scanner

prescrisă, respectiv :

$$C = \frac{\omega_{t2} K_t}{(\omega_{t2}^2 - \omega_{01}^2)(\omega_{t2}^2 - \omega_{02}^2)} \tag{4.52}$$

Frecvența ω_{01} se determină printr-un procedeu iterativ, criteriul de minimizare fiind dat de relația :

$$M(\omega_{01}) = \left| \frac{K(j\omega_M)}{K(j\omega_{t2})} \right| \frac{K_T}{K_t} - 1 \stackrel{!}{=} 0 \tag{4.53}$$

unde K_T și K_t se determină în baza relației (4.41) iar $K(j\omega)$ este dat de relația (4.40) pentru $s = j\omega$.

Cunoscînd parametrii C, ω_{01}, ω_{02} funcția caracteristică $K(s)$ este complet determinată.

În cazul special al aproximării maxim plate funcția caracteristică este de forma :

$$\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0 \quad \text{și}$$

$$K(s) = C \frac{(s^2 + \omega_0^2)^2}{s} \tag{4.54}$$

Din condiția de simetrie

$K(j\omega_{t1}) = K(j\omega_{t2})$ rezultă

$$\omega_0^2 = \frac{\omega_{t1}^2 \sqrt{\omega_{t2}} + \omega_{t2}^2 \sqrt{\omega_{t1}}}{\sqrt{\omega_{t1}} + \sqrt{\omega_{t2}}} \tag{4.55}$$

iar constanta C se determină în baza relației (4.54) respectiv :

$$C = \frac{\omega_{t2} K_t}{(\omega_{t2}^2 - \omega_0^2)^2} \tag{4.56}$$

Realizarea circuitului

Elementele circuitului filtrului format din două circuite cuplate (fig. 4.3) se pot calcula explicit în funcție de parametrii funcției caracteristice $K(s)$.

În acest scop este necesar să se stabilească parametrii lanț A. Pentru aceasta este posibil, fie să se calculeze elementele circuitului echivalent π din fig. 4.4 *b* și parametrii lanț ai acesteia în baza relațiilor din [1, Tabel 3.6], fie să se calculeze acești parametri prin înmulțirea parametrilor lanț ai circuitelor parțiale din fig. 4.6.

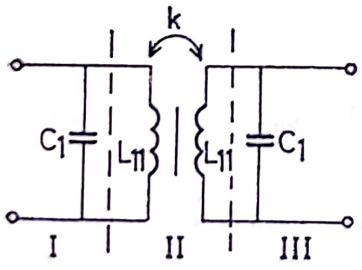


Fig. 4.6. Descompunerea circuitului din fig. 4.4.a în cuadripoli elementari.

Ținînd seama de relațiile pentru parametrii lanț ai fiecărui cuadripol parțial I, II, III [1, Tabelul 4.5] se obține pentru parametrii lanț ai întregului circuit :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & sL_{11} & \frac{\sigma}{k} \\ \frac{1}{sL_{11}k} & \frac{1}{k} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC_1 & 1 \end{bmatrix}$$

Scanned with OKEN Scanner

respectiv

$$A_{11} = A_{22} = s^2 L_{11} C_1 \frac{\sigma}{k} + \frac{1}{k}$$

$$A_{12} = s L_{11} \frac{\sigma}{k}$$

$$A_{21} = s^3 L_{11} C_1^2 \frac{\sigma}{k} + \frac{2C_1}{k} s + \frac{1}{s L_{11} \cdot \sigma} \tag{4.57}$$

unde $\sigma = 1 - k^2$

Relația dintre funcția caracteristică $K(s)$ și parametrii lanț $[A]$ este [1]:

$$K(s) = \frac{1}{2}(A_{22} + A_{21} - A_{12} - A_{11}) \tag{4.58}$$

în cazul cuadripolilor simetrici $A_{11} = A_{22}$ și deci:

$$K(s) = \frac{1}{2}(A_{21} - A_{12}) \tag{4.59}$$

Înlocuind parametrii A_{21} și A_{12} din relația (4.57) se obține:

$$K(s) = s L_{11} \frac{\sigma}{k}(s^2 C_1^2 - 1) + \frac{2C_1}{k} s + \frac{1}{s L_{11} k} \tag{4.60}$$

Expresia funcției caracteristice obținute din relația (4.40) rezultă:

$$K(s) = C \frac{s^4 + s^2(\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2) + \omega_{01}^2 \omega_{02}^2}{s} \tag{4.61}$$

Identificînd coeficienții din relațiile (4.60) și (4.61) se deduc relațiile:

$$C = \frac{1}{2} L_{11} C_1^2 \frac{\sigma}{k} \tag{4.62}$$

$$\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2 = 1 \frac{1}{L_{11} C_1 \sigma} - \frac{1}{C_1^2}$$

$$\omega_{01}^2 \omega_{02}^2 = \frac{1}{L_{11}^2 C_1^2 \sigma}$$

Din condiția $\omega_{01} = \omega_{02}$ se obțin relațiile pentru cazul special al filtrelor maxim-plate.

Relațiile (4.62) constituie un sistem de 3 ecuații cu necunoscutele L_{11}, C_1 și $k(\sigma = 1 - k^2)$.

În vederea rezolvării sistemului se introduc notațiile:

$$z = \omega_{01} \cdot \omega_{02} \; L_{11} C_1 \tag{a}$$

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{01}}{\omega_{02}} + \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}\right) \tag{b}$$

$$b = (8 C^2 \omega_{01}^3 \omega_{02}^3)^{-1} \tag{4.63}$$

Scanned with OKEN Scanner

respectiv

$$A_{11} = A_{22} = s^2 L_{11} C_1 \frac{\sigma}{k} + \frac{1}{k}$$

$$A_{12} = sL_{11} \frac{\sigma}{k}$$

$$A_{21} = s^3 L_{11} C_1^2 \frac{\sigma}{k} + \frac{2C_1}{k} s + \frac{1}{sL_{11} \cdot \sigma} \tag{4.57}$$

unde $\sigma = 1 - k^2$

Relația dintre funcția caracteristică $K(s)$ și parametrii lanț $[A]$ este [1]:

$$K(s) = \frac{1}{2}(A_{22} + A_{21} - A_{12} - A_{11}) \tag{4.58}$$

în cazul cuadripolilor simetrici $A_{11} = A_{22}$ și deci:

$$K(s) = \frac{1}{2}(A_{21} - A_{12}) \tag{4.59}$$

Înlocuind parametrii A_{21} și A_{12} din relația (4.57) se obține:

$$K(s) = sL_{11} \frac{\sigma}{k}(s^2 C_1^2 - 1) + \frac{2C_1}{k} s + \frac{1}{sL_{11} k} \tag{4.60}$$

Expresia funcției caracteristice obținute din relația (4.40) rezultă:

$$K(s) = C \frac{s^4 + s^2(\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2) + \omega_{01}^2 \omega_{02}^2}{s} \tag{4.61}$$

Identificînd coeficienții din relațiile (4.60) și (4.61) se deduc relațiile:

$$C = \frac{1}{2} L_{11} C_1^2 \frac{\sigma}{k} \tag{4.62}$$

$$\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2 = 1 \frac{1}{L_{11} C_1 \sigma} - \frac{1}{C_1^2}$$

$$\omega_{01}^2 \omega_{02}^2 = \frac{1}{L_{11}^2 C_1^2 \sigma}$$

Din condiția $\omega_{01} = \omega_{02}$ se obțin relațiile pentru cazul special al filtrelor maxim-plate.

Relațiile (4.62) constituie un sistem de 3 ecuații cu necunoscutele L_{11}, C_1 și $k(\sigma = 1 - k^2)$.

În vederea rezolvării sistemului se introduc notațiile:

$$z = \omega_{01} \cdot \omega_{02} \; L_{11} C_1 \tag{a}$$

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{01}}{\omega_{02}} + \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}\right) \tag{b}$$

$$b = (8\,C^2\,\omega_{01}^3\,\omega_{02}^3)^{-1} \tag{4.63}$$

Scanned with OKEN Scanner

Cu aceste notaţii relaţiile (4.62) devin :

$$C = \frac{zC_1(1 - k^2)}{2k\,\omega_{01}\,\omega_{02}} \qquad (a)$$

$$2a = \frac{2}{z(1 - k^2)} - \frac{1}{C_1^2\,\omega_{01}\,\omega_{02}} \qquad (b)$$

$$z^2 = \frac{1}{1 - k^2} \qquad (c) \quad (4.64)$$

Din relaţia (4.64*c*) se obţine :

$$k = \sqrt{1 - z^{-2}} \qquad (4.65)$$

şi cu aceasta din relaţia (4.64 *a*)

$$C_1^2 = 4C^2\,\omega_{01}^2\,\omega_{02}^2\left(z - \frac{1}{z}\right) \qquad (4.66)$$

Înlocuind relaţia (4.65) şi (4.66) în (4.64 b) se obţine o ecuaţie de gradul 3, respectiv

$$z^3 - az^2 - z + a - b = 0 \qquad (4.67)$$

Pentru rezolvarea acesteia se fac substituţiile

$$x = z - \frac{a}{3} \qquad (a)$$

$$u = \left(\frac{a}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \qquad (b)$$

$$v = \frac{a}{3}\left[1 - \left(\frac{a}{3}\right)^2\right] - \frac{b}{2} \qquad (c) \quad (4.68)$$

şi se obţine o nouă ecuaţie

$$x^3 - 3ux + 2v = 0 \qquad (4.69)$$

Deoarece $k \leqslant 1$ din relaţia (4.65) rezultă $z \geqslant 1$.

Din acest motiv din cele 3 soluţii ale ecuaţiei (4.69), se reţin acelea, care în baza relaţiei (4.68*a*) verifică relaţia

$$x \geqslant 1 - \frac{a}{3} \qquad (4.70)$$

Folosind metoda trigonometrică de rezolvare a ecuaţiei (4.69), şi introducînd notaţia :

$$\varphi = \arccos\frac{v}{u\sqrt{u}} \qquad (4.71)$$

se obţine soluţia pentru x

$$x = 2\sqrt{u}\cos\left[\frac{1}{3}(\pi - \varphi)\right] \qquad (4.72)$$

Scanned with OKEN Scanner

Înlocuind această valoare în relațiile corespunzătoare se obțin relațiile pentru calculul elementelor componente.

Relații recapitulative:

Pornind de la parametrii funcției caracteristice

$$K(s) = C\,\frac{(s^2+\omega_{01}^2)(s^2+\omega_{02}^2)}{s}$$

se calculează elementele circuitului din fig. 4.3 pe baza următoarelor relații:

1) $$a = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{01}}{\omega_{02}} + \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}\right)$$

$$b = (8C^2\omega_{01}^3\,\omega_{02}^3)^{-1}$$

2) $$u = \left(\frac{a}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}$$

$$v = \frac{a}{3}\left[1 - \left(\frac{a}{3}\right)^2\right] - \frac{b}{2}$$

3) $$\varphi = \arccos\frac{v}{u\sqrt{u}}$$

$$z = \frac{a}{3} + 2\sqrt{u}\,\cos\left[\frac{1}{3}(\pi - \varphi)\right]$$

4) $$k = \sqrt{1 - z^{-2}}$$

$$C_1 = \frac{2C\,\omega_{01}\,\omega_{02}\,k}{z(1-k^2)}$$

$$L_{11} = \frac{z}{\omega_{01}\,\omega_{02}\,C_1} \qquad (4.73)$$

Dacă circuitul se conectează între rezistențele de închidere diferite $R_1 \neq R_2$, atunci filtrul se calculează mai întîi pentru sarcini egale $R_1 = R_2$.

Calculul pentru sarcina secundară dorită R_2 se face pe baza circuitului din fig. 4.7.

Calculul timpului de propagare de grup

Pentru calculul timpului de propagare $\tau(\omega)$ este necesar să se calculeze polinomul $E(s)$ de la numărătorul funcției de transmisie $H(s)$ dată de relația:

$$H(s) = \frac{1}{2}\,(A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22})$$

Notînd

$$E(s) = \prod_{\nu=1}^{2}(s^2 - 2\alpha_\nu s + \gamma_\nu^2) \qquad (4.74)$$

$(\alpha_\nu < 0)$

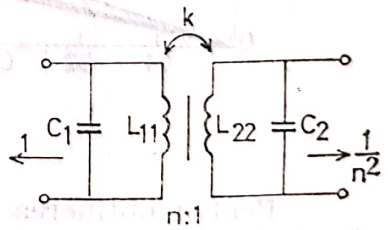


Fig. 4.7. Filtru de bandă cu sarcini inegale:

$$n = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\,;\quad L_{22} = \frac{L_{11}}{n^2}\,;$$

$$C_2 = n^2 C_1$$

se obține prin identificarea coeficienților parametrilor lanț:

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\,\omega_{01}\,\omega_{02}}{1-k^2} - \omega_{01}^2 - \omega_{02}^2}$$

$$\gamma_1^2 = \omega_{01}\,\omega_{02}\sqrt{\frac{1-k}{1+k}}$$

$$\gamma_2^2 = \omega_{01}\,\omega_{02}\sqrt{\frac{1+k}{1-k}} \qquad (4.75)$$

În baza relației 10.10 se obține pentru timpul de propagare de grup(Cap 10):

$$\tau(\omega) = -2\alpha \sum_{\nu=1}^{2} \frac{\gamma_\nu^2 + \omega^2}{(\gamma_\nu^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\,\omega^2} \qquad (4.76)$$

Condiții de realizabilitate

Filtrele de bandă convenționale formate din două circuite cuplate conduc la valori realizabile practic, numai pentru lărgimi de bandă relative, definite la 3 dB, mai mari de 30%. În fig. 4.8 se indică dependența inductanței L_{11} a circuitului din fig. 4.3 în funcție de lărgimea de bandă relativă definită la 3 dB, pentru cazul frecvenței centrale $f_0 = 70$ MHz și rezistențele de sarcină $R_1 = R_2 = 75\Omega$ [5]:

Valorilor $a_M = 0{,}425$ dB, respectiv $a_M = 0{,}828$ dB le corespund valori pentru $H(j\omega_M) = 1{,}05$ respectiv 1,1.

Se observă că valoarea limită a inductanței care se poate reproduce de circa 40 nH, în cazul cel mai favorabil al aproximării maxim-plate, corespunde unei lărgimi de bandă relative de circa 30%.

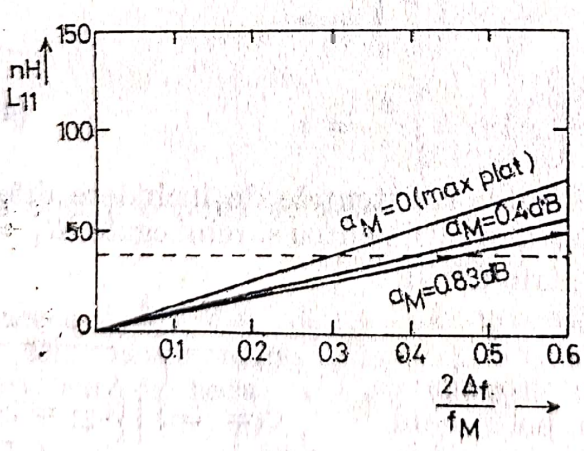


Fig. 4.8. Dependența inductanței L_{11} de lărgimea de bandă relativă (definită la 3 dB).

Pentru obținerea unor inductanțe de valori convenabile și pentru lărgimi de bandă relative mai mici se vor folosi după cum se va vedea filtre parametrice [1 cap. 9].

Exemplul 4.1. Să se proiecteze un filtru trece bandă, maxim plat în banda de trecere, format din două circuite cuplate (fig. 4.9).

Frecvența centrală este de 70 MHz, rezistențele de închidere $R_1 = R_2 = 75\,\Omega$, iar lărgimea de bandă definită a 3 dB va fi de $2\Delta\omega_t = 0{,}6$ și de tip aritmetic simetric.

Să se calculeze elementele circuitului și pentru cazul $R_2 = 300\Omega$.

Scanned with OKEN Scanner

Soluție :

Ținînd seama de notațiile din fig. 4.9*b* rezultă

$$\omega_{t1} = 1 - \Delta\omega_t = 0{,}7$$

$$\omega_{t2} = 1 + \Delta\omega_t = 1{,}3$$

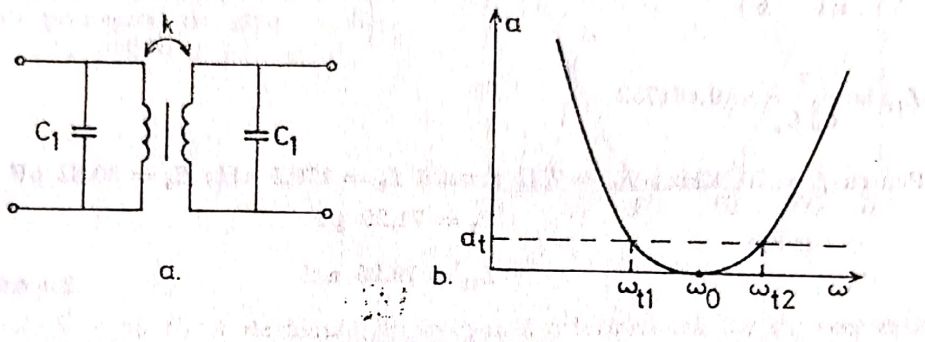


Fig. 4.9. Filtru de bandă format din două circuite cuplate :
a — Schema de principiu ; *b* — caracteristica de atenuare maxim-plată.

Valoarea funcției caracteristice K_t la 3 dB, în baza relației 4.41 este

$$K_t = \sqrt{10^{0{,}1a_t} - 1} = 1$$

Pentru parametrii funcției caracteristice

$$K(s) = C\,\frac{(s^2 + \omega_0^2)^2}{s}$$

în baza relațiilor (4.55) și (4.56) :

$$\omega_0^2 = \frac{\omega_{t1}^2\sqrt{\omega_{t2}} + \omega_{t2}^2\sqrt{\omega_{t1}}}{\sqrt{\omega_{t1}} + \sqrt{\omega_{t2}}} = 0{,}997878$$

$$C = \frac{\omega_{t2}\,K_t}{(\omega_{t2}^2 - \omega_0^2)^2} = 2{,}707368$$

Faptul că valoarea lui ω_0 este foarte apropiată de frecvența centrală $\omega_0 = 1$, face să se întrevadă o bună simetrie aritmetică.

Cu acești parametri se obține, ținînd seama de relațiile 4.73 :

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{01}}{\omega_{02}} + \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}\right) = 1 \quad \text{deoarece } \omega_1\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$$

$$b = (8\,C^2\,\omega_{01}^3\,\omega_{02}^3)^{-1} = 0{,}0170530567$$

$$u = \left(\frac{a}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

$$v = \frac{a}{3}\left[1 - \left(\frac{a}{3}\right)^2\right] - \frac{b}{2} = 0{,}287769$$

$$\varphi = \arccos\frac{v}{u^{3/2}} = 0{,}240486$$

Scanned with OKEN Scanner

$$z = \frac{a}{3} + 2\sqrt{u}\cos\left[\frac{1}{3}\ (\pi - \varphi)\right] = 0{,}916922$$

$$k = \sqrt{1 - z^{-2}} = 0{,}399671$$

$$C_1 = \frac{2C\,\omega_0^2\,k}{z(1-k^2)} = 2{,}351628$$

$$L_{11} = \frac{z}{\omega_0^2\,C_1} = 0{,}464752$$

Pentru $f_c = 70$ MHz; $R_0 = 75\Omega$ rezultă $L_0 = 170{,}5$ nH; $C_0 = 30{,}32$ pF

Deci

$$C_1 = 71{,}29 \text{ pF}$$

$$L_{11} = 79{,}25 \text{ nH}$$

$$k = 0{,}39967$$

Pentru cazul $R_2 = 300\Omega$, relațiile și valorile elementelor rezultă (fig. 4.10):

$$n = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \sqrt{\frac{75}{300}} = \frac{1}{2}$$

$$L_{22} = \frac{1}{n^2}\ L_{11} = 317 \text{ nH}$$

$$C_{22} = n^2 C_1 = 17{,}822 \text{ pF}$$

$$k = 0{,}39967.$$

Pentru calculul timpului de propagare de grup, în baza relației (4.75) se obține:

$$\alpha = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\omega_0^2}{1-k^2} - 2\omega_{01}^2} = 0{,}212611$$

$$\gamma_1^2 = \omega_0^2\sqrt{\frac{1-k}{1+k}} = 0{,}655381$$

$$\gamma_2^2 = \omega_0^2\sqrt{\frac{1+k}{1-k}} = 1{,}525830$$

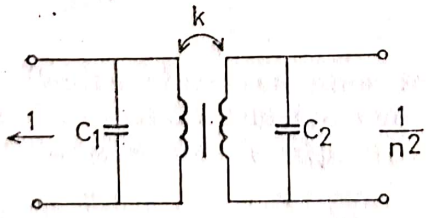


Fig. 4.10. Schema cu valori rezultate.

În fig. 4.11 se arată dependența de frecvență a atenuării și timpului de propagare de grup.

Se observă o bună simetrie aritmetică atît pentru atenuare cît și pentru timpul de propagare de grup. Diferența dintre valorile maxime ale lui $\tau(\omega)$ este de numai 1 ns.

Scanned with OKEN Scanner

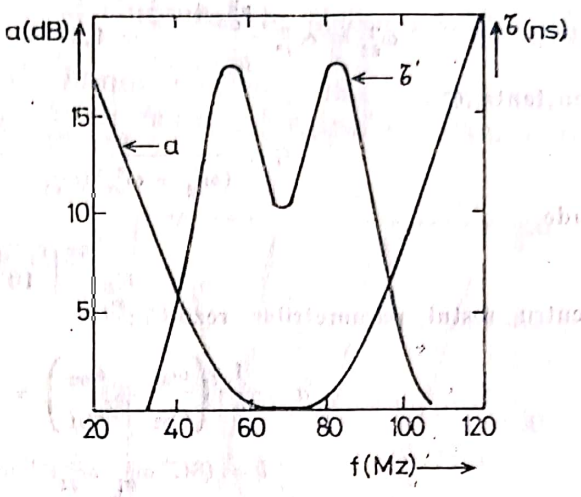


Fig. 4.11. Caracteristica de atenuare și de timp de propagare de grup a filtrului.

Exemplul 4.2

Să se calculeze un filtru de bandă de frecvență intermediară, de tip convențional și aproximare Cebîșev în banda de trecere, cu datele indicate în fig. 4.12 :

$$f_0 = 70 \text{ MHz}$$
$$R_1 = R_2 = 75\Omega$$
$$2\Delta\omega = 0{,}6$$

Soluție

Ținînd seama de notațiile din fig. 4.12 se obține

$$\omega_{t1} = 0{,}7\,; \quad \omega_{t2} = 1{,}3 \quad a_t = 1 \text{ dB}$$

Cu ajutorul transformării z (4.43) se obține pentru transformatele frecvențelor zero și infinit :

$$x_0 = \sqrt{\frac{\omega_{t1}}{\omega_{t2}}} = 0{,}733799$$

$$x_\infty = x_0^{-1} = 1{,}3627703$$

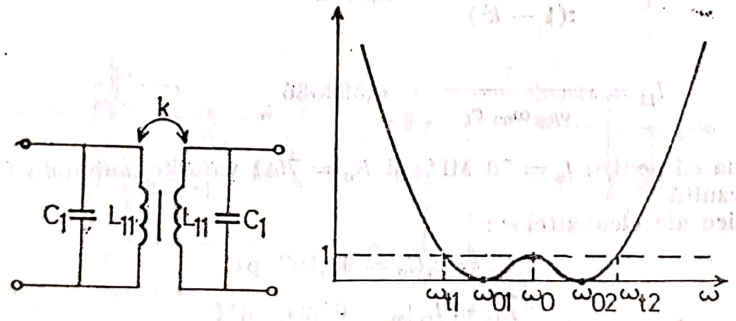


Fig. 4.12. Filtru de bandă format din două circuite cuplate : *a*) Schema de principiu ; *b*) Caracteristica de atenuare Cebîșev (în banda de trecere).

Transformatele frecvențelor ω_{01} și ω_{02} rezultă

$$y_{01}^2 = \frac{3}{2}\,(x_\infty^2 + 1) - \sqrt{\frac{9}{4}\,(x_\infty^2 + 1)^2 - x_\infty^2} = 0{,}22244$$

$$y_{02}^2 = \frac{3}{2}\,(x_\infty^2 + 1) + \sqrt{\frac{9}{4}\,(x_\infty^2 + 1)^2 - x_\infty^2} = 8{,}34899$$

Pentru ω_{01} și ω_{02} se obține :

$$\omega_{01}^2 = \omega_{t2}^2\,\frac{y_{01}^2 + x_0^2}{y_{01}^2 + x_\infty^2} = 0{,}6183573$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\omega_{02}^2 = \omega_{t2}^2 \frac{y_{c2}^2 + x_0^2}{y_{22}^2 + x^2} = 1{,}4716358$$

Constanta C

$$C = \frac{\omega_{t2} K_t}{(\omega_{t2}^2 - \omega_{01}^2)(\omega_{t2}^2 - \omega_{02}^2)} = 2{,}826\,93$$

unde

$$K_t = \sqrt{10^{0{,}1 a_t} - 1}$$

Pentru restul parametrilor rezultă :

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_{01}}{\omega_{02}} + \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}\right) = 1{,}095456$$

$$b = (8C^2\,\omega_{01}^3\;\omega_{02}^3)^{-1} = 0{,}01801856$$

$$u = \left(\frac{a}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} = 0{,}466669316$$

$$v = \frac{a}{3}\left[1 - \left(\frac{a}{3}\right)^2\right] - \frac{b}{2} = 0{,}30745482$$

$$\varphi = \arccos \frac{v}{u\sqrt{u}} = 0{,}267546$$

$$z = \frac{a}{3} + 2\sqrt{u}\,\cos\left[\frac{1}{3}(\pi - \varphi)\right] - 1{,}15095$$

$$k = \sqrt{1 - z^{-2}} = 0{,}495082$$

$$c_1 = \frac{2C\,\omega_{01}\,\omega_{02}\,k}{z(1 - k^2)} = 3{,}07327$$

$$l_{11} = \frac{z}{\omega_{01}\,\omega_{02}\,c_1} = 0{,}392586$$

Ținînd seama că pentru $f_0 = 70$ MHz și $R_0 = 75\Omega$ valorile nominale $L_0 = 170{,}5$ nH și $C_0 = 30{,}32$ pF, rezultă
valorile fizice ale elementelor :

$$C_1 = c_1 C_0 = 93{,}167 \text{ pF}$$

$$L_{11} = l_{11} L_0 = 66{,}945 \text{ nH}$$

Pentru parametrii necesari timpului de propagare de grup, în baza relațiilor 4.75 rezultă :

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2\,\omega_{01}\,\omega_{02}}{1 - k^2} - \omega_{01}^2 - \omega_{02}^2}$$

$$\gamma_1^2 = \omega_{01}\,\omega_{02}\sqrt{\frac{1 - k}{1 + k}},\quad \gamma_2^2 = \omega_{01}\,\omega_{02}\sqrt{\frac{1 + k}{1 - k}}$$

Timpul de propagare de grup este dat de relația (4.76) :

$$\tau = -2\left[\frac{\gamma_1^2 + \omega^2}{(\gamma_1^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\,\omega^2} + \frac{\gamma_2^2 + \omega^2}{(\gamma_2^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\,\omega^2}\right]$$

Scanned with OKEN Scanner

Dependența de frecvență a atenuării și timpului de propagare de grup sînt ilustrate în fig. 4.13.

În cazul acestui tip de filtru de bandă convențional rezultă valori realizabile pentru inductanțele L_{11}, numai pentru lărgimi de bandă ale filtrului relativ mari.

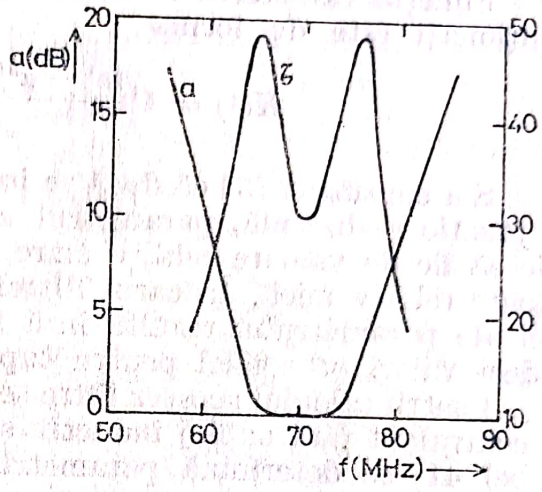


Fig. 4.13. Caracteristica de atenuare de timp de propagare de grup.

4.6. FILTRE PARAMETRICE FORMATE DIN DOUĂ CIRCUITE REZONANTE, CUPLATE INDUCTIV ȘI CAPACITIV

Schema unui astfel de filtru este indicată în fig. 4.14 a și c iar circuitele echivalente fără cuplaj inductiv care rezultă prin înlocuirea transformatorului (cu cuplaj $k < 1$), cu echivalentul fără cuplaj sînt ilustrate în fig. 4.14 *b* și *d*.

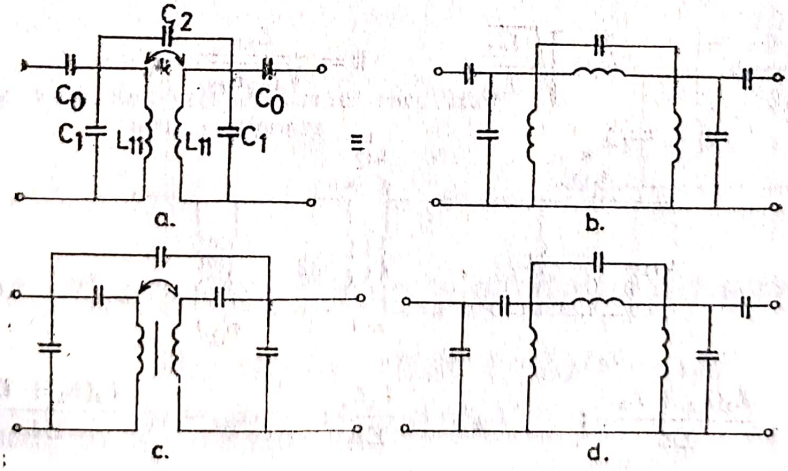


Fig. 4.14. Filtru parametric format din circuite cuplate: inductiv; și capacitiv.

După cum se observă din fig. 4.14 *b* și *d* filtrul comportă un pol la o frecvență finită (diferită de zero). Pentru determinarea polilor de la frecvența zero și infinit se procedează similar cu cazul filtrului de bandă convențional, format din două circuite rezonante cuplate inductiv. Rezultă

Scanned with OKEN Scanner

că în acest caz filtrul posedă :

— un pol la o frecvenţă finită ($\neq 0$) ;

— trei poli la frecvenţa zero ;

— un pol la frecvenţa infinit.

Funcţia caracteristică a filtrului parametric care să conţină polii menţionaţi este de forma

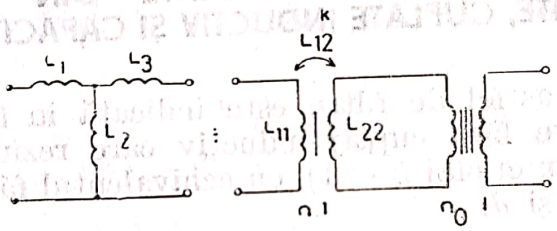
$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)(s^2+\omega_{01}^2)(s^2+\omega_{02}^2)}{s^3(s^2+\omega_{\infty}^2)} \qquad (4.77)$$

S-a constatat [5] că dacă se impune condiţia ca valoarea lui L_{11} să fie practic realizabilă, parametrul α pentru circuitul din fig. 4.14*a* trebuie să fie de valoare relativ mare, iar pentru cazul din fig. 4.14 *c*) de valoare relativ mică. În cazul filtrelor aritmetic simetrice, pentru valori mici ale parametrului rezultă însă valori mari pentru frecvenţa polului şi deci valori prea mici pentru capacitatea C_2.

Pentru calculul acestor filtre se determină mai întîi valorile circuitului echivalent fără cuplaj inductiv şi apoi în baza circuitelor echivalente (Tabel 41) se determină parametrii transformatorului.

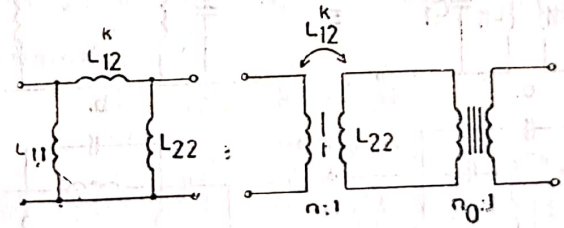
Tabelul 4.1

Circuite echivalente ale transformatorului cu cuplaj slab



$$L_{11} = L_1 + L_2\,; \quad L_{12} = n_0 L_2\,; \quad L_{22} = n_0^2(L_2 + L_3)$$

$$n = \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} \qquad k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$$



$$_{11} = \frac{L_1(L_2+L_3)}{\Sigma L}\,; \qquad L_{12} = n_0\,\frac{L_1 L_3}{\Sigma L}\,; \qquad L_{22} = n_0^2\,\frac{L_3(L_1+L_2)}{\Sigma L}$$

$$n = \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} \qquad k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}} \qquad \Sigma L = L_1 + L_2 + L_3$$

(unul din parametrii n, n_0 sau L_{22} se poate alege liber)

Criteriul pentru determinarea parametrului α din relaţia (4.77) este obţinerea unei valori convenabile pentru inductanţa L_{11} (fig. 4.14). În fig. 4.15 se ilustrează dependenţa dintre valoarea inductanţei L_{11} şi

cea a parametrului α pentru cazul unei lărgimi de bandă relative (definită la 3 dB).

Valorile elementelor nu mai pot fi obținute explicit din $K(s)$ ca în cazul filtrelor convenționale formate din două circuite cuplate, ci pe baza metodei generale descrise în paragraful 4.3 pentru cazul filtrelor simetrice.

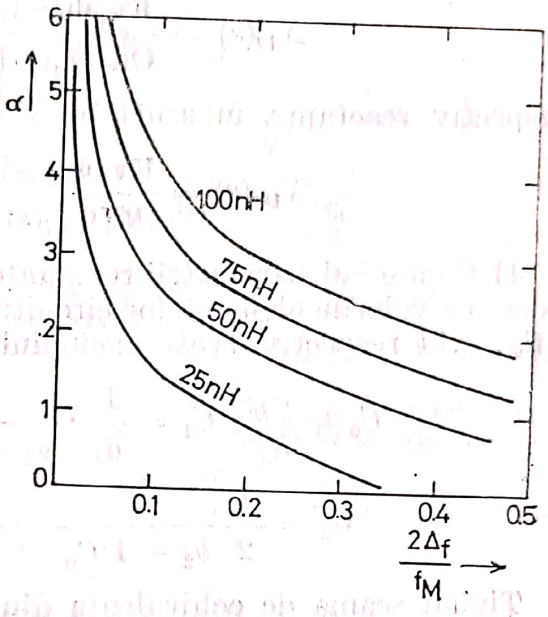


Fig. 4.15. Parametrul α în funcție de lărgimea de bandă relativă.

În fig. 4.16 este arătată schema semicelulei de filtru rezultat din circuitul echivalent fără cuplaj inductiv.

Din circuitul din fig. 4.16 se observă că ambele reactanțe de descompunere $X_{1\sigma}$ sau $X_{1\infty}$ din relațiile (4.12) și (4.13) sînt de gradul 3 și conțin un pol la $s = 0$.

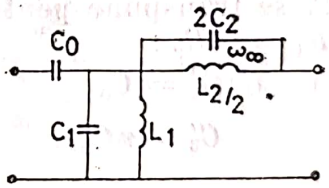


Fig. 4.16. Semicelula filtrului rezultată prin secționare.

Cunoscînd polinomul $E(s)$ de la numărătorul funcției de transmisie

$$E(s) = (s^2 - \alpha^2)(s^2 + \omega_{01}^2)(s^2 - \omega_{02}^2) \tag{4.78}$$

și polinomul de la numitor

$$G(s) = C^{-1} s^3 (s^2 + \omega_\infty^2) \tag{4.79}$$

în baza relațiile deduse în paragrafele 4.3 și 4.4 se pot calcula valorile elementelor și anume:

1) Mai întîi se extrag și se calculează cele două zerouri reale ale funcției $\Phi(s) = F(s) + G(s)$ (de exemplu cu metoda lui Horner). După

aceea se calculează celelalte patru zerouri ale polinomului rest ;

2) Se formează cele două polinoame Hurwitz $\Phi_H(s)$ prin gruparea zerourilor din semiplanul stîng și anti-Hurwitz Φ_{aH} prin gruparea zerourilor din semiplanul drept ;

3) Se calculează reactanța de descompunere secundară în gol $X_{1\sigma}$, ca raportul dintre partea pară $\mathrm{Ev}[\Phi_H(s)]$ a polinomului $\Phi_H(s)$ și partea impară $\mathrm{Od}[\Phi_H(s)]$:

$$X_{1\sigma}(s) = \frac{\mathrm{Ev}[\Phi_H(s)]}{\mathrm{Od}[\Phi_H(s)]} = \frac{a_2 s^2 + a_0}{s^3 + a_1 s}$$

și respectiv reactanța în scurtcircuit primară

$$X_{1sc}(s) = \frac{\mathrm{Ev}[\Phi_{aH}(s)}{\mathrm{Od}[\Phi_{aH}(s)]} = \frac{b_2 s^2 + b_0}{s^3 + b_1 s}$$

4) Cunoscînd parametrii reactanțelor de descompunere $X_{1\sigma}$ și X_{1sc} se pot deduce valorile elementelor circuitului echivalent fără cuplaj inductiv din fig. 4.14 respectiv (vezi exemplul 3) :

$$C_0 = \frac{a_1}{a_0} ; \quad C_1 = \frac{1}{a_1} \cdot \frac{1}{a_2 - 1/C_0} ; \quad L_1 = \frac{1}{a_1 C_1}$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{b_2 - 1/C_0} - \frac{C_1}{2} ; \quad L_2 = \frac{1}{\omega_\infty^2 C_2}$$

Ținînd seama de echivalența din fig. 4.4 se obține pentru valorile transformatorului

$$L_{11} = \frac{L_1(L_1 + L_2)}{2L_1 + L_2} \qquad k = \frac{L_1}{L_1 + L_2}$$

În cazul în care filtrul trebuie să fie închis pe rezistența inegală, se calculează ca și cînd ar lucra pe rezistențe egale și apoi pe baza relațiilor din fig. 4.17 se transpune pentru cazul rezistențelor de închidere diferite respectiv $R_1 = n^2 R_2$:

$$C_1' = C_0 \qquad C_2' = C_1 + C_2(1 - n)$$

$$C_3' = nC_0 \qquad C_4' = n^2 C_1 - n(1 - n)C_2$$

$$C_5' = n^2 C_0 \qquad L_{22} = \frac{1}{n^2} L_{11}$$

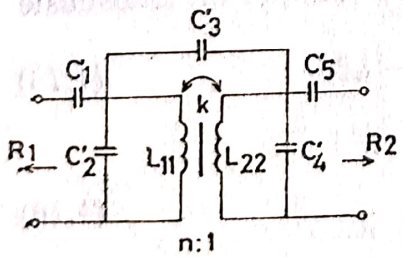


Fig. 4.17. Filtru parametric cu cuplaj inductiv și capacitiv :

$$n = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\, k \leqslant n \leqslant \frac{1}{k}$$

Calculul timpului de propagare de grup $\tau(\omega)$

Pentru calculul lui $\tau(\omega)$ este necesar să se cunoască polinomul Hurwitz $E(s)$ de la numărătorul funcției de transmisie $H(s)$.

Deoarece polinomul $F(s)$ este un polinom par, iar $G(s)$ este polinom impar, rezultă relația :

$$E(s)\ E(-s) = F^2(s) - G^2(s) = [F(s) + G(s)]\ [F(s) - G(s)] = \Phi(s) \cdot \Phi(-s) \tag{4.80}$$

Scanned with OKEN Scanner

Nulurile polinomului $\Phi(-s)$ fiind simetricele în oglindă ale nulurilor lui $\Phi(s)$ se poate scrie :

$$E(s) = -\Phi_H(s)\ \Phi_{aH}(-s) = \prod_{i=1}^{2}(s-\sigma_i)(s^2-2\alpha_i s+\gamma_i^2) \qquad (4.81)$$

Ținînd seama de relația 10.10 se obține pentru valoarea timpului de propagare de grup $\tau(\omega)$:

$$\tau(\omega) = -\sum_{i=1}^{2}\frac{i}{\sigma_i^2+\omega^2} + \frac{2\alpha_i(\gamma_i^2+\omega^2)}{(\gamma_i^2-\omega^2)^2+4\alpha^2\omega^2} \qquad (4.82)$$

Exemplul 4.3

Să se determine valorile elementelor circuitului din fig. 4.18 ținînd seama că relațiile pentru reactanțele în scurt X_{1x} și în gol X_{1g} sînt date de relațiile :

$$X_{1g} = \frac{a_2s^2+a_0}{s^3+a_1s} \text{ și}$$

$$X_{1sc} = \frac{b_2s^2+b_0}{s^3+b_1s}$$

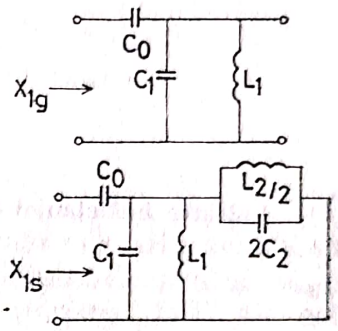


Fig. 4.18. Circuitele reactanțelor : *a*) X_{1g} ; *b*) X_{1sc}

Determinarea valorii capacității C_0 se face în baza relației [1, cap. 6.4]

$$C_0 = \frac{1}{sX_{1g}}\bigg|_{s=0} + \frac{s^2+a_1}{a_2s^2+a_0}\bigg|_{s=0} = \frac{a_1}{a_0}$$

Reactanța X_1 a circuitului rezonant $L_1\ C_1$ este :

$$X_1(s) = X_{1g} - \frac{1}{sC} = \frac{a_2s^2+a_0}{s(s^2+a_1)} - \frac{a_0}{a_1s} = \frac{\dfrac{a_1a_2-a_0}{a_1^2}s}{\dfrac{s^2}{a_1}+1} = \frac{L_1s}{L_1C_1s^2+1}$$

Prin identificarea coeficienților se obține :

$$L_1 = \frac{1}{a_1}\left[a_2 - \frac{1}{C_0}\right]\ ;\quad C_1 = \frac{1}{a_2-\dfrac{1}{C_0}}\ ;\quad L_1C_1 = \frac{1}{a_1}$$

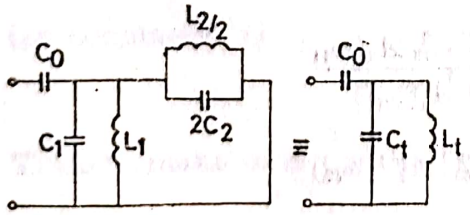


Fig. 4.19. Circuite echivalente ale filtrului format din două circuite cuplate printr-un circuit rezonant serie.

Reactanța X_{2sc} este formată din circuitul echivalent (fig. 4.19).

Expresia reactanței $L_t\ C_t$ se obține din relația :

$$X_{sc} - \frac{1}{sC_0} = \frac{\dfrac{b_1b_2-b_0}{b_1^2}s}{\dfrac{s^2}{b_1}+1}$$

$$C_0 = \frac{1}{sX_{sc}}\bigg|_{s=0} = \frac{b_1}{b_0}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$L_t = \frac{1}{b_1}\left[b_2 - \frac{1}{C_0}\right]$$

$$C_t = \frac{1}{b_2 - \frac{1}{C_0}} \text{ și}$$

$$C_2 = \frac{1}{2}(C_t - C_1) = \frac{1}{2}\frac{1}{b_2 - \frac{1}{C_0}} - \frac{C_1}{2}$$

Valoarea inductanței se obține din condiția $L_2C_2 = \frac{1}{\omega_\infty^2}$. Deci

$$L_2 = \frac{1}{\omega_\infty^2 C_2}$$

Rezolvarea problemei aproximării

Forma generală a funcției caracteristice $K(s)$ a filtrului de bandă parametric formată din două circuite cuplate inductiv și capacitiv este:

$$K(s) = C\frac{(s^2 - \alpha^2)(s^2 + \omega_{01}^2)(s^2 + \omega_{02}^2)}{s^3(s^2 + \omega_{\infty 1}^2)} \tag{4.83}$$

Criteriul pentru determinarea parametrului α este valoarea inductanței L_{11} (fig. 4.14). În fig. 4.15 este arătată dependența dintre valorile inductanței L_{11} și parametrul α, pentru o lărgime de bandă relativă de 3 dB [5]. Valoarea lui α se determină fie direct, fie prin interpolare.

Frecvența polului $\omega_{\infty 1}$ se determină din condiția impusă de simetria aritmetică, după cum s-a arătat în paragraful 4.4.

Cazul aproximării maxim-plate

Funcția caracteristică în acest caz este

$$K(s) = C\frac{(s^2 - \alpha^2)(s^2 + 1)^2}{s^3(s^2 + \omega_{\infty 1}^2)} \tag{4.84}$$

Frecvența polului $\omega_{\infty 1}$ și constanta C se determină în baza relațiilor (4.21) și (4.23) în care:

$$A_1(\omega) = \frac{(\omega^2 + \alpha^2)\,|\,\omega^2 - 1\,|^2}{\omega^3} \tag{4.85}$$

și

$$\omega_{\infty 1}^2 = \frac{\omega_{t1}^2 A_1(\omega_{t2}) - \omega_{t2}^2 A_1(\omega_{t1})}{A_1(\omega_{t2}) - A_1(\omega_{t1})}$$

$$C = K_t\,|\,\omega_{\infty 1}^2 - \omega_{t2}^2\,|\,A_1^{-1}(\omega_{t2})$$

Parametrul α se determină din diagrama din fig. 4.15 pentru obținerea unor valori convenabile pentru inductanța L_{11}.

Scanned with OKEN Scanner

Din relaţia (4.84) se obţine pentru polinoamele $E(s)$ şi $G(s)$

$$K(s) = \frac{F(s)}{G(s)}$$

Polinomul de la numărător

$$F(s) = (s^2 - \alpha^2)(s^2 + 1)^2$$

iar cel de la numitor

$$G(s) = C^{-1} S^3(s^2 + \omega_{\infty 1}^2)$$

În continuare se formează polinomul

$$\Phi(s) = F(s) + G(s)$$

Se calculează rădăcinile lui $\Phi(s)$ şi se atribuie cele din semiplanul stîng polinomului Hurwitz $\Phi_H(s)$ şi cele din semiplanul dreptului $\Phi_{aH}(s)$. În continuare se calculează părţile pare „Ev" şi impare „Od" ale celor două polinoame. Rezultă reactanţele în gol şi scurt

$$X_{1g} = \frac{\text{Ev } \Phi_H(s)}{\text{Od } \Phi_H(s)}$$

$$X_{1sc} = -\frac{\text{Ev } \Phi_{aH}(s)}{\text{Od } \Phi_{aH}(s)}$$

Cazul aproximării Cebîşev

Funcţia caracteristică $K(s)$ în acest caz este de forma:

$$K(s) = C \frac{(s^2 - \alpha^2)(s^2 + \omega_{01}^2)(s^2 + \omega_{02}^2)}{s^3(s^2 + \omega_{\infty 1}^2)}$$

Aproximarea se rezolvă în acest caz în planul z.

Funcţia $A_1(x)$, în baza relaţiei (4.33) este

$$A_1(x) = \left|\frac{x - x_\alpha}{x + x}\right| \left|\frac{x + x_0}{x - x_0}\right|^{3/2} \left|\frac{x + x_\infty}{x - x_\infty}\right|^{1/2}$$

x_α este transformata z a lui α, respectiv

$$x_\alpha^2 = \frac{\alpha^2 x_\infty^2 + x_0^2 \omega_{t2}^2}{\alpha^2 + \omega_{t2}^2}$$

$$x_0 = x_\infty^{1-} = \sqrt{\frac{\omega_{T1}}{\omega_{T2}}}$$

iar constanta C

$$C = K_\theta |\omega_{\infty 1}^2 - \omega_{t2}^2| A_1^{-1}(\omega)_{t2}$$

Transformata z a polului $\omega_{\infty 1}$ este

$$x_1 = B_1 + \sqrt{x_{t1} x_{t2} + B_1^2}$$

unde

$$B_1 = -\frac{1}{2}(x_{t2} - x_{t1})\frac{A_1(x_{t2}) - A_1(x_{t1})}{A_1(x_{t2}) + A_1(x_{t1})}$$

Valorile funcției caracteristice K_t și K_T se calculează în baza relației generale:

$$K = \sqrt{10^{0,1a} - 1}$$

În continuare se calculează valoarea funcției de pierdere $L(z)$:

$$L_t = \frac{K_t}{K_T} + \sqrt{\left(\frac{K_t}{K_T}\right)^2 - 1} \quad (K_T = \varepsilon)$$

Lărgimea de bandă Cebîșev se determină cu ajutorul unui program de optimizare, criteriul de minimizare fiind:

$$M(\Delta\omega_T) = \begin{cases} \left|\dfrac{L(x_{t2})}{L_t}\right| - 1 \stackrel{!}{=} 0 \\ \left|\dfrac{L(x_{t1})}{L_t}\right| - 1 \stackrel{!}{=} 0 \end{cases} \tag{4.86}$$

Din relațiile (4.86) se determină $\Delta\omega_T$ și implicit frecvențele limită ale benzii Cebîșev ω_{T1} și ω_{T2}

$$\omega_{T1} = 1 - \Delta\omega_T$$

$$\omega_{T2} = 1 + \Delta\omega_T$$

În continuare se poate scrie relația pentru funcția $L(x)$ [1 Cap. 8.5]:

$$L(x) = \left|\frac{x - x_\alpha}{x + x_\alpha}\right| \left|\frac{x + x_0}{x - x_0}\right|^{3/2} \left|\frac{x + x_\infty}{x - x_\infty}\right|^{1/2} \left|\frac{x + x_1}{x - x_1}\right| = \left|\frac{Q(x)}{Q(-x)}\right| \tag{4.87}$$

și apoi relațiile corespunzătoare aproximării în cazul filtrelor parametrice respectiv [1 cap. 9]:

1) Se calculează polinomul $Q^2(x)$ și apoi

$$\text{Ev}\ [Q^2(x)]$$

2) Se descompune polinomul Ev $[Q^2(x)]$ în produs de faetori:

$$\text{Ev}\ Q^2(x) = (x^2 - x_{\rho_1}^2)(x^2 - x_{\rho_2}^2)\prod_{\nu=1}^{2}(x^2 + y_{0\nu}^2)$$

unde:

$$\rho_{1,2}^2 = -\omega_{T2}^2 \frac{x_{\rho 1,2}^2 - x_0^2}{x_{\rho 1,2}^2 - x_\infty^2}$$

3) Se calculează frecvențele $\omega_{0\nu}^2$ în baza relației

$$\omega_{0\nu}^2 = \omega_{T2}^2 \frac{x_\nu^2 - x_0^2}{x_\nu^2 - x_\infty^2}$$

Scanned with OKEN Scanner

4) Cunoscînd valorile ρ_1, ρ_2 și $\omega_{0\nu}$ se poate construi polinomul $F(s)$ în baza relației :

$$\hat{F}(s) = (s^2 - \rho_1^2)(s^2 - \rho_2^2) \prod_{\nu=1}^{2} (s^2 + \omega_{0\nu}^2)$$

5) Se construiește polinomul

$$Q(z)\,Q(-z) = (x_\rho^2 - x^2)(x_0 - x^2)(x_\infty^2 - x^2)(x_1^2 - x^2)$$

6) Se construiește polinomul $: \rho^2 = -\omega_{T2}^2 \dfrac{x_\rho^2 - x_0^2}{x_\rho^2 - x_\infty^2}$

$$\hat{G}(s) = (s^2 - \rho^2)s^5(s^2 + \omega_{\infty 1}^2)$$

$$\alpha_1 = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho} \qquad \omega_{\infty 1}^2 = \omega_{T2}^2 \frac{x_1^2 - x_0^2}{x_1^2 - x_\infty^2}$$

și $G(s) = C^{-1} s^5(s^2 + \omega_{\infty 1}^2)$

7) Rezultă polinoamele

$$F(s) = (s^2 - \alpha_1^2)\ (s^2 + \omega_{01}^2)(s^2 + \omega_{02}^2)$$

8) Se calculează suma :

$$\Phi(s) = F(s) + G(s)$$

9) Se separă cele două rădăcini reale ale polinomului $\Phi(s)$ și apoi din rădăcinile din semiplanul stîng se construiește polinomul $\Phi_H(s)$, iar din cele din semiplanul drept polinomul $\Phi_{aH}(s)$.

10) Se determină expresiile reactanțelor X_{1s} și X_{1sc} respectiv :

$$X_{1s} = \frac{\mathrm{Ev}[\Phi_H(s)]}{\mathrm{Od}[\Phi_H(s)]} \text{ și } X_{1sc} = -\frac{\mathrm{Ev}\ [\Phi_{aH}(s)]}{\mathrm{Od}\ [\Phi_{aH}(s)]}$$

Se sintetizează reactanțele X_{1s} și X_{1sc} în baza relațiilor din exemplul 43.

4.7. FILTRE DE BANDĂ FORMATE DIN PATRU CIRCUITE CUPLATE

În domeniul frecvențelor înalte selectivitatea necesară se poate obține conectînd în cascadă mai multe etaje amplificatoare, fiecare conținînd cîte un filtru format din unul sau două circuite oscilante. Datorită progreselor tehnologice, există posibilitatea construirii amplificatoarelor de bandă largă și cîștig mare și o dată cu aceasta necesitatea ca toată selectivitatea necesară să se concentreze optim într-un singur filtru. În continuare se descrie proiectarea unui astfel de filtru (din patru circuite), care poate fi considerat format din două filtre a cîte două circuite cuplate printr-un circuit reactiv.

În fig. 4.20*a* se arată filtrul format din două circuite cuplate prin intermediul unui circuit rezonant serie. Acesta prezintă dezavantajul

că rezultă valori ale elementelor nesatisfăcătoare din punct de vedere al realizării practice, iar bobina serie L_3 prezintă o capacitate parazită considerabilă (mai mare decît C_4).

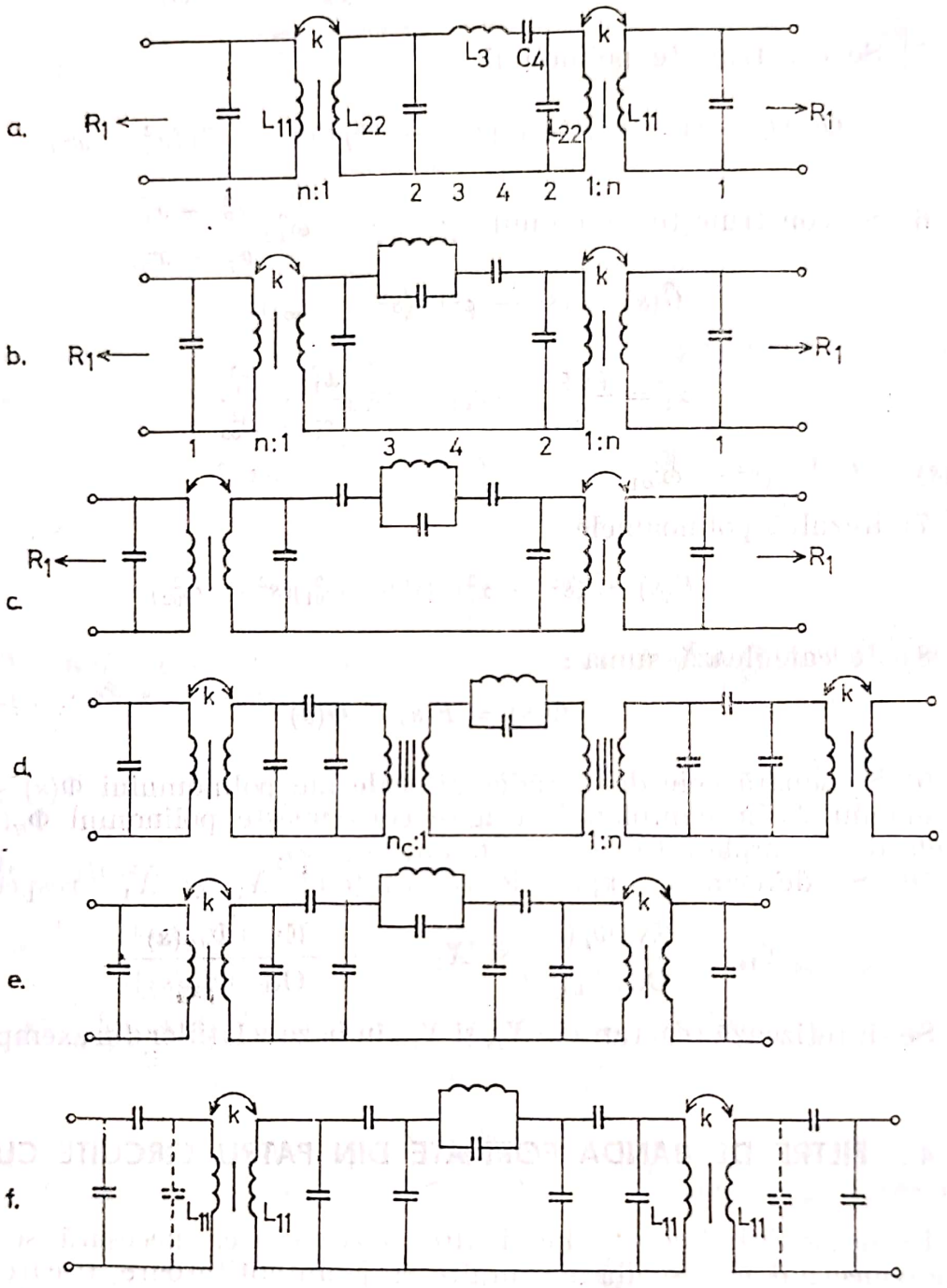


Fig. 4.20. Filtre formate din patru circuite cuplate

Această greutate se înlătură trecînd la structura din fig. 4.20*b*, care prezintă un pol al atenuării la frecvență finită, prin alegerea căruia se poate îmbunătăți simetria aritmetică. Transformările Norton indicate în fig. 4.20 *d*, *e*, au ca scop obținerea unor valori ale elementelor convenabile din punct de vedere al realizării practice.

Capacitatea longitudinală din fig. 4.20*b*, se descompune în două capacități serie (de valoare dublă) (fig. 4.20*c*) și apoi se aplică echivalența

Scanned with OKEN Scanner

(Tabel 4.1) din transformarea Norton și rezultă circuitul din fig. 4.20*d*. Raportul de transformare n_c al transformatorului ideal se poate alege astfel încît după eliminarea acestuia să rezulte elemente convenabile pentru circuitele rezonante paralel.

Prin varierea valorilor raporturilor de transformare n_c și n din circuitul echivalent (fig. 4.20*d*) se pot modifica valorile tuturor elementelor din circuitul (4.20) cu excepția lui L_{11} și C_1, care sînt determinate de rezis-

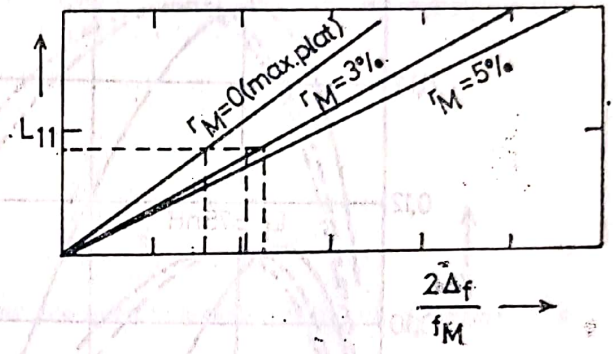


Fig. 4.21. Dependența inductanței L_{11} de lărgimea de bandă relativă.

tențele de închidere, frecvența centrală, lărgimea de bandă și valoarea maximă a factorului de reflexie. În fig. 4.21 se indică relația dintre inductanța L_{11} și lărgimea de bandă pentru un filtru cu frecvența centrală 70 MHz, rezistența de sarcină 75Ω și cu aproximare în banda de trecere maxim plată sau Cebîșev.

Dacă se presupune iarăși că valoarea minimă pentru realizabilitatea inductanței L_{11} este în jur de 40 nH, rezultă că în cazul cel mai favorabil al aproximării maxim plate, lărgimea de bandă relativă definită la 3 dB este de circa 13%.

Dacă însă filtrul se proiectează ca filtru parametric (fig. 4.20) nu mai există limitările de mai sus, și printr-o alegere corespunzătoare a parametrului liber α se pot obține valori convenabile ale inductanței L_{11} pentru orice lărgime de bandă. Prin determinarea corespunzătoare a rapoartelor de transformare n și n_c se pot obține valori egale pentru toate inductanțele.

Rezolvarea problemei aproximării

Funcția caracteristică $K(s)$ pensru un filtru parametric cu 4 circuite este:

$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)\prod_{i=1}^{5}(s^2+\omega_{0i}^2)}{s^5(s^2+\omega_{\infty i}^2)} \qquad (4,88)$$

(filtru parametric simetric, cu 5 poli la infinit și un pol la frecvența finită ($\neq 0$).

Relațiile de calcul pentru filtrul convențional cu 4 circuite se obțin dacă atît în relția (4.88) cît și în cele care urmează se înlocuiește $\alpha = 0$.

Parametrul α se determină ca și în cazul filtrelor cu 2 circuite cuplate, pe considerentul că inductanța L_{11} să aibă valori realizabile.

În fig. 4.21 se arată dependența dintre parametoul α, valoarea inductanței L_{11} și lărgimea de bandă relativă. [5]

Scanned with OKEN Scanner

Frecvența polului $\omega_{\infty 1}$ se stabilește din considerente de simetrie aritmetică (§ 4.4).

a) Cazul aproximării maxim-plate

Funcția caracteristică în acest caz este:

$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)(s^2+1)^5}{s^5(s^2+\omega_{\infty 1}^2)^5} \tag{4.89}$$

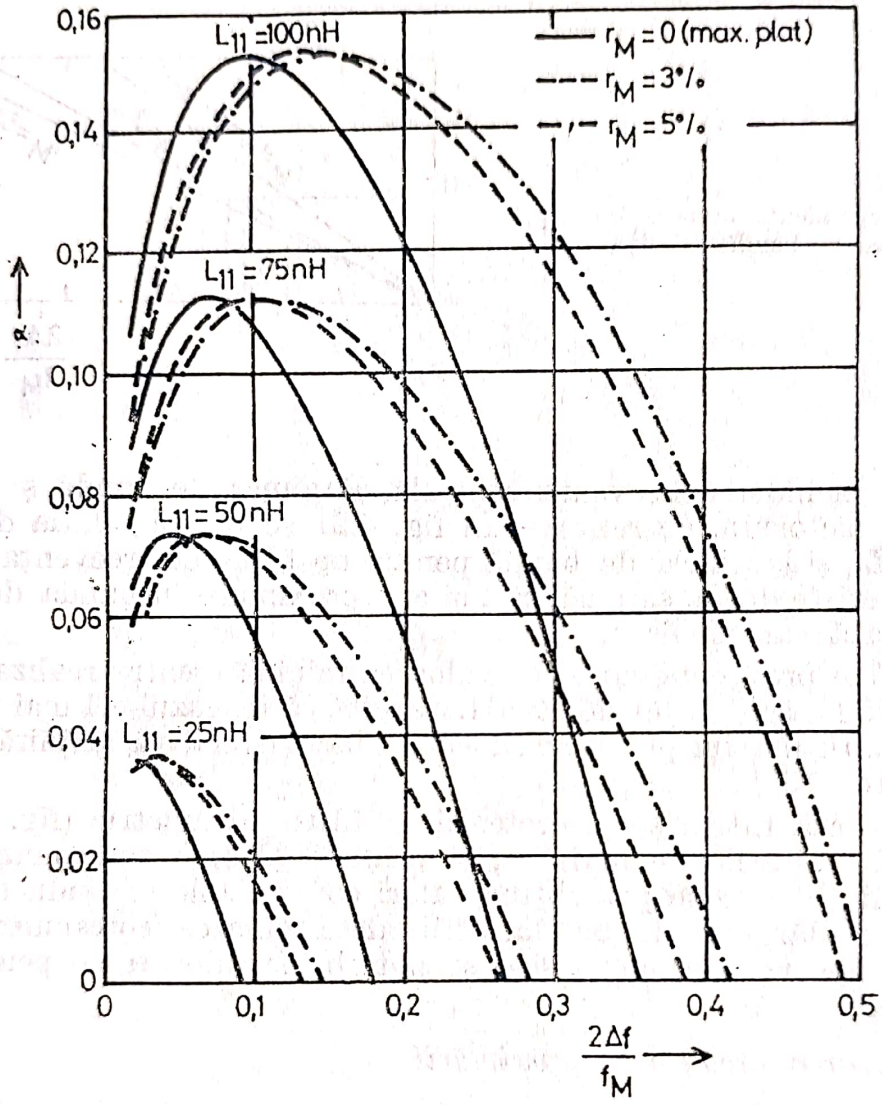


Fig. 4.22. Parametrul α în funcție de lărgimea de bandă relativă.

Constanta C și frecvența $\omega_{\infty 1}$ se determină pe baza relațiilor (4.21)—(4.23) respectiv

$$C = K_t\,|\,\omega_{\infty 1}^2 - \omega_{t2}^2\,|\,A_1^{-1}(\omega_{t2})$$

și

$$\omega_{\infty 1}^2 = \frac{\omega_{t1}^2\,A_1(\omega_{t2}) - \omega_{t2}^2\,A_1(\omega_{t1})}{A_1(\omega_{t2}) - A_1(\omega_{t1})}$$

unde

$$A_1 = \frac{(\omega^2+\alpha^2)\,|\,\omega^2-1\,|^5}{5} \tag{4.90}$$

Parametrul α se determină din diagrama din fig. 4.21, pentru obținerea unei valori convenabile pentru L_{11}.

Scanned with OKEN Scanner

Din relația (4.89) se obține pentru polinoamele $F(s)$ și $G(s)$:

$$F(s) = (s^2 - \alpha^2)(s^2 + 1)^5$$

$$G(s) = C^{-1}\, s^5(s^2 + \omega_{\infty 1}^2)$$

În continuare se calculează polinomul :

$$\Phi(s) = F(s) + G(s)$$

și în baza relațiilor (4.21) și (4.23) din polinoamele Hurwitz $\Phi_H(s)$ și anti-Hurwitz Φ_{aH} se calculează reactanțele de descompunere X_{1g} și X_{1x} ale jumătății filtrului.

Cazul aproximării Cebîșev

Funcția caracteristică în acest caz este :

$$K(s) = C\,\frac{(s^5 - \alpha^2)\prod_{i=1}^{5}(s^2 + \omega_{0i}^2)}{s^5(s^2 + \omega_{\infty 1}^2)}$$

Aproximarea se rezolvă în planul z, conform procedeului general indicat în paragraful 4.4 : Funcția $A_1(x)$, rezultă :

$$A_1(x) = \left|\frac{x - x_\alpha}{x + x_\alpha}\right| \left|\frac{x + x_0}{x - x_0}\right|^{5/2} \left|\frac{x + x_\infty}{x - x_\infty}\right|^{5/2}$$

x_α este transformata z a lui α, iar

$$x_0 = x_\infty^{-1} = \sqrt{\frac{\omega_{T1}}{\omega_{T2}}}$$

Transformata z a polului $\omega_{\infty 1}$ se determină în baza relației (4.36) respectiv :

$$x_1 = B_1 + \sqrt{x_{t1}\, x_{t2} + B_1^2}$$

unde

$$B_1 = \frac{1}{2}\,(x_{t2} - x_{t1})\,\frac{A_1(x_{t2}) - A_1(x_{t1})}{A_1(x_{t2}) + A_1(x_{t1})}$$

Valorile funcției caracteristice K_t și K_T se calculează în baza relației :

$$K = \sqrt{10^{0,1a} - 1}$$

În continuare se calculează valoarea funcției de pierdere $L(z)$:

$$L_t = \frac{K_t}{K_T} + \sqrt{\left(\frac{K_t}{K_T}\right)^2 - 1}$$

Lărgimea de bandă Cebîșev se determină cu ajutorul procedeului de optimizare, criteriul de minimizare fiind :

$$M(\Delta\omega_T) = \begin{cases} \left|\dfrac{L(x_{t2})}{L_t}\right| - 1 \overset{!}{=} 0 \\ \\ \left|\dfrac{L(x_{t1})}{L_t}\right| - 1 \overset{!}{=} 0 \end{cases} \qquad (4.91)$$

Scanned with OKEN Scanner

Din relaţiile (4.91) se determină $\Delta\omega_T$ şi implicit frecvenţele limită ω_{T1} şi ω_{T2} ale benzii Cebîşev.

Cunoscînd parametrii x_α, x_0, x_∞ şi x_1 se poate construi funcţia de pierdere

$$L(x) = \left|\frac{x - x_\alpha}{x + x_\alpha}\right| \left|\frac{x + x_0}{x - x_0}\right|^{5/2} \left|\frac{x + x_\infty}{x - x_\infty}\right|^{5/2} \left|\frac{x + x_1}{x - x_1}\right| = \frac{Q(x)}{Q(-x)}$$

Relaţiile de calcul în continuare sînt:

1) Se calculează polinomul $Q^2(x)$ şi apoi partea sa pară

$$\text{Ev}\ [Q^2(x)]$$

2) Se descompune polinomul Ev $[Q^2(x)]$ în produs de factori

$$\text{E}_\text{v}\ [Q^2(x)] = (x^2 - x_{\rho 1}^2)(x^2 - x_{\rho 2}^2 \prod_{\nu=1}^{5} (x^2 + y_{0\nu}^2)$$

unde

$$\rho_{1,2}^2 = -\omega_{T2}^2 \cdot \frac{x_{\rho 1\,2}^2 - x_0^2}{x_{\rho 1,2}^2 - x^2}\ ;\ x_0 = x^{-1} = \frac{\omega_{t_1}}{\omega_{t_2}}$$

3) Se calculează frecvenţele $\omega_{0\nu}^2$ în baza relaţiei

$$\omega_{0\nu}^2 = \omega_{T2}^2 \frac{x_\nu^2 - x_0^2}{x_\nu^2 - x_\infty^2}$$

4) Cunoscînd valorile ρ_1, ρ_2 şi $\omega_{0\nu}$ se construieşte polinomul

$$\hat{F}(s) = (s^2 - \rho_1^2)(s^2 - \rho_2^2) \prod_{\nu=1}^{5} (s^2 + \omega_0^2)$$

5) Se construieşte polinomul

$$Q(z)\ Q(-z) = (x_\rho^2 - x^2)(x_0^2 - x^2)(x_\infty^2 - x^2)(x_1^2 - x^2)$$

şi

$$\rho^2 = -\omega_{T2}^2 \frac{x_\rho^2 - x_0^2}{x_\rho^2 - x_\infty^2}$$

6) Se construieşte polinomul

$$\hat{G}(s) = C^{-1}(s^2 - \rho^2)s^5(s^2 + \omega_\nu^2)$$

şi $\alpha = \dfrac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho}$; $\omega_{\infty 1}^2 = \omega_{T2}^2 \cdot \dfrac{x_1^2 - x_0^2}{x_1^2 - x^2}$

7) Rezultă polinoamele

$$F(s) = (s^2 - \alpha^2) \prod_{\nu=1}^{5} (s^2 + \omega_{0\nu}^2)$$

$$G(s) = C^{-1}\, s^5\, (s^2 + \omega_\nu^2)$$

8) Se calculează suma

$$\Phi(s) = F(s) + G(s)$$

9) Se separă cele două rădăcini reale ale polinomului $\Phi(s)$ şi apoi se formează polinomul Hurwitz $\Phi_H(s)$ din rădăcinile dispuse în semiplanul stîng şi $\Phi_{aH}(s)$ din cele dispuse în semiplanul drept.

Scanned with OKEN Scanner

10) Se determină expresiile reactanțelor $X_{1g}(s)$ și $X_{1sc}(s)$ respectiv

$$X_{1g} = \frac{Ev[\Phi_H(s)]}{Od[\Phi_H(s)]} \text{ și } X_{1sc} = -\frac{Ev\ [\Phi_{aH}(s)]}{Od[\Phi_{aH}(s)]}$$

Se sintetizează mai întîi reactanța X_{1g} (fig. 4.23*a*). Din expresia X_{1sc} se extrage X_{1g} și apoi se calculează restul elementelor necunoscute.

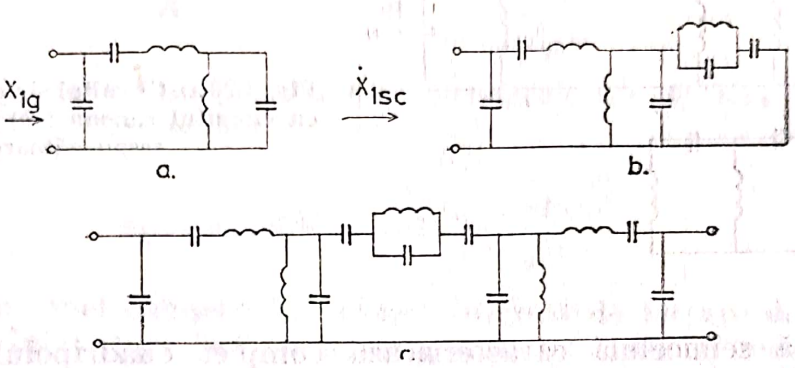


Fig. 4.23. Filtru parametric format din 4 circuite rezonante

Schema finală a întregului filtru rezultă din fig. 4.24.

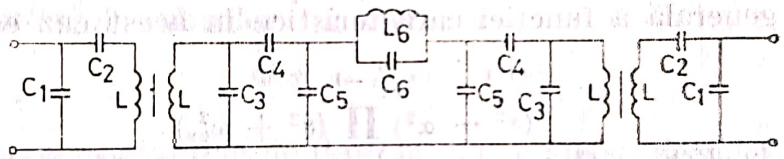


Fig. 4.24

4.8. CAZUL GENERAL AL FILTRELOR FORMATE DIN CIRCUITE CUPLATE CAPACITIV

O structură generală de acest tip este indicată în fig. 4.24.

Folosind în mod repetat transformarea Norton se obține circuitul economic pentru filtrul din fig. 4.25.

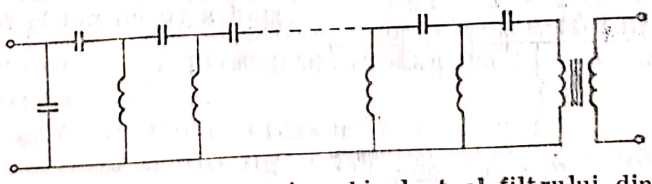


Fig. 4.25. Circuitul canonic echivalent al filtrului din fig. 4.24.

Forma generală a funcției caracteristice pentru această structură este :

$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)\prod_{\nu=1}^{\frac{m}{2}-1}(s^2+\omega_{0\nu}^2)}{s^{n-1}} \qquad (4.92)$$

Atît din figură cît și din funcția $K(s)$ se observă că acest filtru este realizabil sub formă simetrică. Folosind în continuare transformarea Norton, pentru circuitul din fig. 4.25 se poate obține unul de structura simetrică ca în fig. 4.26. În fig. 4.26*b* este arătat semicircuitul corespunzător.

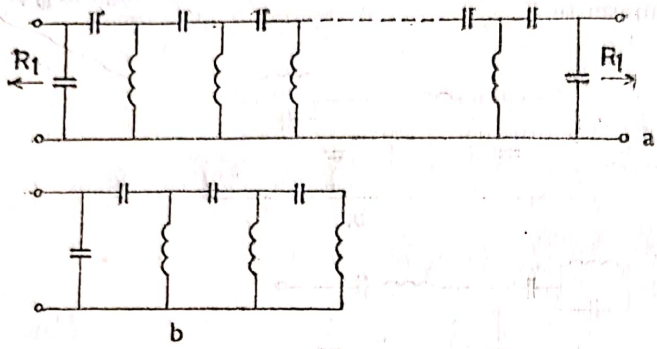


Fig. 4.26 a). Circuitul simetric echivalent cu circuitul canonic; *b*) Semicelula corespunzătoare.

Această semicelulă caracterizează complet cuadripolul. Deoarece $K(s)$ are o dispunere a polilor asimetrică în raport cu frecvența centrală [1, cap. 6.4], rezultă că dependența de frecvența atenuării și timpului de propagare de grup sînt foarte asimetrice. Prin introducerea unui pol de atenuare la frecvența finită în banda de oprire superioară și prin alegerea corespunzătoare a acesteia, dezavantajul poate fi înlăturat.

Forma generală a funcției caracteristice în acest caz este

$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)\prod_{\nu=1}^{\frac{m}{2}-1}(s^2+\omega_{0\nu}^2)}{s^{m-3}(s^2+\omega_{\infty 1}^2)}, \qquad (4.93)$$

ar semicelulele corespunzătoare după cum $\frac{m}{2}$ este par sau impar, rezultă (fig. 4.27):

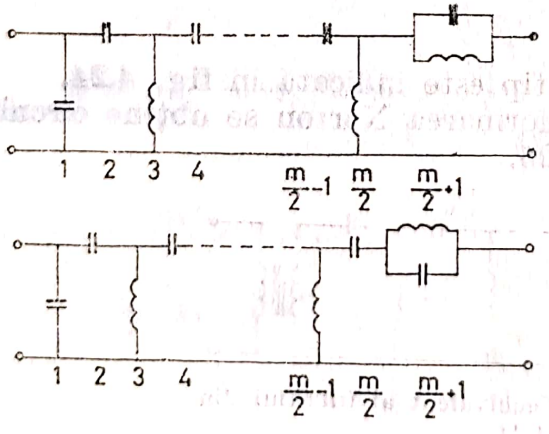


Fig. 4.27. Semicelule ale filtrului de grad n cu un pol la frecvența $\omega = \omega_{\infty 1}$

Problema aproximării

Contrar cazurilor studiate pînă acum (filtre cu două sau patru circuite) gradul filtrelor și respectiv complexitatea structurii se poate alege liber. Comportările cu frecvența în banda de trecere și cea de oprire se pot prescrie și controla independent una de alta. Deoarece parametrul α are o influență neînsemnată asupra caracteristicii de selectivitate, valoarea sa se determină astfel încît să rezulte valori convenabile pentru elemen-

tele circuitului. Frecvența polului $\omega_{\infty 1}$ se alege din considerente de simetrie aritmetică.

În cazul filtrelor maxim-plate

$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)(s^2+1)^{\frac{m}{2}-1}}{s^{m-3}(s^2-\omega_{\infty 1}^2)} \tag{4.94}$$

Determinarea frecvenței polului $\omega_{\infty 1}$ și constanta C se face pe baza relațiilor (4.21)÷(4.23) unde :

$$A_1(\omega) = \omega(\omega^2+\alpha^2)\left|1-\frac{1}{\omega^2}\right|^{\frac{m}{2}-1} \tag{4.95}$$

În cazul unei comportări Cebîșev în zona de trecere determinarea parametrilor lui $K(s)$ se face ca în paragraful 4.4 unde în relația (4.33)) :

$$A_1(x) = \left|\frac{-x+x_\alpha}{x+x_\alpha}\right|\left|\frac{x+x_0}{-x+x_0}\right|^{\frac{m-3}{2}}\left|\frac{x+x_\infty}{-x+x_\infty}\right|^{\frac{1}{2}} \tag{4.96}$$

Realizarea circuitului

După calculul nulurilor funcției :

$$\Phi(s) = F(s) + G(s)$$

se obține pentru reactanțele de descompunere ale semicelulei (fig. 4.27) :

$$X_{1g}(s) = \frac{\mathrm{Ev}\,[\Phi_H(s)]}{\mathrm{Od}\,[\Phi_H(s)]}$$

și

$$X_{1c}(s) = \frac{\mathrm{Ev}\,[\Phi_{aH}(s)]}{\mathrm{Od}\,[\Phi_{aH}(s)]} \tag{4.97}$$

Și în acest caz se realizează mai întîi reactanța în gol. După aceasta se descompune din reactanța în scurt partea care conține elementele cunoscute și partea care rămîne se descompune ca în fig. (4.27).

Circuitul din fig. (4.27) se transformă mai întîi astfel încît inductanța L_3 să aibă o valoare dorită L_d, presupunînd că aceasta conduce la o valoare permisă pentru parametrul α.

În fig. 4.28 sînt ilustrate etapele transformării.

Pornind de la circuitul din fig. 4.28*c* pe baza transformării Norton (Tabel 3.1) se obține circuitul din fig. 4.28*b*. După eliminarea transformatorului ideal se obține structura din fig. 4.28*c*, în care L_3 are valoarea dorită.

În etapele următoare se folosește aceeași procedură pentru fiecare inductanță ce urmează (pînă la inductanțele $L_{m/2}$ respectiv $L_{m/2-1}$), căutînd dacă este posibil ca raportul de transformare

$$n_\nu = \sqrt{\frac{L_d}{L_\nu}}$$

să fie astfel ales încît ultimele inductanțe să aibă aceeași valoare.

Scanned with OKEN Scanner

În fig. 4.29, a se arată circuitul complet după efectuarea tuturor transformărilor.

Structura π (triunghi) de inductanțe din mijlocul circuitului se obține în fig. 4.27, numai dacă $m/2$ este impar. În acest caz acesta poate fi

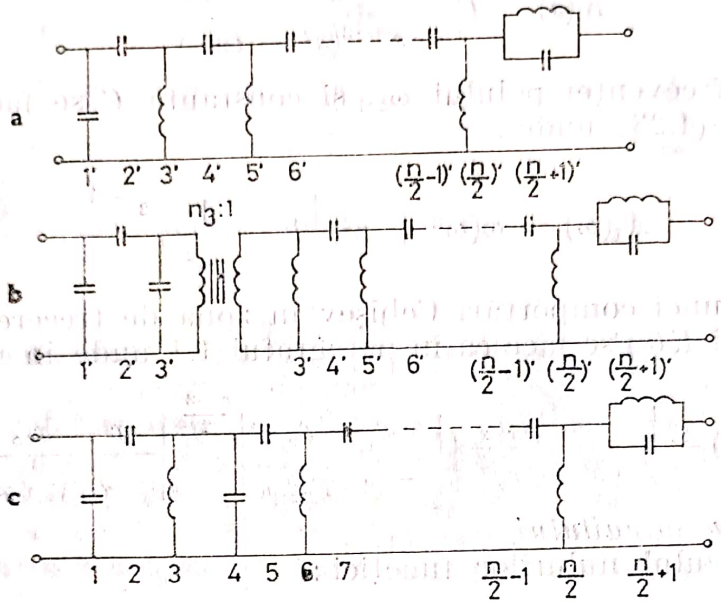


Fig. 4.28. Transformări succesive echivalente

înlocuit cu un transformator cu cuplaj imperfect, relațiile dintre elemente fiind cele din [1 Cap. 4.1]. Din fig. 4.29*b* sau din funcția $K(s)$ (relația 4.93) se poate recunoaște că gradul $m = 6$ este un caz particular al filtrului parametric format din două circuite cuplate (podite).

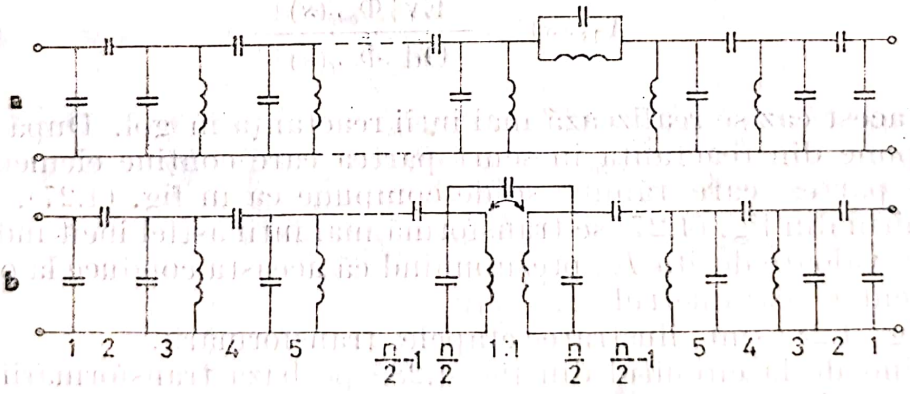


Fig. 4.29. Filtre de bandă : *a*) formate din circuite cuplate capacitiv ; *b*) cu bobine cu cuplaj inductiv.

Astfel pot fi calculate exact filtrele cu mai multe circuite cuplate capacitiv, asigurîndu-se comportarea aritmetic-simetrică a atenuării și timpului de propagare de grup.

În cazul proiectării filtrelor de înaltă frecvență un efect nedorit îl prezintă elementele parazite cum ar fi : capacitățile proprii ale bobinelor, inductanțele terminalelor capacităților și capacitățile care apar între diverse puncte de conexiune și pămînt.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a înlătura aceste efecte este necesar ca pe cît posibil la proiectare să alegem structuri la care în paralel cu fiecare bobină să existe o capacitate de valoare mai mare decît capacitatea proprie a bobinei. Aceasta se poate obține dacă toți polii sînt realizați prin circuite rezonante paralel dispuse în ramurile longitudinale, prin folosirea echivalențelor posibile, sau prin realizarea integrală sau parțială a polilor prin capacități transversale.

Luarea în considerare a capacităților parazite dintre diverse puncte de conexiune și pămînt se poate face similar cu metoda descrisă în Cap 3.

La determinarea valorilor circuitului o anumită limită superioară nu trebuie depășită, pentru a nu lua naștere rezonanțe parazite în banda de frecvență care interesează, cum ar fi de exemplu între valorile capacităților condensatoarelor (dacă acestea sînt prea mari) și inductanțele rezultate din terminalele acestora. Pe de altă parte, pentru a putea realiza precizia impusă în realizarea elementelor, valorile acestora nu trebuie să se situeze sub anumite limite.

Un efect dăunător provoacă și rezistențele de pierderi ale bobinelor, efect care poate fi îmbunătățit așa după cum se descrie în capitolul 6.

Acordul circuitelor parțiale.

Deoarece efectul nedorit al elementelor parazite nu poate fi total înlăturat, acordul obișnuit al circuitelor care realizează polii de atenuare nu-i totdeauna suficient. Apare de aceea necesitatea elaborării unor criterii suplimentare de acord. În fig. 4.30 este ilustrată o subdivizare posibilă a circuitului. Se caută mai întîi prin calcul să se divizeze întregul circuit în cuadripoli cît mai simplu posibil (QP — cuadripoli parțiali) (fig. 4.30*a*), astfel încît fiecare din aceștia la o frecvență oarecare ω_ν să prezinte o impedanță Z_ν ($j\omega_\nu$), cu partea imaginară nulă (R_ν reală). Închizînd filtrul întreg format din cuadripolii parțiali Q_1—Q_ν cu o rezistență ohmică $R_{a\nu}$, rezultă că factorul de reflexie al cuadripolilor parțiali la frecvența ω_ν prezintă un zerou, la care se poate face acordul. Se pot da astfel următoarele indicații: Se recomandă așa după cum se indică în fig. 4.30*b* ca primul cuadripol parțial să se conecteze în lanț cu ceilalți cuadripoli parțiali, și să se închidă circuitul cu rezistența $R_{a\nu}$, după conectarea fiecărui cuadripol parțial.

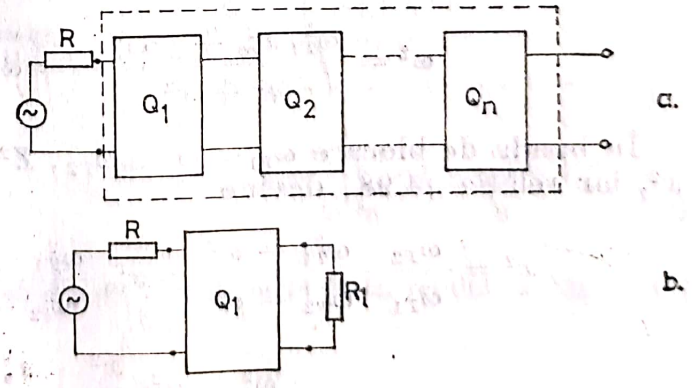


Fig. 4.30. Principiul de acord al circuitelor parțiale.

Mai întîi se acordă în interiorul fiecărui cuadripol parțial circuitele rezonante care realizează polii de atenuare și apoi cu ajutorul celorlalte elemente ale acestui cuadripol se acordă astfel încît să rezulte un minim al coeficientului de reflexie la frecvența calculată ω_ν. Important este ca

Scanned with OKEN Scanner

acest acord să se realizeze mereu cu elementele ultimului cuadripol parțial conectat. Cu ajutorul unei analize a sensitivităților se poate stabili care elemente sînt mai indicate pentru acord.

Transformarea Z utilizată în cazul filtrelor aritmetice-simetrice (recapitularea relațiilor)

Transformarea $Z \to Z^2 = \dfrac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}} \dfrac{s^2 + \omega_{T1}^2}{s^2 + \omega_{T2}^2}$

Frecvențele zero și infinit se transformă în x_0 și x respectiv

$$x_0^2 = \frac{\omega_{T1}}{\omega_{T2}}\,;\; x_\infty^2 = \frac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}} = [x_0^2]^{-1}$$

Deci $Z^2 = x_\infty^2 \dfrac{s^2 + \omega_{T1}^2}{s^2 + \omega_{T2}^2}$

Transformata inversă rezultă

$$s^2 = -\omega_{T2}^2 \cdot \frac{z^2 - \dfrac{\omega_{T1}}{\omega_{T2}}}{z^2 - \dfrac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}}} = -\omega_{T2}^2 \frac{z^2 - x_0^2}{z^2 - x_\infty^2}$$

Cazul frecvențelor reale $s = j\omega$

Transformarea Z în acest caz este:

$$Z^2 = x_\infty^2 \frac{\omega^2 - \omega_{T1}^2}{\omega^2 - \omega_{T2}^2}$$

În banda de trecere ($\omega_{T1} < \omega < \omega_{T2}$) Z^2 rezultă negativ deci $z = jy$. Se obține

$$y^2 = x_\infty^2 \frac{\omega^2 - \omega_{T1}^2}{\omega_{T2}^2 - \omega^2} \text{ respectiv}$$

$$\omega^2 = \frac{\omega_{T1}^2 x_\infty^2 + y^2 \omega_{T2}^2}{y^2 + x^2} = \omega_{i2}^2 \frac{y^2 + x_0^2}{y^2 + x^2}$$

În banda de blocare $\omega_{T1} < \omega < \omega_{T2}$, Z^2 rezultă pozitiv și deci $z^2 = x^2$, iar relația [4.98] devine

$$x^2 = \frac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}} \frac{\omega_{T1}^2 - \omega^2}{\omega_{T2}^2 - \omega^2} = x_\infty^2 \frac{\omega_{T1}^2 - \omega^2}{\omega_{T2}^2 - \omega^2} \text{ de unde:}$$

$$\omega^2 = \omega_{T2}^2 \frac{x^2 - x_0^2}{x^2 - x_\infty^2}$$

Cazul frecvențelor de pe axa reală respectiv

$$s = \alpha$$

Scanned with OKEN Scanner

În acest caz transformarea $z^2 = \frac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}} \frac{s^2 + \omega_{T1}^2}{s_\infty^2 + \omega_{T2}^2} = x_\infty^2 \cdot \frac{s^2 + \omega_{T1}^2}{s^2 + \omega_{T2}^2}$

$$Z^2 = x_\infty^2 \frac{\alpha^2 + \omega_{T1}^2}{\alpha^2 + \omega_{T2}^2} \qquad \text{deci } z = \text{real} = x$$

$$\alpha^2 = -\omega_{T2}^2 \frac{x^2 - x_0^2}{x^2 + x_\infty^2} \qquad x^2 = x_\infty^2 \cdot \frac{\alpha^2 + \omega_{T1}^2}{\alpha^2 + \omega_{T2}^2}$$

Exemplul 4. 1.

Să se proiecteze un filtru de frecvență intermediară, a cărui frecvență centrală este de 70 MHz, rezistențele de închidere sînt $R_1 = R_2 = 75\Omega$, iar gabaritul atenuare-frecvență impus, este indicat în fig. 4.31.

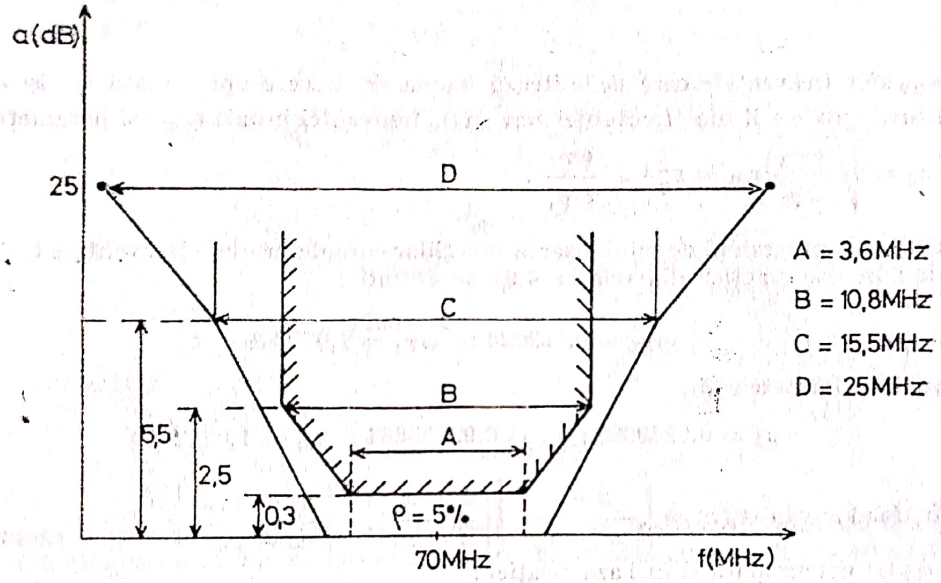


Fig. 4.31. Gabarit de atenuare-frecvență impus filtrului FI.

Soluție. Se alege un filtru de tip aritmetic-simetric cu frecvența centrală de 70 MHz, a cărui caracteristică de atenuare — frecvență este de tipul indicat în fig. 4.32.

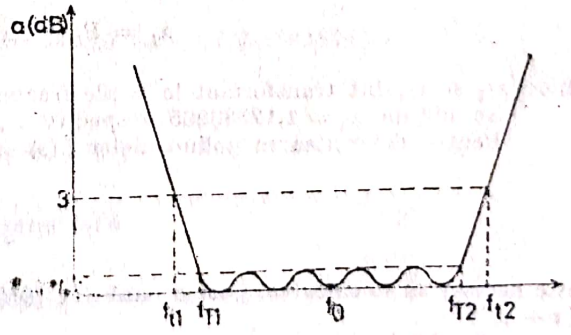


Fig. 4.32. Caracteristica de atenuare a unui filtru FI aritmetic-simetric și aproximare Cebîșev.

Ținînd seama că lărgimea de bandă $f_{t2} - f_{t1} = 14$ MHz, rezultă că $2\Delta f = 14$ MHz și deci $\Delta\omega = \frac{14}{70} = 0{,}2$.

Deci $\omega_{t1} = 1 - \Delta\omega = 0{,}9$

$\omega_{t2} = 1 + \Delta\omega = 1{,}1$

Se dorește ca inductanțele folosite în filtru să fie de ordinul a 100 nH și în acest scop se alege din diagrama din fig. 4.22 o valoare $\alpha = 0{,}15$.

Scanned with OKEN Scanner

Funcția caracteristică este de tipul

$$K(s) = C \frac{(s^2 - \alpha^2) \prod_{i=1}^{5} (s^2 + \omega_{0i}^2)}{s^5 (s^2 + \omega_{\infty 1}^2)}$$

Aproximarea se efectuează în planul Z, utilizînd transformarea

$$Z^2 = \frac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}} \cdot \frac{s^2 + \omega_{T1}^2}{s^2 + \omega_{T2}^2} \text{ respectiv } s^2 = -\omega_{T2}^2 \frac{z^2 - \dfrac{\omega_{T1}}{\omega_{T2}}}{z^2 - \dfrac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}}}$$

ω_{T1} și ω_{T2} sînt frecvențele care delimitează banda de trecere aproximată Cebîșev.

Transformatele Z ale frecvenței zero (x_0), frecvenței infinit (x_∞) și parametrului $\alpha(x_\alpha)$, rezultă $x_0 = \sqrt{\dfrac{\omega_{T1}}{x_{T2}}}$ $x_\infty = x_0^{-1} = \dfrac{\omega_{T2}}{\omega_{T1}}$.

Utilizînd programul de minimizarea funcțiilor care determină frecvențele limită Cebîșev prin minimizarea funcției din relația 4.91 se obține

$$\omega_{T1} = 0{,}922024\,; \quad \omega_{T2} = 1{,}077976$$

și pentru transformatele Z :

$$x_0 = 0{,}9248398\,; \; x_\alpha = 0{,}92805684\,; \; x_\infty = 1{,}0812684$$

În felul acesta $A_1(x) = \left| \dfrac{x - x}{x + x_\alpha} \right| \left| \dfrac{x + x_0}{x - x_0} \right|^{5/2} \left| \dfrac{x + x_\infty}{x - x_\infty} \right|^{5/2}$

este complet determinată și în baza relației :

$$B_1 = -\frac{1}{2} (x_{t2} - x_{t1}) \frac{A_1(x_{t2}) - A_1(x_{t1})}{A_1(x_{t2}) + A_1(x_{t1})}$$

se poate determina transformata x_1 a polului $\omega_{\infty 1}$

$$x_1 = B_1 + \sqrt{x_{t1}\, x_{12} + B_1^2}$$

unde x_{t1} și x_{t2} sînt transformatele $\mathcal{S}$ ale frecvențelor limită de trecere ω_{t1} și ω_{t2}.

Se obține $x_1 = 1{,}12883905$ respectiv $\omega_{\infty 1} = 2{,}1518584$

Pentru determinarea polinoamelor $F(s)$ și $G(s)$ necesare relației

$$K(s) = \frac{F(s)}{C^{-1} G(s)}$$

este necesar să se calculeze partea pară Ev $[Q^2(x)]$ unde $Q^2(x) = (x - x_\alpha)^2 (x + x_0)^5 (x + x_\infty)^5 (x + x_1)^2$

Cu datele de mai sus se obține :

$$\text{Ev } Q^2(x) = 1{,}0975219 + 43{,}3823635\, x^2 + 93{,}5721355\, x^4 - 215{,}840227\, x^6 - 122{,}4782567\, x^8 + 164{,}150543\, x^{10} + 47{,}21766703\, x^{12} + x^{14}$$

Pentru scrierea lui Ev $Q^2(x)$ sub forma

$$\text{Ev } [Q^2(x)] = (x^2 - x_{\rho 1}^2)(x^2 - x_{\rho 2}^2) \prod_{i=1}^{5} (x^2 + y_{0i}^2)$$

este necesar să se rezolve ecuația $Q^2(x) = 0$. Se obține pentru rădăcinile acesteia:

$$y_{01} = 0{,}0269629\,; \quad y_{04} = 4{,}18156$$

$$y_{02} = 0{,}279731\,; \quad x_{p2} = -0{,}861274$$

$$x_{p1} = -0{,}861303\,; \quad y_{05} = 1{,}08162$$

$$y_{03} = 43{,}3704\,;$$

$\rho_{1,2}$ și frecvențele ω_{0i}^2 se calculează în baza relațiilor

$$\rho_{1,2}^2 = -\omega_{T2}^2 \frac{x_{\rho 1,2}^2 - x_0^2}{x_{\rho 1,2}^2 - x_\infty^2}$$

$$\omega_{0i}^2 = \omega_{T2}^2 \frac{x_i^2 - x_0^2}{x_i^2 - x^2}$$

și se obține $\omega_{01}^2 = 0{,}857159$ $\omega_{04}^2 = 1{,}0938807$

$\omega_{02}^2 = 0{,}9103469$ $\omega_{05}^2 = 1{,}0000161$

$\omega_{03}^2 = 1{,}1538453$

iar pentru parametrul α_1:

$$\alpha_1 = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\alpha} = 0{,}0225.$$

Constanta C se calculează, impunînd condiția ca la frecvența limită de trecere ω_{t2}, funcția caracteristică să aibă valoarea corespunzătoare atenuării impuse de 3 dB adică $K(\omega_{t2}) = 1$. Din relația

$$\left.\frac{F(s)}{G(s)}\right|_{s^2 = -\omega_{t2}^2} = 1 \text{ rezultă } C = 30.873{,}786$$

Pentru polinomul $G(s)$ se obține:

$$G(s) = C^{-1} s^5 (s^2 + \omega_{\infty 1}^2) = 1{,}4998138 \cdot 10^{-4} s^5 + 3{,}23899366 \cdot 10^{-5} s^7$$

În continuare se calculează polinomul

$$\Phi(s) = F(s) + G(s)$$

unde $F(s) = (s^2 - \alpha^2) \prod_{i=1}^{5} (s^2 + \omega_{0i}^2)$ și se obține:

$$\Phi(s) = -0{,}0221603 + 0{,}87308086\ s^2 + 4{,}74476311\ s^4$$

$$+ 1{,}4998138\ 10^{-4} s^5 + 9{,}774576669\ s^6 + 3{,}33899366\ 10^{-5} s^7$$

$$+ 9{,}917803735\ s^8 + 4{,}99274804\ s^{10} + s^{12}$$

Pentru determinarea reactanțelor de descompunere este necesar să se formeze polinoamele Hurwitz $\Phi_H(s)$ și antiHurwitz $\Phi_{aH}(s)$. În acest scop se rezolvă ecuația $\Phi(s)=0$ și se obține corespunzător: $\Phi_H(s) = (s + 0{,}15)(s^2 + 0{,}101504\ s + 0{,}887876)\ (s^2 + 0{,}101624\ s + 1{,}12386)$ respectiv

$$\Phi_{aH} = (s - 0{,}15)(s^2 - 0{,}0387106 s + 0{,}819127)(s^2 - 0{,}125993\ s +$$

$$+ 1{,}00424)(s^2 - 0{,}0384239\ s + 1{,}9989)$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru reactanțele de descompunere ale semicircuitului filtrului se obține:

$$X_{1g} = \frac{\text{Ev}\Phi_H(s)}{\text{Od}\ \Phi_H(s)} = \frac{0{,}353128\ s^4 + 0{,}507613482\ s^2 + 0{,}149677248}{s^5 + 2{,}05204425\ s^3 + 1{,}0284941908\ s}$$

și

$$X_{1sc} = -\frac{\text{Ev}\ \Phi_{aH}(s)}{\text{Od}\ \Phi_{aH}(s)} = \frac{0{,}3531275\ s^6 + 0{,}865123\ s^4 + 0{,}655349\ s^2 + 0{,}1480544}{s^7 + 3{,}064932\ s^5 + 3{,}083244\ s^3 + 1{,}0173426\ s}$$

Sintetizînd cu una din metodele cunoscute, de exemplu cu ajutorul programului Sinteza Bader [1, cap. 12] reactanța de gradul cel mai mare X_{1sc} rezultă fig. 4.33.

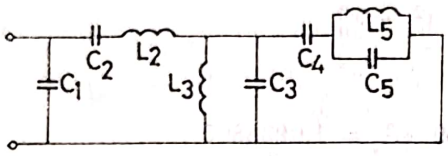


Fig. 4.33. Reactanța X_{1sc}.

Pentru valorile elementelor se obține în urma sintezei:

$C_1 = 2{,}83183446$ $\quad L_2 = 0{,}5741515$

$C_2 = 4{,}039579$ $\quad L_3 = 0{,}01357551$

$C_3 = 74{,}929145$ $\quad L_5 = 0{,}3503645$

$C_4 = 2{,}25057805$

$C_5 = 0{,}61638571$

Schema filtrului, format din cele două jumătăți rezultate în fig. 4.34 este:

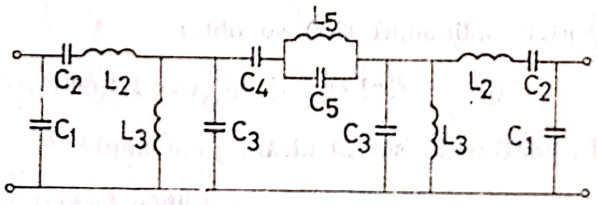


Fig. 4.34. Schema filtrului FI.

Pentru determinarea elementelor denormate se calculează valorile nominale L_0 și C_0 respectiv

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi f_0} = \frac{75}{2\pi 70 \cdot 10^6} = 170{,}5\ \text{nH}$$

$$C_0 = \frac{1}{R_0 2\pi f_0} = \frac{1}{75 \cdot 2\pi 70 \cdot 10^6} = 30{,}32\ \text{pF}$$

Pentru valorile normate și denormate ale elementelor se obține:

	Normat	Denormat
L_2	0,5741515	97,906 nH
L_3	0,0135755	2,315 nH
L_5	0,70072	119,489 nH

Scanned with OKEN Scanner

	Normat	Denormat
C_1	2,831834	85,848 pF
C_2	4,03958	122,461 pF
C_3	74,92914	2271,490 pF
C_4	1,125289	34,113 pF
C_5	0,3081929	9,343 pF

Caracteristica de atenuare frecvență calculată pe baza acestor elemente cu ajutorul programului este redată în fig. 4.35.

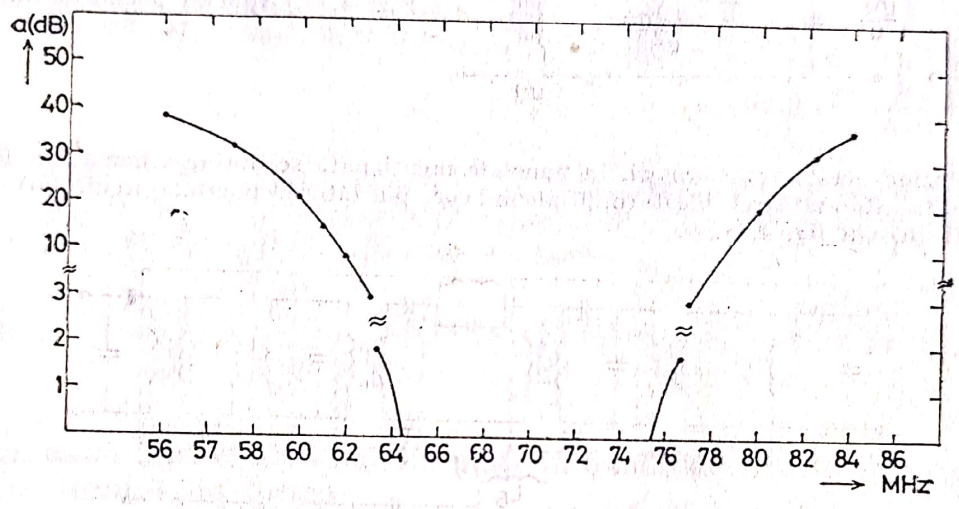


Fig. 4.35. Caracteristica de atenuare rezultată a filtrului FI.

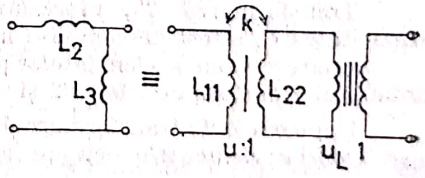
Schema filtrului din fig. 4.34 prezintă unele inconveniente pentru realizarea practică în banda frecvențelor de 70 MHz.

1) Valoarea inductanței L_2 este prea mică pentru a putea fi realizată.

2) Capacitățile C_2 și C_4 au cîte un punct flotant, care inevitabil prezintă o capacitate față de masă.

Pentru înlăturarea acestor neajunsuri circuitul Γ format din inductanțele L_2-L_3 se înlocuiește cu un transformator cu coeficientul de cuplaj $k < 1$ în baza relațiilor (fig. 4.36):

Fig. 4.36. Circuit echivalent al transformatorului:



$$L_{11} = L_2 + L_3 \qquad u = \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}}; \quad k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}\,L_{22}}}$$

$$L_{12} = u_L \cdot L_2 \qquad L_{22} = u^2 L_2$$

Pentru valorile de mai sus se obține

$$L_{11} = L_2 + L_3 = 100{,}221 \text{ nH}$$

Deoarece se dorește ca $L_{11} = L_{22}$ ($u = 1$) se obține pentru valoarea lui u_L^2:

$$u_L^2 = \frac{L_{22}}{L_2} = \frac{L_{11}}{L_2} = \frac{100{,}221}{2{,}31494} = 43{,}293131$$

u_L = 6,57975

În continuare

$$L_{12} = u_L L_2 = 6{,}57975 \cdot 2{,}31494 = 15{,}23173 \text{ nH}$$

și pentru coeficientul de cuplaj k

$$k = \frac{L_{12}}{L_{11}} = \frac{15{,}23173}{100{,}221} = 15{,}198\ \%$$

Pentru eliminarea inconvenientului referitor la introducerea în circuit a unor capacități care să includă ulterior capacitățile față de masă ale capetelor flotante ale capacităților C_4 se folosesc transformarea Norton din fig. 4.37.

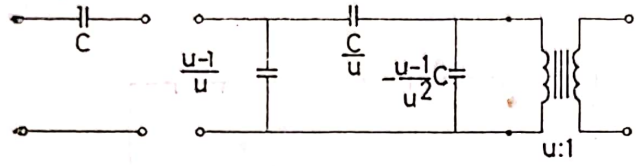


Fig. 4.37. Aplicare a transformatei Norton.

Utilizînd aceste transformări, în punctele menționate se obține schema din fig. 4.38. Suprimînd transformatoarele ideale (multiplicînd corespunzător elementele circuitului) se obține schema finală din fig. 4.38.

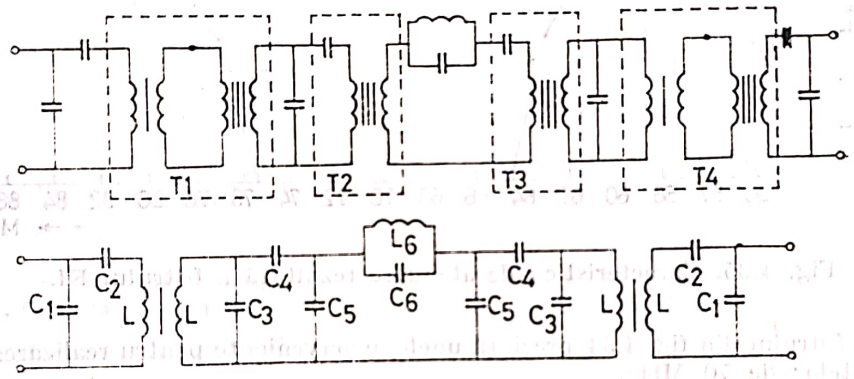


Fig. 4.38. Transformări echivalente ale filtrului FI.

Transformări aplicate filtrului din fig. 4.34. pentru obținerea unei structuri convenabile (fig. 4.38)

Transformarea T_1 reprezintă transformarea corespunzătoare a circuitului Γ de inductanță format din inductanțele L_2 și L_3 conform fig. 4.36. Transformarea similară este și T_4 numai că în acest caz raportul de transformare este u_L^{-1}.

Transformarea T_2, reprezintă transformarea Norton (Tabel 3.1) a capacității $2C_4$. (Capacitatea C_4 a fost descompusă în două capacități egale, de valoare $2C_4$ conectate în serie).

Deoarece valorile elementelor permit (și pentru simplificarea calculelor), raportul de transformare al transformatorilor $T2$ și $T3$ s-a ales u_L^{-1} și respectiv u_L.

Rapoartele de transformare din transformările $T_1 \ldots T_4$ pot fi alese și de valori diferite, dacă valorile elementelor impun aceasta. Valorile finale ale elementelor sînt următoarele:

$C_1 = 85{,}845$ pF

$C_2 = 122{,}461$ pF

$C_3 = 43{,}674$ pF

$C_4 = 10{,}369$ pF

$C_5 = 57{,}856$ pF

$C_6 = 9{,}343$ pF

$L = 100{,}221$ nH

$k = 0{,}152317$

$L_6 = 119{,}489$ nH

4.9. PROIECTAREA FILTRELOR FORMATE DIN CIRCUITE CUPLATE PE BAZĂ DE SINTEZĂ

Structura din fig. 4.39, formată din circuite rezonante derivație cuplată capacitiv este foarte indicată pentru a fi folosită la frecvențe înalte. Astfel de structuri pot fi obținute prin utilizarea inversorilor în cazul structurilor convenționale obținute prin transformarea FTJ—FTB [1 Cap. 11]. Dezavantajul acestei metode constă în aceea că nu poate fi utilizată decît pentru cazul filtrelor de bandă foarte îngustă (din cauza utilizării inversorilor neideali).

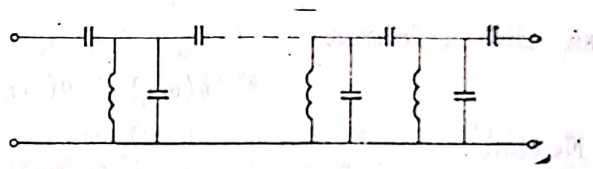


Fig. 4.39. Filtru de bandă format din circuite derivație cuplate capacitiv.

Filtrele realizate din structuri de tipul celor din fig. 4.39 după cum s-a arătat [1 Cap. 9] fac parte din clasa filtrelor parametrice simetrice, a căror funcție caracteristică este de tipul

$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)\prod_{i=1}^{m}(s^2+\omega_{0i}^2)}{s^{2m+1}} \qquad (4.98)$$

În cazul aproximării maxim-plate în banda de trecere funcția caracteristică rezultă de forma

$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)(s^2+\omega_0^2)}{s^{2m+1}} \qquad (4.99)$$

$s = \sigma + j\omega$; $\omega = f/f_0$.

Metoda se exemplifică printr-un exemplu de filtru cu frecvența centrală de 70 MHz, format din 3 circuite derivație cuplate capacitiv (fig. 4.40).

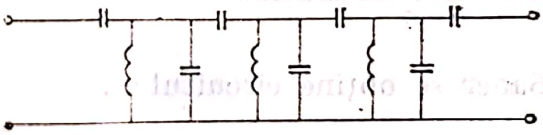


Fig. 4.40. Filtru format din trei circuite rezonante cuplate capacitiv.

Pentru cazul aproximării maxim plate în banda de trecere, funcția caracteristică rezultă de forma

$$K(s) = C\,\frac{(s^2-\alpha^2)\,(s^2+\omega_0^2)^3}{s^7} \qquad (4.100)$$

Parametrul α se determină pentru a se obține valori convenabile pentru inductanța L.

Impunînd condițiile:

Frecvența centrală: $f_0 = 70$ MHz

Banda de trecere relativă : $\frac{2\Delta f_t}{f_0} = 0{,}2$

Aproximarea în banda de trecere : maxim plată

Rezistenţele de închidere $R_1 = R_2 = 75\ \Omega$.

Pentru determinarea frecvenţei centrale ω_0 şi a constantei C se pune condiţia ca atenuarea la limitele benzii de trecere

$$\omega_{t_1} = 1 - \frac{\Delta f_t}{f_0};\quad \omega_{t_2} = 1 + \frac{\Delta f_t}{f_0} \tag{4.101}$$

să aibă valoarea

$$a(\omega_{t_1}) = a(\omega_{t_2}) = 3\ \text{dB} \tag{4.102}$$

Notînd :

$$A(\omega) = \left[\frac{\omega^2 + \alpha^2}{\omega^7}\right]^{1/3} \tag{4.103}$$

din relaţiile (4.99) şi (4.103) se obţine :

$$\omega_0^2 = \frac{\omega_{t2}^2\, A(\omega_{t2}) + \omega_{t1}^2\, A(\omega_{t1})}{A(\omega_{t2}) + A(\omega_{t1})} \tag{4.104}$$

şi

$$C = \frac{\omega_{t2}^7 \sqrt{10^{0{,}1a(\omega_{t2})} - 1}}{(\omega_{t2}^2 + \alpha^2)\,(\omega_{t2}^2 - \omega_0^2)^3} \tag{4.105}$$

Pentru $\alpha = 1$ rezultă

$$\omega_0 = 0{,}9851 \qquad C = 63{,}92$$

Deci expresia funcţiei caracteristice este :

$$K(s) = 63{,}92\,\frac{(s^2 - 1)(s^2 + 0{,}9704)}{s^7}$$

După sinteza cu procedeul Bader se obţine circuitul :

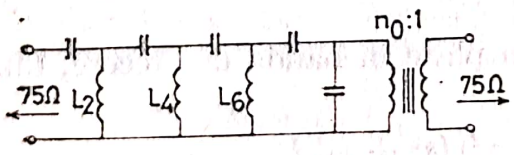


Fig. 4.41. Circuit obţinut prin metoda de sinteză Bader.

Circuitul din fig. 4.41 nu este acceptabil pentru realizarea practică nici datorită topologiei, nici din punctul de vedere al valorilor şi dispersiei valorilor inductanţelor. Valoarea minimă a inductanţei care poate fi realizată cu constante concentrate este în cazul de faţă :

$$L_2 = 53{,}44\ \text{nH}$$

Scanned with OKEN Scanner

Prin utilizarea transformărilor Norton (Cap. 3) se obţine circuitul (fig. 4.42) :

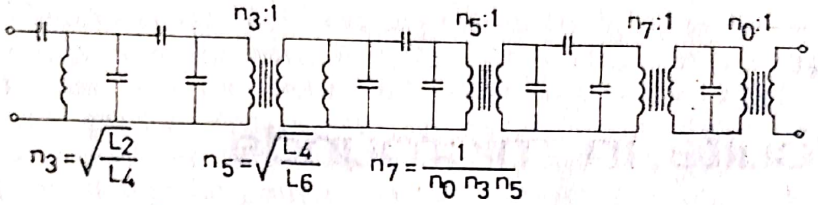


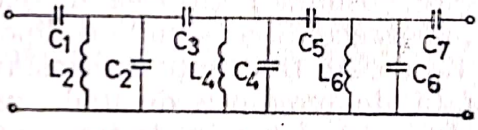
Fig. 4.42. Utilizarea transformării Norton, în circuitul din fig. 4.33 :

$$n_3 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\,;\quad n_5 = \sqrt{\frac{L_4}{L_6}}\,;\quad n_7 = \frac{1}{n_0\, n_2\, n_5}$$

După utilizarea transformărilor Norton se obţine circuitul din fig. 4.43 care îndeplineşte condiţiile impuse atît ca topologie cît şi ca valori de elemente.

Fig. 4.43. Filtru de bandă format din 3 circuite rezonante cuplate capacitiv :

$L_2 = L_4 = L_6 = 53{,}44$ nH
$C_{min} = 13{,}3$pF $C_{max} = 76{,}3$ pF



Scanned with OKEN Scanner

5.

Circuite în microunde

5.1. GENERALITĂȚI

În domeniul frecvențelor înalte, mai mari de circa 200 MHz, nu mai este posibilă realizarea filtrelor din elemente cu constante concentrate, deoarece dimensiunile componentelor sînt de valori practic irealizabile. La aceste frecvențe dimensiunile elementelor nu mai pot fi neglijabile față de lungimea de undă respectivă.

În acest domeniu de frecvență, care poate fi privit că este cuprins între 0,1 și 20 GHz, filtrele vor fi realizate sub formă de secțiuni de linii, care, în funcție de domeniul de frecvență și de coeficientul de calitate, vor fi realizate sub forma coaxială, ghiduri sau linii plate.

Progresul obținut în tehnologia depunerilor sub forma filmului subțire permite realizarea unor circuite complicate, care necesită o precizie ridicată, sub formă relativ simplă (Microstrip). Din acest motiv, problema sintezei filtrelor din linii, datorită realizabilității sub formă de microstrip a căpătat o importanță deosebită. În cazul cel mai general, problema obținerii unei selectivități impuse se poate rezolva combinînd secțiuni de linii de impedanțe caracteristice diferite și lungimi diferite. Circuitele de acest tip sînt descrise de funcții transcendente și din acest motiv sinteza în acest caz apare deosebit de dificilă.

Problema sintezei circuitelor cu linii se rezolvă din acest motiv numai impunînd anumite limitări.

Dacă ne limităm de exemplu la filtre cu lărgimi de bandă relativ mici, se pot deduce relații aproximative între elementele cu constanta concentrată și cele formate din secțiuni de linie.

Rezultate mai bune se obțin prin introducerea așa numiților *Inversori* de 90°, care se realizează din secțiuni de linii de lungime de $\frac{\lambda}{4}$, unde λ este lungimea de undă corespunzătoare frecvenței medii centrale. Deoarece în proiectare, proprietățile inversorului sînt presupuse ca independente de frecvență și elementele de circuit se realizează cu secțiuni de linii, această metodă de proiectare se limitează strîns la lărgimi de bandă relativ mici.

Richards [16] a fost primul care a indicat metoda de proiectare exactă a filtrelor de lărgimi de bandă oarecare. În cazul în care ne limităm la elemente formate din secțiuni de linii de lungimi egale, cu ajuto-

Scanned with OKEN Scanner

rul transformării propuse de Richards se poate reduce problema sintezei filtrelor formate din secțiuni de linii de transmisie, la sinteza filtrelor reactive.

O problemă deosebită în cazul proiectării filtrelor formate din linii, o constituie impedanțele caracteristice ale secțiunilor de linii care sînt realizabile numai într-un domeniu relativ redus de valori.

În general proiectarea filtrelor de bandă s-a redus ținînd seama de periodicitatea funcțiilor trigonometrice utilizate, la proiectarea filtrelor trece sus. În acest caz lungimea elementelor de linii este dictată de frecvența medie a benzii de trecere. Se va indica în paragraful 6.7 o metodă de proiectare a filtrelor de bandă (FTB) în care lungimea secțiunilor de linii se va stabili independent de această frecvență, dacă filtrul de bandă se va calcula cu un filtru reactiv de bandă și nu de tipul trece sus.

5.2. PARAMETRII CARACTERISTICI

Teoria liniilor de transmisie se bazează pe lucrările lui Heaviside. Undele electromagnetice se descompun în două componente corespunzătoare celor două direcții care definesc apoi coeficientul de reflexie și impedanța caracteristică.

Adaptarea

În vederea introducerii parametrilor caracteristici se vor defini cele două tipuri de adaptare, respectiv adaptarea în vederea extragerii maximului de putere și adaptarea pentru eliminarea reflexiilor.

Adaptarea pentru extragerea maximumului de putere este ilustrată în fig. 5.1*a*, în care

$$Z_2 = Z_i \tag{5.1}$$

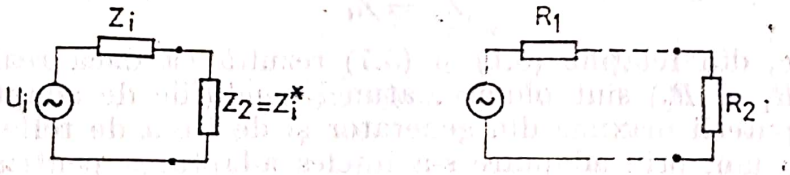


Fig. 5.1 *a*) Adaptarea în cazul extragerii puterii maxime.
b) Conexiunea directă a generatorului cu sarcina.

iar puterea maximă ce poate fi cedată de generator coincide cu puterea efectivă de pe sarcină, respectiv

$$P_0 = \frac{U_i^2}{4R_i} = P_2 \tag{5.2}$$

Cuadripolul în fig. 5.1*b* a fost înlocuit cu o conexiune directă. Funcția de transmisie $H(s)$ rezultă în baza definiției:

$$P_0 = \frac{|U_i|^2}{4R_1}; \quad P_2 = \frac{|U_i|^2 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \tag{5.3}$$

$$|H|^2 = \frac{P_0}{P_2} = \frac{R_1 + R_2}{4R_1R_2}$$

și atenuarea

$$A = \ln |H| = \ln \frac{R_1 + R_2}{2 \cdot \sqrt{R_1R_2}} \tag{5.4}$$

Scanned with OKEN Scanner

Se observă că deşi cuadripolul a fost înlocuit cu o conexiune directă, apare o atenuare. Aceasta se datoreşte faptului că puterea din sarcină a fost raportată la puterea maximă extrasă din generator.

Dacă cele două rezistenţe diferă între ele raportul $\frac{P_0}{P_2}$ este mai mare decît unu.

Notînd cu P_r puterea reflectată, rezultă

$$P_0 = P_2 + P_r \text{ respectiv}$$

$$1 + \frac{P_2}{P_0} + \frac{P_r}{P_0} = \frac{1}{H^2} + \rho^2$$

de unde

$$|\rho^2| = 1 - \frac{4R_2R_2}{(R_1+R_2)^2} = \frac{(R_2-R_1)^2}{(R_1+R_2)^2}$$

sau coeficientul de reflexie

$$\rho = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} \tag{5.5}$$

Dacă $R_1 = R_2$ din relaţia (5.4) rezultă că $a = 0$, iar din (5.5) $r = 0$.

Dacă în relaţia (5.5) în locul rezistenţelor sînt impedanţe oarecare, atunci

$$\rho = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \tag{5.6}$$

Din (5.6) rezultă că pentru a avea reflexii nule trebuie ca ($r = 0$):

$$Z_2 = Z_1 \tag{5.7}$$

În concluzie, din relaţiile (5.1) şi (5.7) rezultă că dacă rezistenţele de închidere (R_1 şi R_2) sînt ohmice, atunci condiţiile de adaptare pentru extragerea puterii maxime din generator şi de lipsă de reflexii, coincid.

Pînă acum, prin adaptare s-a înţeles adaptarea pentru extragerea puterii maxime. În continuare va trebui specificat la care adaptare ne referim. Deseori adaptarea pentru lipsa de reflexii se mai numeşte şi adaptare de impedanţă.

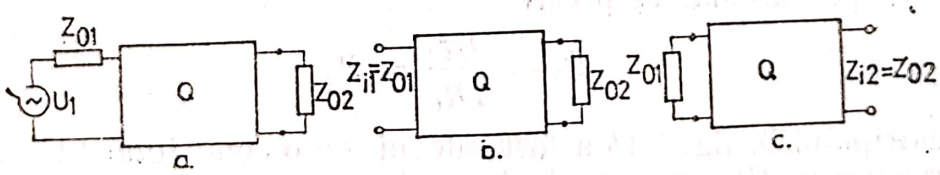


Fig. 5.2. *a*) Cuadripol închis în ambele capete *b*) şi *c*) condiţii de închidere fără reflexii.

Fie un cuadripol închis în ambele părţi (fig. 5.2) pe impedanţele Z_{01} şi Z_{02} astfel alese încît să se asigure închiderea fără reflexii (adaptată) atît în primar cît şi în secundar.

Cuadripolul închis în secundar pe impedanţa Z_{02} trebuie să prezinte în primar o impedanţă de intrare Z_{11}, iar închis în primar pe impedanţa Z_{01} trebuie să prezinte în secundar o impedanţă de intrare Z_{i2}.

Scanned with OKEN Scanner

Expresiile impedanţelor de intrare în funcţie de parametrii lanţ sînt [1 cap. 4]:

$$Z_{i1} = \frac{A_{12} + A_{11}Z_{02}}{A_{22} + A_{21}Z_{02}} \quad Z_{i2} = \frac{A_{12} + A_{22}Z_{01}}{A_{11} + A_{21}Z_{01}} \tag{5.8}$$

impunînd condiţia de adaptare în ambele părţi (fig. 5.2*b* şi *c*) rezultă

$$Z_{i1} = Z_{01} = \frac{A_{12} + A_{11}Z_{02}}{A_{22} + A_{21}Z_{02}} \quad Z_{i2} = Z_{02} = \frac{A_{12} + A_{22}Z_{01}}{A_{11} + A_{21}Z_{01}} \tag{5.9}$$

Din relaţiile (5.9) se pot exprima impedanţele Z_{01} şi Z_{02} în funcţie de parametrii lanţ şi se obţine [1, cap. 3.7]:

$$Z_{01} = \frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}; \quad Z_{02} = \frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}} \tag{5.10}$$

care se numesc *impedanţe imagine*. În general, impedanţele imagine nu sînt fracţii raţionale şi nici funcţii real pozitive.

Funcţia de transmisie, în cazul închiderii cuadripolului pe impedanţele imagine se numeşte coeficientul de transfer pe imagine şi se notează cu Γ_0.

Expresia acestuia rezultă din funcţia de transmisie [1 cap. 4]

$$H = \frac{A_{12} + A_{22}Z_1 + A_{11}Z_2 + A_{21}Z_1Z_2}{2\sqrt{Z_1Z_2}} \tag{5.11}$$

prin înlocuirea $Z_1 = Z_{01}$ şi $Z_2 = Z_{02}$ şi ţinînd seama de (5.10)

$$\Gamma_0 = \frac{A_{12} + Z_{01}A_{22} + A_{11}Z_{02} + A_{21}\ Z_{01}Z_{02}}{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\sqrt{A_{12}A_{21}} + \sqrt{A_{11}A_{22}}\right] \tag{5.12}$$

Logaritmul coeficientului de transfer pe imagini se numeşte *exponentul de transfer pe imagini*:

$$g_0 = \ln\ [A_{21}A_{21} + A_{11}A_{22}] = A_0 + jb_0 \tag{5.13}$$

unde A_0 este atenuarea imagine, iar b_0 defazarea imagine.

Exprimînd parametrii lanţ din relaţiile (5.10) şi (5.13) se obţine:

$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}}\ \mathrm{ch}\ g_0 \quad A_{12} = \sqrt{Z_{01}Z_{02}}\ \mathrm{sh}\ g_0$$

$$A_{21} = \frac{1}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}\ \mathrm{sh}\ g_0 \quad A_{22} = \sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}}\ \mathrm{ch}\ g_0 \tag{5.14}$$

Valoarea determinantului lanţ:

$$A = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = \mathrm{ch}^2 g_0 - \mathrm{sh}^2 g_0 = 1 \tag{5.15}$$

Scanned with OKEN Scanner

Parametrii Z_{01}, Z_{02} și g_0 determină univoc cuadripolii lineari pasivi reciproci, deoarece pe baza acestora se poate determina orice familie de parametrii [1, tabelul 3.1].

Impedanța de intrare

Fie un cuadripol închis în secundar pe o impedanță oarecare Z_2 (fig. 5.3).

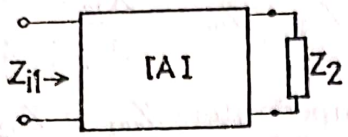


Fig. 5.3. Cuadripol închis în secundar.

Impedanța de intrare exprimată cu ajutorul parametrului lanț este :

$$Z_{i1} = \frac{A_{12} + A_{11}Z_2}{A_{22} + A_{21}Z_2} \tag{5.16}$$

Dacă în locul parametrilor lanț în relația (5.16) se introduc parametrii imagine se obține relația :

$$Z_{i1} = Z_{01}\frac{Z_2 \mathrm{ch}g_0 + Z_{02}\mathrm{sh}g_0}{Z_{02}\mathrm{ch}g_0 + Z_2\mathrm{sh}g_0} \tag{5.17}$$

Dacă $Z_2 = \infty$ (cazul secundarului în gol)

$$Z_{i1} = Z_{1g} = Z_{01}\ \mathrm{ch}g_0 \tag{5.18}$$

iar pentru $Z_2 = 0$ (cazul secundarului în scurtcircuit) :

$$Z_{i1} = Z_{1s} = Z_{01}\ \mathrm{th}\ g_0 \tag{5.19}$$

Din relațiile (5.18) și (5.19) rezultă :

$$Z_{01} = \sqrt{Z_{1g}Z_{1s}}$$

$$\mathrm{th}\ g_0 = \sqrt{\frac{Z_{1g}}{Z_{1s}}} \tag{5.20}$$

și în mod similar :

$$Z_{02} = \sqrt{Z_{2g}Z_{2s}}$$

$$\mathrm{th}\ g_0 = \sqrt{\frac{Z_{2g}}{Z_{2s}}} \tag{5.21}$$

Semnul ce rezultă după extragerea rădăcinii pătrate pentru impedanțele imagine se stabilește ținînd seama de convențiile :

$$\mathrm{Re}[Z_{01}] \geqq 0$$

și $$(-\mathrm{j})(-\mathrm{j}) = -\mathrm{j} \text{ și } (+\mathrm{j})(+\mathrm{j}) = +\mathrm{j}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă cuadripolul este simetric, atunci

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_0$$

și pentru impedanța de intrare din relația (5.21) rezultă

$$Z_1 = Z_0 \frac{Z_1 \mathrm{ch} g_0 + Z_0 \mathrm{sh} g_0}{Z_0 \mathrm{ch} g_0 + Z_2 \mathrm{sh} g_0} \tag{5.22}$$

Relația (5.22) este importantă în teoria liniilor de transmisii. În acest caz $g_0 = \gamma l$ iar pentru linii ideale $\gamma = j\beta$ și se obține relația cunoscută :

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_2 \cos \beta l + jZ_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + jZ_2 \sin \beta l} \tag{5.23}$$

Parametrii imagine ai cuadripolului punte (X)

Fie un cuadripol simetric în punte fig. 5.4

Pentru impedanțele în gol și în scurtcircuit se obține [19] :

$$Z_{1g} = \frac{1}{2}(Z_I + Z_{II})$$

$$Z_{1s} = 2 \frac{Z_I Z_{II}}{Z_I + Z_{II}} \tag{5.24}$$

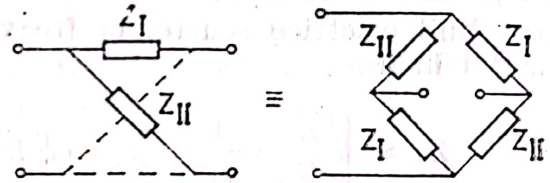


Fig. 5.4. Circuite echivalente în X și în punte

iar pentru impedanța imagine

$$Z_0 = \sqrt{Z_{1g} Z_{1s}} = \sqrt{Z_I Z_{II}} \tag{5.25}$$

Dacă $Z_I Z_{II} = R_d^2$, adică impedanțele punte sînt duale una față de alta atunci $Z_0 = R_d = \text{constant}$

În acest caz [19] pentru funcția de transmisie se obține că $H = \Gamma_0$, adică atenuarea de lucru este egală cu atenuarea imagine.

$$H = \frac{(Z_I + R)(Z_{II} + R)}{(Z_{II} - Z_I) R}$$

5.3. LINII DE TRANSMISIUNI

Proiectarea filtrelor cu linii de transmisie introduce noi principii care diferă de domeniul teoriei circuitelor cu constante concentrate. Studiul în acest caz se bazează pe teoria și practica modulului de propagare

Scanned with OKEN Scanner

de tip TEM (Transverse ElectroMagnetic). Transformarea propusă de Richards [16] stă la baza teoriei circuitelor TEM.

La frecvenţe cuprinse în domeniul kiloherţilor şi pînă la cîţiva Megaherţi, variaţia fazei datorită vitezei de propagare finită a semnalului electromagnetic este mică şi se neglijează. La aceste frecvenţe circuitele sînt denumite cu constante concentrate. În domeniul frecvenţelor înalte se ia însă în consideraţie natura distribuită a structurii fizice, ceea ce conduce la teoria cunoscută a liniilor de transmisiuni.

Impedanţa de intrare a unei linii de transmisiuni de impedanţe caracteristice Z_0, lungimea l (fig. 5.5) şi închisă pe impedanţa de sarcină Z_2 este dată de relaţia

$$Z_{i1} = Z_0 \frac{Z_2 \mathrm{ch}\gamma l + Z_0 \mathrm{sh}\gamma l}{Z_0 \mathrm{ch}\gamma l + Z_L \mathrm{sh}\gamma l} \tag{5.26}$$

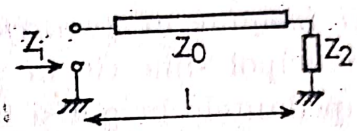


Fig. 5.5. Linie de transmisiuni.

unde Z_0 şi γ sînt date de relaţiile

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + \mathrm{j}\omega L}{G + \mathrm{j}\omega C}} \quad \gamma = \sqrt{(R + \mathrm{j}\omega L)(G + \mathrm{j}\omega C)} = \alpha + \mathrm{j}\beta \tag{5.27}$$

şi R, L, G, C sînt rezistenţele, inductanţe, conductanţe şi capacitatea distribuită, pe metru de linie.

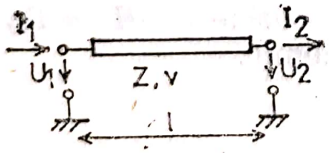
Pentru linii electrice scurte, la frecvenţe foarte înalte $R \ll \omega L$ şi $G \ll \omega C$, astfel încît

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{vC}; \quad \beta = \omega\sqrt{LC}\ ; \quad v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{5.30}$$

Elemente din linii

Relaţiile care se vor deduce vor fi valabile pentru cazul liniilor omogene, fără pierderi. Dacă lungimea unui element de linie este l, impedanţa caracteristică Z_0, viteza de propagare a undei v, atunci matricea lanţ a acestuia este (fig. 5.6):

Fig. 5.6. Secţiune de linie:



$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \text{ unde } [A] = \begin{bmatrix} \cos\frac{2\pi l}{\lambda} & \mathrm{j}Z_0 \sin\frac{2\pi l}{\lambda} \\ \mathrm{j}\frac{1}{Z_0}\sin\frac{2\pi l}{\lambda} & \cos\frac{2\pi l}{\lambda} \end{bmatrix} \tag{5.31}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \tag{5.32}$$

În continuare este indicat ca frecvenţele să se normeze, faţă de o frecvenţă de referinţă f_N.

Dacă lungimea liniei l se alege egală cu un sfert din lungimea de undă λ_N corespunzătoare frecvenţei de referinţă, respectiv

Scanned with OKEN Scanner

$$l = \frac{\lambda N}{4} = \frac{v}{4 f_N} \tag{5.33}$$

se obține

$$\frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} \tag{5.34}$$

Scoțind în factor comun pe cos $\frac{2\pi l}{\lambda}$ în matricea A(5.31) se obține:

$$A = \sqrt{\frac{1}{1 + \mathrm{tg}^2 \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}}} \begin{bmatrix} 1 & jZ_0 \mathrm{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} \\ \mathrm{j}\frac{1}{Z_0}\mathrm{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} & 1 \end{bmatrix} \tag{5.35}$$

Din relația 5.35 se pot deduce impedanțele dipolilor, corespunzătoare unor elemente de linie $\left(\frac{\lambda}{4}\right)$ în scurtcircuit sau în gol (fig. 5.7).

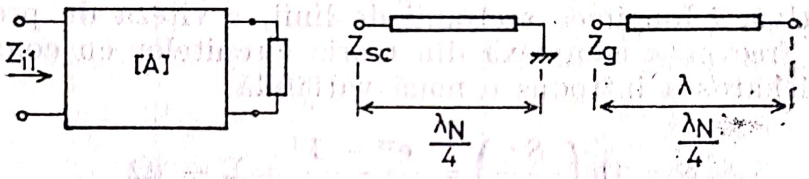


Fig. 5.7. Impedanțele elementelor de linie în scurt și în gol.

Ținînd seama de relația dintre impedanța de intrare a unui cuadripol și parametrii lanț, respectiv [1]:

$$Z_{i1} = \frac{A_{12} + ZA_{11}}{A_{22} + A_{21}Z}$$

se obține pentru cazul unui element de linie în scurtcircuit ($Z = 0$):

$$Z_{sc} = \frac{A_{12}}{A_{22}} = \mathrm{j}Z_0 \mathrm{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} \tag{5.36}$$

iar pentru elementul de linie în gol ($Z = \infty$)

$$Z_g = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{1}{\mathrm{j}\frac{1}{Z_0}\mathrm{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_0}} \tag{5.37}$$

Dacă se introduce transformarea $\Omega = \mathrm{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}$ (5.38)

atunci relațiile (5.36) și (5.37) devin:

$$Z_{sc} = \mathrm{j}\Omega Z_0 \text{ și } Z_g = \frac{1}{\mathrm{j}\Omega\left(\frac{1}{Z_0}\right)} \tag{5.39}$$

Scanned with OKEN Scanner

iar matricea lanț (5.35)

$$[A] = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_0 \\ j\Omega \frac{1}{Z_0} & 1 \end{bmatrix} \tag{5.40}$$

Se observă că cu ajutorul acestei transformări, funcții periodice de f se transformă în funcții neperiodice de Ω, iar impendanțele în scurt și în gol ale liniei în $\lambda N/4$ se comportă ca o inductanță sau o capacitate (în funcție de Ω).

5.4. TRANSFORMAREA RICHARDS

Transformarea Richards se aplică circuitelor formate din rezistențe discrete, transformatori ideali și elemente de linii [16] [12]. Cu ajutorul acestei transformări, impedanța de intrare a unei linii $Z(s)$, devine o funcție rațională de $e^{\tau s}$, unde $\tau = \frac{2l}{v}$ este timpul de propagare prin linie respectivă, l lungimea secțiunii de linii, v viteza de propagare iar $s = \sigma + j\omega$ frecvența complexă din teoria circuitelor cu constante concentrate. Richards a introdus o nouă variabilă

$$S = \text{th}\left(\frac{S\tau}{2}\right) = \frac{e^{\tau s} - 1}{e^{\tau s} + 1} = \Sigma + j\Omega \tag{5.41}$$

Pentru cazul frecvențelor reale $\Sigma = 0$ și relația (5.41) devine

$$S = j\Omega = j\text{tg}\Phi \tag{5.42}$$

unde $\Phi = \frac{\omega l}{v}$ reprezintă lungimea electrică.

Dacă se exprimă $e^{\tau s}$ din relația (5.41) se obține :

$$e^{\tau s} = \frac{1+S}{1-S} \tag{5.43}$$

Rezultă că $Z(S)$ este o funcție rațională de S.

Richards [16] a stabilit că impedanța de intrare a secțiunilor de linie posedă o parte reală pozitivă Σ pentru toate cazurile în care $\sigma \geqslant 0$. În consecință relația 5.41 transformă semiplanul drept S și

$$\text{Re}\ [Z(S)] \geqq 0 \text{ pentru } \Sigma \geqq 0$$

Aceasta transformare nu este univocă. Transformarea inversă corespunde funcțiilor impedanță ale liniilor de transmisie. Ca urmare a transformării lui Richards, rezultă o relație asemănătoare între impedanțele bobinelor și condensatorilor din planul s și impedanțele în scurt și în gol ale liniilor în planul S.

În examinarea schemelor cu secțiuni de linii de transmisie este comod să se folosească simboluri de elemente concentrate pentru caracterizarea

Scanned with OKEN Scanner

elementelor cu constante distribuite. Deci, cînd se vorbește de capacități și inductanțe în planul S (sau simplu de capacități și inductanțe) se vor avea în vedere secțiuni de linii în scurtcircuit și în gol.

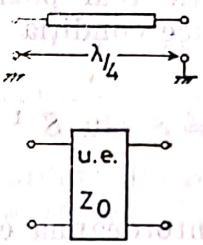
Se vor folosi însă și reprezentări sub formă de linii în special cînd va fi nevoie să se facă distincția între elementele cu constante concentrate și cele cu linii.

Matricea elementului de linie exprimată prin relația (5.40), a căpătat în literatură denumirea de *Elementul Unitate* (u.e).

Matricele lanț, impedanță și admitanță ale elementului unitate sînt redate în tabelul 5.1.

Tabelul 5.1

Parametrii A, Z și Y ai elementului unitate (u.e)

Elementul	Reprezentarea	Planul S
Elementul unitate u.e		$[A] = \frac{1}{T}\begin{bmatrix} 1 & Z_0 S \\ S/Z_0 & 1 \end{bmatrix}$ $[Y] = \frac{1}{S}\begin{bmatrix} Y_0 & -Y_0 T \\ -Y_0 T & Y_0 \end{bmatrix}$ $[Z] = \frac{1}{S}\begin{bmatrix} Z_0 & Z_0 T \\ Z_0 T & Z_0 \end{bmatrix}$ $[T] = \sqrt{1 - S^2}$

Teorema lui Richards

În teoria rețelelor Richards, teorema de bază este teorema lui Richards. Fie un cuadripol, format dintr-un element unitate închis în secundar pe o impedanță $Z_1(s)$, care este o funcție rațională real pozitivă (fig. 5.8.).

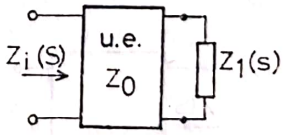


Fig. 5.8. Element unitate (u.e) închis pe impedanța Z_1.

Ținînd seama de parametrii lanț ai elementului unitate (tabelul 5.1) și de relația dintre acestea și impedanța de intrare a unui cuadripol (5.16) se obține :

$$Z_i(S) = Z_0 \frac{SZ_0 + Z_1(S)}{Z_0 + SZ_1(S)} \qquad (5.44)$$

Dacă $Z_1(S)$ este o funcție rațională, atunci și $Z_i(S)$ este rațională și real pozitivă.

Teorema lui Richards arată că funcţia real pozitivă $Z(S)$ se poate realiza totdeauna sub forma circuitului din fig. 5.8, unde funcţia $Z_1(S)$ este real pozitivă, de un grad ce nu întrece pe cel al lui $Z_i(S)$.

În punctul $S = 1$ (relaţia 5.44) devine :

$$Z(1) = Z_0 \text{ de unde}$$

$$Z_1(S) = Z(1)\frac{Z_i(S) - SZ(1)}{Z(1) - SZ_i(S)} = Z_0\frac{Z_i(S) - SZ_0}{Z_0 - SZ_i(S)} \tag{5.45}$$

Dacă $Z(S)$ este o funcţie real pozitivă şi $\frac{Z(S)}{Z(1)}$ ($Z(1)$ impedanţa elementului unitate) nu este identic, egală cu sau $1/S$ atunci funcţia $Z_1(S)$ dată de relaţia (5.45) este de asemenea o funcţie real pozitivă.

Funcţia $Z_1(S)$ este de grad mai mic decît $Z(S)$.

Din teorema lui Richards se deduc două consecinţe :

1) Fie funcţia $Z(S)$ o funcţie real pozitivă corespunzătoare unei impedanţe de intrare, care satisface condiţia

$$\frac{Z(S)}{Z(1)} \neq S \text{ sau } S^{-1}$$

În acest caz din $Z(S)$ se poate întotdeauna extrage un element unitate $Z(1)$, ceea ce permite conectarea în cascadă a unei impedanţe real pozitive $Z_1(S)$ cu un element unitate. Valoarea lui $Z_1(S)$ este :

$$Z_1(S) = \frac{Z(S) - SZ(1)}{Z(1) - SZ(S)}\,Z(1) \tag{5.46}$$

2) Impedanţa $Z_1(S)$ este de asemenea o funcţie real pozitivă şi posedă un grad egal cu gradul lui $Z(S)$ dacă $Z(1) + Z(-1) \neq 0$. Dacă însă $Z(1) + Z(-1) = 0$ atunci gradul lui $Z_1(S)$ este mai mic cu o unitate decît gradul lui $Z(S)$. Această consecinţă este ilustrată schematic în fig. 5.9.*a*.

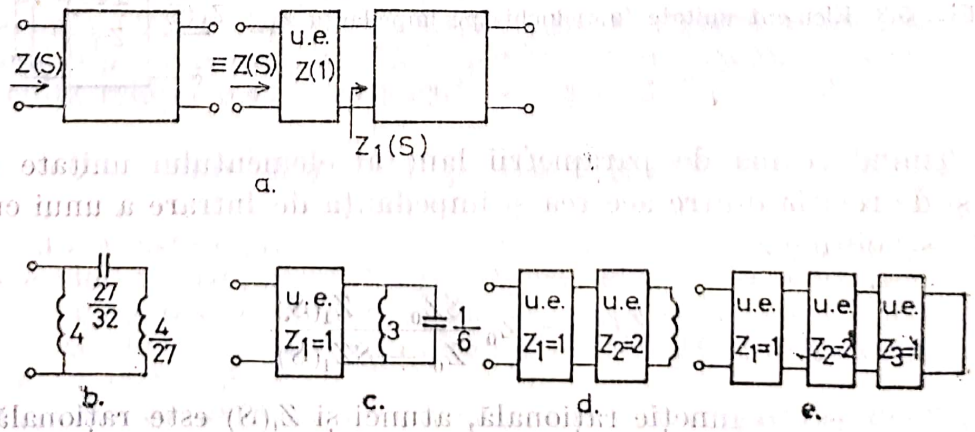


Fig. 5.9. Ilustrarea schematică a consecinţei 1.

5.5. SINTEZA FUNCȚIILOR IMPEDANȚĂ

Variabila S se va privi ca variabilă independentă.

Metodele de sinteză din teoria circuitelor cu constante concentrate se pot generaliza pentru sinteza circuitelor cu constante distribuite. În baza teoremei lui Richards și a consecințelor sale sinteza se poate extinde și pentru funcții de transmisie.

Sinteza funcțiilor reactanță

Fie funcția reactanță

$$X(S) = \frac{S^3 + 8S}{7S^2 + 2}$$

Descompunînd această funcție în fracție continuă și identificînd elementele se obține circuitul din fig. 5.9.*b*

În baza consecinței *2*, funcția $Z(S)$ se poate de asemenea reprezenta și sub forma conectării în cascadă a elementelor unitate. Impedanța caracteristică a primului element unitate se obține dacă se înlocuiește $S = 1$ respectiv $Z(1)$, adică

$$X(1) = \frac{8 + 1}{2 + 7} = 1$$

Acum se extrage elementul unitate din reactanța $X(S)$ în baza consecinței *1*, obținîndu-se reactanța redusă $X_1(S)$, dată de relația :

$$X_1(S) = \frac{X(S) - S}{1 - SX(S)} = \frac{6S(1 - S^2)}{2 - S^2 - S^4}$$

Se observă că numitorul $2 - S^2 - S^4 = (1 - S^2)(2 + S^2)$ și se obține după simplificare cu $1 - S^2$:

$$X_1(S) = \frac{6S}{2 + S^2}$$

Reactanța $X_1(S) = \frac{6S}{2 + S^2}$ se poate sintetiza sub forma unui circuit derivație și se obține circuitul din fig. 5.9*c*. Se poate continua însă cu extragerea a încă unui element unitate. Impedanța caracteristică a acestuia este :

$$X_1(1) = \frac{6}{2 + 1} = 2$$

Reactanța rest după această extracție rezultă

$$X_2(S) = \frac{X_1(S) - 2S}{-SX_1(S)} = \frac{\frac{6S}{2 + S^2} - 2S}{2 - \frac{6S^2}{2 + S^2}} 2 = \frac{4S - 4S^3}{4 - 4S^2} = S$$

Reactanța $X_2(S)$ se poate interpreta fie ca o inductanță de valoare 1 în planul S (fig. 5.9*d*), fie ca un element unitate în scurtcircuit (fig. 5.9, *e*).

Sinteza funcției impedanță de intrare

Să se sintetizeze în diverse variante posibile impedanța [16]:

$$Z(S) = \frac{1 + 2S}{1 + S + S^2} \tag{5.10}$$

Se observă că funcția $Y(S) = [Z(S)]^{-1}$ are un pol la infinit, ceea ce se realizează în planul S printr-o capacitate derivație, respectiv [1 cap. 6]:

$$C = \lim_{S \to \infty} \frac{Y(S)}{S} = \frac{1}{2}$$

Extrăgînd această capacitate se obține, admitanța rest

$$Y_1(S) = Y(S) - \frac{S}{2} = \frac{2 + S}{2 + 4S}$$

Funcția $Y_1(S)$ nu posedă nici pol și nici nul la frecvența zero sau infinit și deci nu se poate extrage în continuare o capacitate sau o inductanță.

Y_1 nu este o funcție de susceptanță minimă și partea reală este:

$$\text{Re } Y_1(j\Omega) = \frac{1 + \Omega^2}{1 + 4\Omega^2}$$

Această funcție prezintă un minim de valoare $\frac{1}{4}$ pentru $\Omega = \infty$.

Deci se poate extrage o admitanță de valoare $\frac{1}{4}$. Extrăgînd $\frac{1}{4}$ din $Y_1(S)$ se obține:

$$Y_2(S) = \frac{3}{4 + 8S} \qquad Z_2(S) = \frac{4}{3} + \frac{8S}{3}$$

$Z_2(S)$ reprezintă o rezistență de valoare $\frac{4}{3}$ în serie cu o inductanță $\frac{8}{3}$. Circuitul final este arătat în fig. 5.10.

Sinteza cu elemente se poate efectua în diverse moduri.

De exemplu, după extragerea capacității derivație $C = \frac{1}{2}$, a rezultat admitanța $Y_1(S)$ respectiv

$$Z_1'(S) = [Y_1(S)]^{-1} = \frac{2 + 4S}{2 + S}$$

Din aceasta se poate extrage un element unitate de valoare

$$Z_1(1) = \frac{2 + 4}{2 + 1} = 2$$

Scanned with OKEN Scanner

Impedanța $Z_2(S)$ care rămîne după extragerea acestui element unitate rezultă :

$$Z_2(S) = \frac{Z_1(S) - SZ_1(1)}{Z_1(1) - SZ_1(1)} \quad Z_1(1) = \frac{\dfrac{2+4S}{2+S} - 2S}{2 - \dfrac{2S+4S^2}{2+S}} \cdot 2 = 1$$

Această variantă este arătată în fig. 5.10*b*.

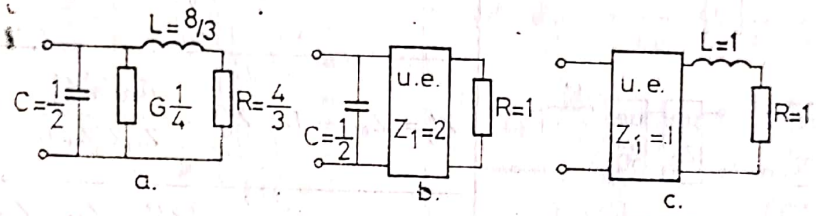


Fig. 5.10. Exemple de sinteză a reactanței în planul *S*.

A treia posibilitate constă în extragerea de la început a unui element unitate. Impedanța acestuia rezultă $Z(1) = 1$

După extragere, rezultă impedanța rest

$$Z_1(s) = \frac{Z(S) - S}{1 - SZ(S)} = \frac{\dfrac{1+2S}{1+S+S^2} - S}{1 - \dfrac{S+2S^2}{1+S+S^2}} = \frac{1+S+S^2-S^3}{1-S^2} =$$

$$= \frac{(1+S)(1-S)}{1-S^2} = +S$$

$Z_1(S)$ este impedanța unei rezistențe $R = 1$ în serie cu o inductanță $L = 1$. Circuitul rezultant este arătat în fig. 5.10*c*.

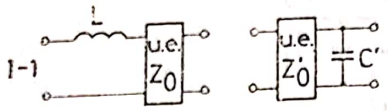
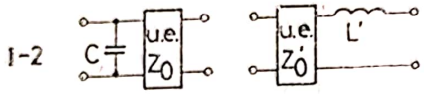
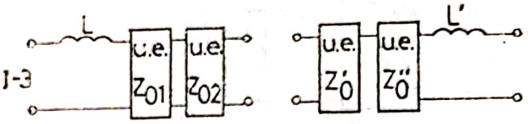
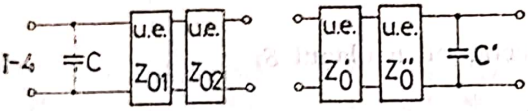
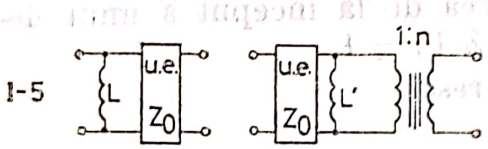
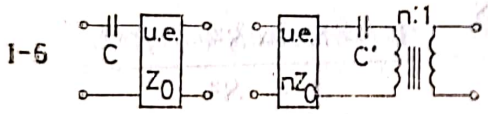
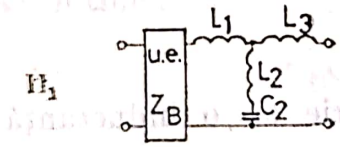
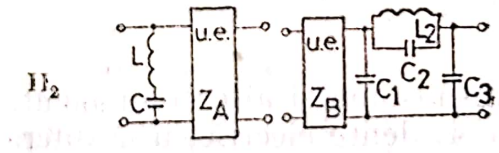
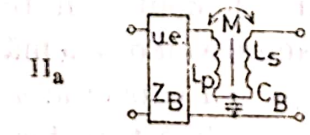
5.6. TRANSFORMĂRILE KURODA

În construcția filtrelor cu linii de transmisiune și alte componente UHF se folosesc diverse scheme care sînt echivalente electric, însă diferă din punctul de vedere al formei și al valorilor elementelor.

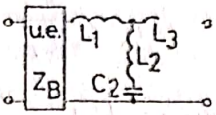
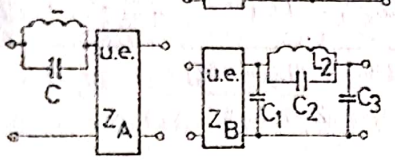
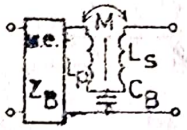
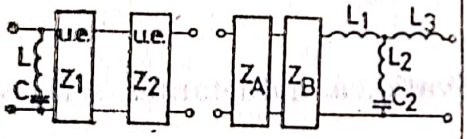
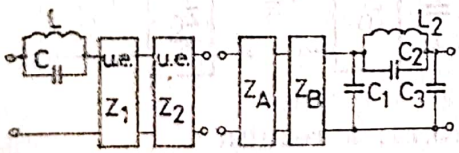
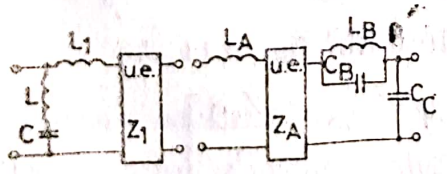
Transformările de acest tip permit alegerea circuitelor cele mai adecvate pentru realizări fizice de dimensiuni convenabile. În tabelul 5.2 se arată echivalențele Kuroda, care permit înlocuirea unui element unitate conectat în primar în serie cu o inductanță sau cu o capacitate cu o schemă echivalentă cu elementul unitate conectat cu inductanța sau capacitatea în secundar. Pentru exemplificare se va demonstra numai prima transformare de echivalență, celelalte deducîndu-se în mod similar.

Scanned with OKEN Scanner

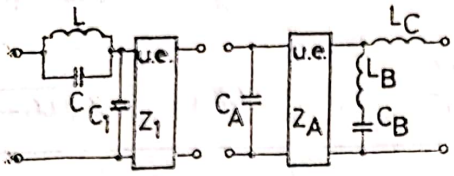
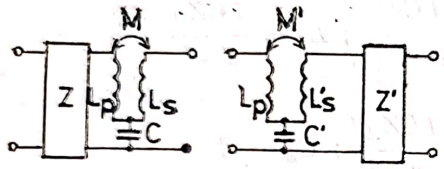
Transformările Kuroda și Kuroda — Levy

Tip	Schema inițială	Schema echivalentă	Relații de echivalență
I-1			$Z_0' = Z_0 + L \qquad C' = \dfrac{L}{Z_0 Z_0'}$
I-2			$Z_0' = \dfrac{Z_0}{1 + Z_0 C} \qquad L' = Z_0 Z_0' C$
I-3			$Z_0' = Z_{01} + L \qquad Z_0'' = \dfrac{Z_{01} Z_{02} Z_0'}{Z_{01} Z_0' Z_{02} L} \qquad L' = \dfrac{Z_{01} Z_0''}{Z_{01} Z_0'}$
I-4			$Z_0'' = Z_{02} + Z_{01} Z_0' C$ $Z_0' = \dfrac{Z_{01}}{1 + Z_{01} C} \qquad C' = \dfrac{Z_{01} Z_0'}{Z_{02} Z_0''} C$
I-5			$n = 1 + \dfrac{Z_0}{L} \qquad L' = \dfrac{Z_0}{n(n-1)}$
I-6			$n = \dfrac{1}{Z_0 C} \qquad C' = \dfrac{1}{n(n-1) Z_0}$
II_1			$Z_B = \dfrac{Z_A}{d}; \; L_1 = -Z_B; \; L_2 = \dfrac{Z_A}{d-1}$ $C_2 = \dfrac{LC}{L_2}; \; L_3 = Z_A \qquad d = 1 + \dfrac{Z_A C}{LC+1}$
II_2			$Z_B = \dfrac{Z_A}{d}; \; C_1 = \dfrac{LC}{Z_B}; \; C_2 = \dfrac{C_1}{d-1}$ $L_2 = \dfrac{LC}{C_2}; \; C_3 = -\dfrac{LC}{Z_A}$
II_3			$L_p = \dfrac{Z_A}{d(d-1)}; \; L_s = \dfrac{Z_A \cdot d}{d-1}$ $M = \dfrac{Z_A}{d-1}; \; C_B = C$

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3	4	5
II$_a$			$Z_B = Z_A d$; $L_1 = LCZ_B$; $L_2 = \frac{L_1}{d-1}$	$d = 1 +$
			$C_2 = \frac{LC}{L_2}$ $\quad L_3 = -LCZ_A$	$+ \frac{L}{Z_A(LC+1)}$
II$_b$			$Z_B = Z_A \cdot d$; $C_1 = \frac{1}{Z_B}$; $C_2 = \frac{1}{(d-1)Z_A}$	
			$L_2 = \frac{LC}{C_2}$ $\quad C_3 = \frac{1}{Z_A}$	
II$_c$			$L_p = \frac{Z_A LCd^2}{d-1}$; $L_s = \frac{LCZ_A}{d-1}$	
			$M = \frac{LCZ_A d}{d-1}$; $C_B = C$	
III$_a$			$Z_A = \frac{Z_1}{d}$; $Z_B = Z_A \frac{m}{n}$ $\quad d = 1 + \frac{Z_1 C}{LC+1}$	
			$L_1 = \frac{dZ_B R_t}{R_n}$; $L_2 = \frac{mZ_1 Z_2}{R_n^2(d-1)}$ $\quad R_t = Z_1 + Z_2$;	
			$C_2 = \frac{1}{v_0^2 L_2}$; $L_3 = -\frac{Z_2 R_t}{R_n}$ $\quad R_n = v_0^2 Z_1 - Z_2$	
			$m = dv_0^2 R_t - R_n$;	
			$n = dR_t + R_n$	
III$_b$			$Z_A = dZ_1$; $Z_B = Z_A \frac{n}{m}$ $\quad d = 1 + \frac{Y_1 L}{LC+1}$	
			$C_1 = \frac{dG_t Y_B}{G_n}$; $C_2 = \frac{Y_1 Y_2 m}{G_n^2(d-1)}$ $\quad G_t = Y_1 + Y_2$;	
			$L_2 = \frac{1}{v_0^2 C_2}$; $C_3 = -\frac{Y_2 G_t}{G_n}$ $\quad G_n = v_0^2 Y_1 - Y_3$	
			$m = dv_0^2 G_t - G_n$;	
			$d = dG_t + G_n$	
III$_c$			$Z_A = \frac{\alpha}{C}$; $L_A = aL$ $\quad v_0^2 = \frac{1}{LC}$	
			$L_B = aR_a$; $C_B = \frac{1}{v_0^2 L_B}$ $\quad R_a = Z_1 + L_1$	
			$C_c = \frac{L_1 - LCZ_1}{R_n Z_1}$ $\quad \alpha = \frac{R_a}{R_a + L(1+v_0^2)}$	

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3	4	5
III$_4$			$Z_A = aL \qquad C_A = \frac{C}{a} \qquad R_a = \frac{Z_0}{1+Z_0C_1};$ $C_B = \frac{1}{aR_a} \qquad L_B = \frac{1}{v_0^2 C_B}$ $L_c = R_a(Z_1C_1 - LC) \qquad a = 1 + R_aC(1 + v_0^2)$	
III$_5$			$Z' = \frac{(L_p + M^2C) + (L_p - M)^2}{L_p 1 + C(Z + L_p)}$ $C' = C + \frac{1}{Z} - \frac{1}{Z'}$ $M' = \frac{MC}{C'}$ $L'_p = \frac{ZCM^2}{Z'C'L_p}$ $L'_s = \frac{Z'C}{ZC'} L_p$	$M' - L' = = \frac{M(Z(M-L_p-Z)}{MCZ + M - L_p}$

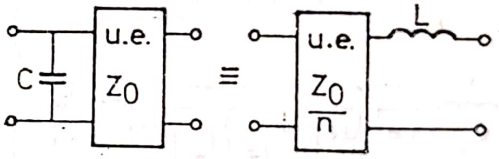
Fie circuitul din fig. 5.11 :

Matricele lanţ ale capacităţii derivaţie, a inductanţei serie şi ale elementului unitate sînt [1, Cap. 3]:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ SC & 1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 & SL \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} 1 & Z_0S \\ \frac{S}{Z_0} & 1 \end{bmatrix}$$

Fig. 5.11. Circuite echivalente (Transformarea I-a Kuroda) :

$$L = \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) Z_0; \quad \eta = 1 + Z_0C$$



Matricea lanţ a circuitului din fig. 5.11, a rezultă

$$\frac{1}{T} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ SC & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_0S \\ \frac{S}{Z_0} & 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} 1 & Z_0S \\ S\left(C + \frac{1}{Z_0}\right) & CZ_0S^2 + 1 \end{bmatrix} \tag{5.47}$$

Matricea lanţ a cuadripolului rezultat din fig. 5.11, *b* :

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_0S}{\eta} \\ \frac{S}{Z_0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & SL \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & LS + \frac{Z_0S}{\eta} \\ \frac{S\eta}{Z_0} & \frac{L\eta}{Z_0} S^2 + 1 \end{bmatrix} \tag{5.48}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă în matricea finală din relaţia (5.48) se înlocuiesc $\eta = 1 + Z_0 C$ şi $L = \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) Z_0$ se obţine matricea finală din relaţia (5.47).

Circuitele din oricare şir al tabelului 5.2 sînt echivalente. Echivalenţa se păstrează şi în cazul elementelor negative în afara cazului în care $\eta = 0$.

După cum se observă o inductanţă în cazul F şi o capacitate în cazul E sînt de valori negative.

Celulele de acest tip sînt cunoscute sub denumirea de „Celulă Brune" care realizează doi poli ai funcţiei de transmisie (complex conjugaţi) [13], pe axa frecvenţelor reale. Echivalenţa dintre o celulă Brune şi o celulă T sau π este arătată în fig. 5.12 :

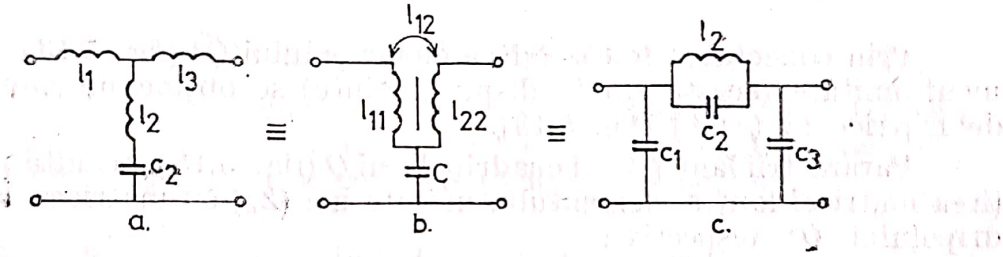


Fig. 5.12. Circuite echivalente ale celulei Brune :

a) $\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} = 0$

b) $M = l_{12} = \sqrt{l_{11} l_{22}}$

c) $\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} = 0$

Relaţiile de echivalenţă :

$$\begin{aligned} l_{11} &= l_1 + l_2 & l_{11} &= \frac{c_2 + c_3 l_2}{c_1 + c_3} \\ l_{22} &= l_2 + l_3 & l_{22} &= \frac{c_1 + c_2 l_2}{c_1 + c_3} \\ l_{12} &= l_2 & l_{12} &= \frac{c_2}{c_1 + c_2} l_2 \\ c &= c_2 & c &= c_1 + c_3 \end{aligned} \qquad (5.49)$$

Transformările Kuroda-Levy

Cu ajutorul transformărilor Kuroda-Levy se pot stabili relaţii de echivalenţă generale în cazul intervertirii conectării elementului unitate cu orice cuadripol de matrice real-pozitivă (fig. 5.13).

Scanned with OKEN Scanner

Cuadripolii Q^a și Q^b sînt determinați de matricele lanț

$$[A^a] = \begin{bmatrix} A^a_{11} & A^a_{12} \\ A^a_{21} & A^a_{22} \end{bmatrix} \text{ și respectiv } [A^b] = \begin{bmatrix} A^b_{11} & A^b_{12} \\ A^b_{21} & A^b_{22} \end{bmatrix}$$

care sînt funcții de variabile Richards S.

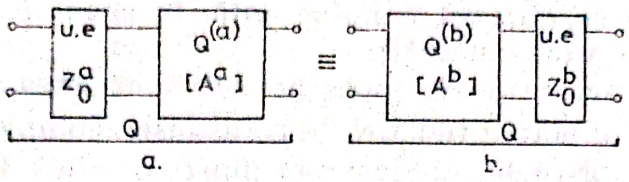


Fig. 5.13. Transformarea Kuroda — Levy.

Prin conectarea în cascadă a cuadripolului Q^a (fig. 5.13a) cu un element unitate (acesta fiind dispus înainte) se obține un nou cuadripol de matrice lanț $[A]$ (fig. 5.13).

Parametrii lanț $[A]$ ai cuadripolului Q (fig. 5.13a) rezultă prin înmulțirea matricei lanț a elementului unitate u.e (Z_a) cu matricea lanț a cuadripolului Q^a respectiv :

$$[A] = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} 1 & Z_0 S \\ Y_0 S & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^a_{11} & A^a_{12} \\ A^a_{21} & A^a_{22} \end{bmatrix} \text{ și se obține :}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-S^2}} A_{11} = A^a_{11} + SZ_0 A^a_{21}; \quad \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} A_{12} = A^a_{12} + SZ_0 A^a_{22} \tag{5.50}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-S^2}} A_{21} = SY_0 A^a_{11} + A^a_{21}; \quad \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} A_{22} = SY_0 A^a_{12} + A^a_{22}$$

Parametrii lanț ai cuadripolului rezultant din fig. 5.13b unde mai întîi se află dispus cuadripolul Q^b și apoi în cascadă se află elementul unitate u.e (Z_b), rezultă scriind caracteristica lanț [1 Cap. 3] între tensiunea (U_1) și curentul (I_1) de întrare în funcție de tensiunea (U_3) și circuitul (I_3) de ieșire :

$$U_1 = A_{11} U_3 + A_{12} I_3 \quad a) \tag{5.51}$$

$$I_1 = A_{21} U_3 + A_{22} I_3 \quad b)$$

iar caracteristica lanț a elementului u.e (Z^b_0) :

$$\sqrt{1-S^2}\, U'_2 = U_3 + SZ^b_0 I_3 \quad a) \tag{5.52}$$

$$\sqrt{1-S^2}\, I'_2 = I_3 + SY^b_0 U_3 \quad b)$$

Rezolvînd sistemul de ecuații (5.52) în raport cu U_3 și I_3 și apoi introducînd aceste valori în relațiile (5.51) se obține pentru caracteristica

lanţ a cuadripolului Q^b :

$$\sqrt{1-S^2}\,U_1 = (A_{11} - SY_0^b A_{12})U_2' + (A_{12} - SZ_0^b A_{11})\,I_2'$$
$$\sqrt{1-S^2}\,I_1 = (A_{21} - SY_0^b A_{22})\,U_2' + (A_{22} - SZ_0^b A_{21})\,I_2' \qquad (5.53)$$

Deci relaţiile dintre parametrii lanţ ai cuadripolului Q^b, parametrii lanţ ai întregului cuadripol Q şi parametrii elementului unitate u.e(Z_0^b) rezultă din relaţiile (5.53) :

$$\sqrt{1-S^2}\,A_{11}^b = A_{11} - SY_0^b A_{12}$$
$$\sqrt{1-S^2}\,A_{12}^b = A_{12} - SZ_0^b A_{21}$$
$$\sqrt{1-S^2}\,A_{21}^b = A_{21} - SY_0^b A_{22} \qquad (5.54)$$
$$\sqrt{1-S^2}\,A_{22}^b = A_{22} - SZ_0^b A_{21}$$

Evident parametrii lanţ ai cuadripolului Q din fig. 5.13, *b* trebuie să fie identici cu cei ai cuadripolului din fig. 5.13*a* şi deci se pot înlocui în (5.54) valorile acestora din relaţiile (5.50) şi se obţine :

$$(1-S^2)A_{11}^b = A_{11} + S(Z_0^a A_{21} - Y_0^b A_{12}) - S^2 Z_0^a Y_0^b A_{22}$$
$$(1-S^2)A_{12}^b = A_{12} + S(Z_0^a A_{22} - Z_0^b A_{11}) - S^2 Z_0^a Z_0^b A_{21} \qquad (5.55)$$
$$(1-S^2)A_{21}^b = A_{21} + S(Y_0^a A_{11} - Y_0^b A_{22}) - S^2 Y_0^a Y_0^b A_{12}$$
$$(1-S^2)A_{22}^b = A_{22} + S(Y_0^a A_{12} - Z_0^b A_{21}) - S^2 Y_0^a Z_0^b A_{11}$$

În sistemul de ecuaţii figurează ca necunoscută impedanţa caracteristică $Z_0^b = (Y_0^b)^{-1}$.

Aceasta se poate calcula examinînd cuadripolul din fig. 5.13*a*. Dacă se scurtcircuitează bornele primare ale întregului cuadripol (deci şi ale elementului unitate u.e (Z_0^a) atunci acesta poate fi înlocuit cu o inductanţă de impedanţă Z_0^a.

Cuadripolul Q^a este închis în acest caz la intrare pe impedanţa SZ_0^a. Impedanţa de ieşire a cuadripolului Q în funcţie de parametrii lanţ rezultă [1 Cap. 4] :

$$Z_e = \frac{A_{12}^2 + SZ_0^a A_{22}^a}{A_{11}^a + SZ_0^a A_{21}^a} \qquad (5.56)$$

Impedanţa Z_e din relaţia (5.56) este aceeaşi şi în cazul fig. 5.13*b*. Se ţine seama de teorema lui Richards :

„*Dacă se cunoaşte matricea lanţ a unui cuadripol care conţine un element unitate, atunci se poate determina impedanţa caracteristică a elementului unitate din relaţia impedanţei de intrare*".

Dacă elementul unitate este închis pe o impedanţă oarecare Z_a, atunci impedanţa de intrare este dată de relaţia (5.44) :

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_a + SZ_0}{Z_0 + SZ_a} \qquad (5.57)$$

Din relația (5.57) se poate determina impedanța caracteristică Z_0, dacă se cunoaște impedanța de intrare Z_i.
Într-adevăr

$$Z_0 = Z_i(S)|_{S=1} \tag{5.58}$$

Deci ținînd seama de relația (5.58), din relația (5.56) se obține :

$$Z_0^b = Z_e(S)|_{S=1} = \frac{A_{12}^a(1) + Z_0^a A_{22}^a(1)}{A_{11}^a(1) + Z_0 A_{21}^a(1)} \tag{5.59}$$

În concluzie :
Se dă un cuadripol de matrice lanț $[A]$ format din conectarea în cascadă a unui element unitate de impedanță caracteristică Z_0 și un cuadripol parțial de matrice lanț $[A^a]$ (fig. 5.13).
Impedanța caracteristică a elementului unitate Z_a^b și elementele matricei lanț ale cuadripolului parțial Q^b (fig. 5.13*b*) care formează un cuadripol echivalent cu cel din fig. 5.13*a* se pot calcula numai din parametrii dați ai cuadripolului din fig. 5.13*a*, respectiv :

$$Z_0^b = \frac{A_{12}(1) + Z_0^a A_{22}(1)}{A_{11}(1) + Z_0^a A_{21}(1)}$$

$$\begin{aligned}
(1 - S^2)A_{11}^b &= A_{11}^a + S(Z_0^a A_{21}^a - Y_0^b A_{11}) - S^2 Z_0^a Y_0^b A_{22} \\
(1 - S^2)A_{12}^b &= A_{12}^a + S(Z_0^a A_{22}^a - Z_0^b A_{11}) - S^2 Z_0^a Z_0^b A_{21} \\
(1 - S^2)A_{21}^b &= A_{21}^a + S(Y_0^a A_{11}^a - Y_0^b A_{22}) - S^2 Y_0^a Y_0^b A_{12} \\
(1 - S^2)A_{22}^b &= A_{22}^a + S(Y_0^a A_{12}^a - Z_0^b A_{21}) - S^2 Y_0^a Z_0^b A_{11}
\end{aligned} \tag{5.60}$$

Echivalența între elemente unitate conectate în cascadă cu celulă Brune
Un circuit format dintr-un element unitate conectat în cascadă cu o celulă Brune este echivalent cu circuitul format dintr-o celulă Brune conectată în cascadă cu un element unitate (fig. 5.14).

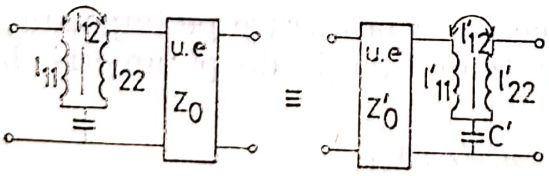


Fig. 5.14. Transformări echivalente ale celulei Brune în cascadă cu elementul unitate.

Matricea lanț a unei celule Brune, în baza relațiilor rezultă de forma :

$$A_b = \frac{1}{\Omega_0^2 + S^2}\begin{bmatrix} \Omega_0^2 + mS^2 & SL\Omega_0^2 \\ SC\Omega_0^2 & \Omega_0^2 + nS^2 \end{bmatrix} \tag{5.61}$$

unde $\Omega_0^2 = \dfrac{1}{l_{12}C}$; $l = l_1 + l_2 - 2l_{12}$; $m = \dfrac{l_1}{l_{12}}$; $n = \dfrac{l_2}{l_{12}}$

$$m = \frac{1}{n}; \quad \Omega_0^2 lC = m + n - 2 = (m-1)^2/m.$$

Scanned with OKEN Scanner

Condiția de realizabilitate fizică este $l,\ C > 0$ (cazul limită l sau C egali zero nu se ia în considerație) Ω_0^2 poate fi atît pozitiv cît și negativ, iar m și n au același semn ca Ω_0^2. Circuitul din fig. 5.14a are matricea lanț rezultată din înmulțirea matricei lanț a elementului unitate (A_u) și a matricei lanț a celulei Brune, respectiv :

$$A = A_b A_u = \frac{1}{(1-S^2)^{1/2}\,(\Omega_0^2+S^2)} \begin{bmatrix} \Omega_0^2+(m+\Omega_0^2 L Y \Omega_0)S^2 & \Omega_0^2(Z_0+l)S+mZ_0S^3 \\ \Omega_0^2(Y_0+C)S+nY_0S^3 & \Omega_0^2+(n+\Omega_0^2 C Z_2)S^2 \end{bmatrix} \tag{5.62}$$

unde $Y_0 = \dfrac{1}{Z_0}$.

Matricea lanț $[A'] = [A'_u][A'_b]$ a circuitului din fig. 5.14*b* rezultă interschimbînd parametrii lanț A_{11} și A_{22} în matricea $[A]$ și adăugînd semnul prim celorlalți parametri.

Examinînd condițiile de echivalență $[A] = [A_b][A_u] = [A'_u][A_b]$ se obțin relațiile următoare :

$$(\Omega'_0)^2 = \Omega^2 \qquad a)$$

$$Z'_0 + l' = Z_0 + l;\ Y'_0 + C' = Y_0 + C \qquad b)$$

$$m'Z'_0 = mZ_0;\ n'Y'_0 = nY_0 \qquad c)$$

$$Z_0 Z'_0 = [mZ_0 + \Omega_0^2(Z_0 + l)]/[nY_0 + \Omega_0^2 Y_0 + C)] \qquad d)$$

unde

$$Y'_0 = \frac{1}{Z'_0} \tag{5.63}$$

Între parametrii cuadripolului transformat din fig. 5.14*b* și cei ai celui inițial fig. 5.14*a*, rezultă relațiile :

$$Z'_0 = \frac{Z_0(l_{11} + l_{12}^2 C) + (l_{11} - l_{12})^2}{l_{11}(1 + C(Z_0 + l_{11})}$$

$$C' = C + \frac{1}{Z_0} - \frac{1}{Z'_0}$$

$$l'_{12}C' = l_{12}C$$

$$l'_{11} = \frac{Z_0 C l_{12}^2}{Z'_0 C' l_{22}} \tag{5.64}$$

$$l'_{22} = \frac{Z'_0 C}{Z_0 C'} l_{11}$$

$$l'_{12} - l'_{11} = \frac{l_{12} C Z_0 (l_{12} - l_{11} - Z_0)}{l_{12} C Z_0 + l_{12} - l_{11}}$$

Pentru cazul particular, de degenerare a celulei Brune se obține echivalența din fig. 5.15.

Scanned with OKEN Scanner

Relațiile dintre elemente rezultă în acest caz

$$Z_0' = \frac{Z_0(1 + LC)}{l + C(Z + L)}; \quad l_{12}' = \frac{l + LC}{C}$$

$$C' = \frac{LC^2}{1 + LC}; \quad l_{11}' = \frac{1 + C(Z_0 + L)}{C} \tag{5.65}$$

$$l_{22}' = \frac{1 + LC}{C1 + (Z_0 + L)}$$

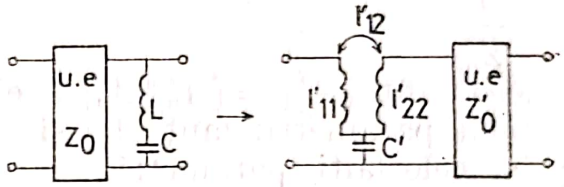


Fig. 5.15. Caz particular ($l_{11} = l_{12} = l_{22}$) al transformării Kuroda-Levy.

Un alt caz particular al transformării Kuroda generalizată este ilustrat în fig. 5.16, în care celula Brune rezultată degenerează într-un circuit rezonant derivație. Relațiile de echivalență sînt

$$Z_0 = \frac{l_{11} - l_{12}}{l_{12}C}; \quad Z_0' = \frac{Z_0}{Z_0C + 1}$$

$$L' = \frac{Z_0^2C(1 - l_{12}C)}{CZ_0 + 1} \qquad L'C' = l_{12}C \tag{5.66}$$

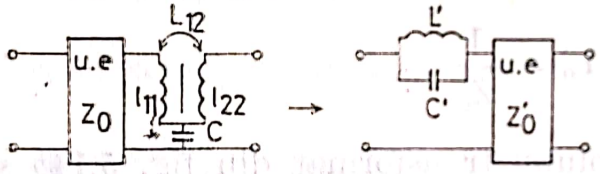


Fig. 5.16. Caz particular $l_{11} = l_{12}(CZ_0 + 1)$ al transformării Kuroda-Levy.

Bucla Ikeno

Ikeno [13] a arătat că circuitul din fig. 5.14 poate fi realizat prin conectarea în buclă a 4 elemente unitate (fig. 5.17), dacă este îndeplinită condiția :

$$\Omega_0^2 < -1 \text{ sau } (1 - m)Z_0 + L < 0 \tag{5.67}$$

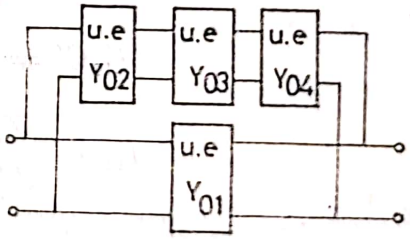


Fig. 5.17. Bucla Ikeno.

Prima relație este echivalentă cu condiția

$$l_3 < 0, \; Z_0 + l_3 > 0 \tag{5.68}$$

unde l_3 este valoarea inductanței din fig. 5.12.

Circuitul fiind format din doi cuadripoli conectați în paralel se va analiza admitanța de transfer Y_{12} a întregului circuit care este formată din suma admitanțelor de transfer Y_{12}' a cuadripolului din partea de jos (fig. 5.17) și a admitanței de transfer Y_{12}'' a porții superioare.

Scanned with OKEN Scanner

Admitanța de transfer este $Y''_{12} = \dfrac{1}{A''_{12}}$ [1 Cap. 3], unde A_{12} = reprezintă parametrul lanț A_{12} al matricei lanț corespunzătoare. Parametrul A''_{12} este de forma :

$$A''_{12} = \frac{P(S)}{\sqrt{(1 - S^2)^3}} \tag{5.69}$$

unde $P(S)$ este un polinom în S cu coeficienți pozitivi. În punctul $S = 1$ se obține :

$$\left.\frac{Y_{12}(S)}{\sqrt{(1 - S^2)}}\right|_{S=1} = -Y_1$$

Această expresie trebuie să fie egală cu $\left.\dfrac{\sqrt{1 - S^2}}{A_{12}(S)}\right|_{S=1}$ din circuitul inițial, de unde

$$Y_1 = \frac{(1 + \Omega_0^2)}{mZ_0 + \Omega_0^2(Z_0 + 1)} \tag{5.70}$$

Din expresiile :

1) admitanței de intrare în punctul $S = 1$

2) sumei capacităților în punctul $S = 0$

3) admitanței de transfer în punctul $S = 0$ se obține corespunzător :

$$Y_{01} + Y_{02} = Y_0\,;\quad Y_{01} + Y_{02} = Y'_0 \qquad \text{a)}$$

$$Y_{03} = Y_{04} = C\,;\quad Y_{02} + Y_{03} = C' \qquad \text{b)}$$

$$nY_0 = Y_{01} - Y_{02}Y_{04}/Y_{03} = n'Y' \tag{5.71}$$

Din aceste relații rezultă : c)

$$Y_{03} = \frac{Y_{02}C}{(1 - n)Y_0}\,;\quad Y_{03} = \frac{Y_{04}C'}{(1 - n')Y'_0} \tag{5.72}$$

Cu ajutorul expresiilor din dreapta sau stînga relațiilor (5.71) și (5.72) se pot determina admitanțele caracteristice Y în funcție de parametrii circuitului din fig. 5.14*a* sau 5.14*b*. De asemenea este posibil să se determine parametrii circuitului în funcție de admitanțele Y. Expresia pentru Ω_0^2 are forma :

$$\Omega_0^2 = (Y_{01}Y_{02}Y_{03} + Y_{02}Y_{03}Y_{04} + Y_{03}Y_{04}Y_{01} + Y_{04}Y_{01}Y_{02})/(Y_{01}Y_{03} - Y_{02}Y_{04}Y_{03}) \tag{5.73}$$

Dacă se introduc expresiile obținute în (5.62) se obține aceeași matrice lanț.

Dacă se notează elementele buclei Ikeno ca în fig. 5.18 se obțin următoarele relații de echivalență între elemente :

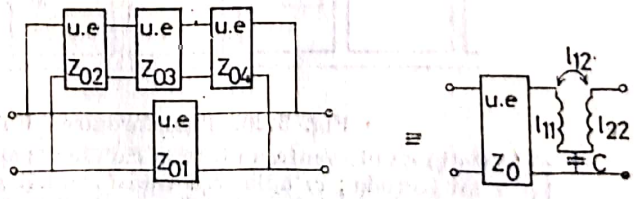


Fig. 5.18. Circuit echivalent al buclei Ikeno.

Relaţiile de echivalenţă :

$$Z_{01} = \frac{(l_{12} - l_{11})^2 + Z_0(l_{11} + l_{12}^2 C)}{l_{11}(1 + l_{12}C)}$$

$$Z_{02} = \frac{Z_0(l_{12} - l_{11})^2 + Z_0(l_{11} + l_{12}^2 C)}{(l_{12} - l_{11})(l_{12} - l_{11} + l_{12}CZ_0)} \qquad (5.74)$$

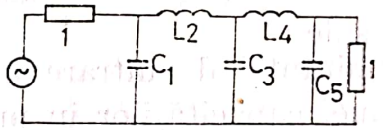
$$Z_{03} = \frac{(l_{12} - l_{11})^2 + Z_0(l_{11} + l_{12}^2 C)}{l_{12}C(l_{12} - l_{11} + l_{12}CZ_0)}$$

$$Z_{04} = \frac{(l_{12} - l_{11})^2 + Z_0(l_{11} + l_{12}^2 C)}{l_{11}C(Z_0 - l_{12} + l_{11})}$$

Exemplul 5.1

Să se stabilească circuitul echivalent cu linii, al filtrului trece jos prototip din fig. 5.19.

Fig. 5.19. Filtrul trece jos prototip.



Soluţie

Se adaugă cîte două elemente unitate ca în fig. 5.20 la care nu se modifică caracteristica de atenuare ci numai cea de fază. Se aplică echivalenţele Kurado (Tabelul 5.2) şi rezultă (fig. 5.20) :

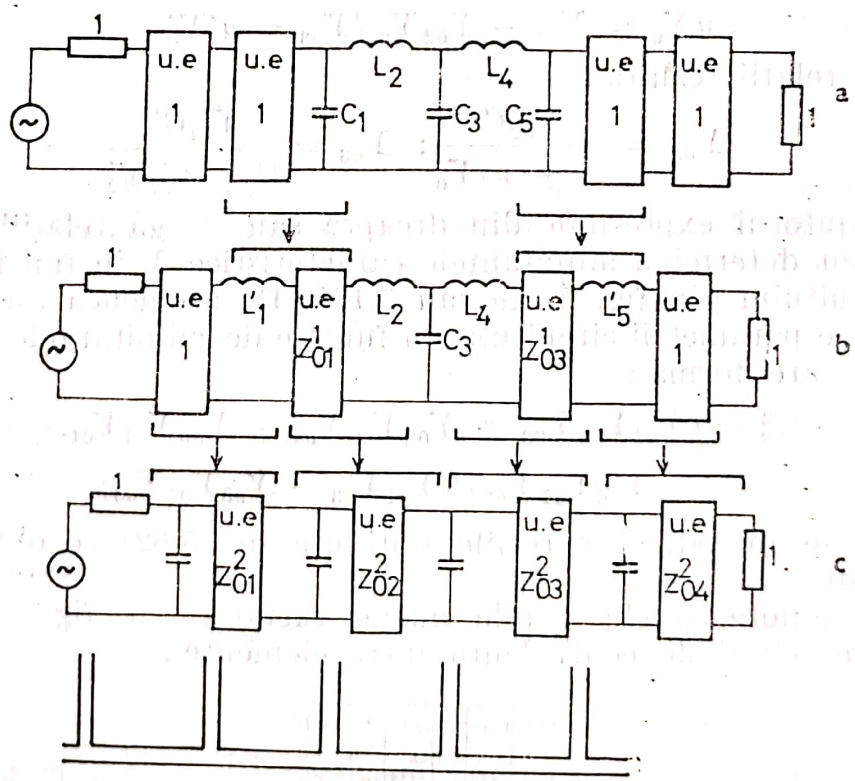


Fig. 5.20. Transformarea FTJ ;
a) prototip cu elemente unitate la capete ; *b*) aplicarea transformării I-a a lui Kuroda ; *c*) aplicarea transformării a II-a a lui Kuroda.

Scanned with OKEN Scanner

În prima etapă se aplică echivalența Kurado (nr. I tabel 5.2) capacităților C_1 și C_5 din fig. 5.20*a* și rezultă circuitul echivalent din fig. 5.20*b*. În continuare se aplică echivalența Kurado (nr. IV tabel 5.2) inductanțelor L_1', L_2, L_4 și L_5' din fig. 5.20 *b* și rezultă circuitul echivalent din fig. 5.20*c*.

Exemplul 5.2

Să se determine structura cu linii a unui filtru al cărui prototip este un filtru trece jos eliptic de tip C05 (fig. 5.21).

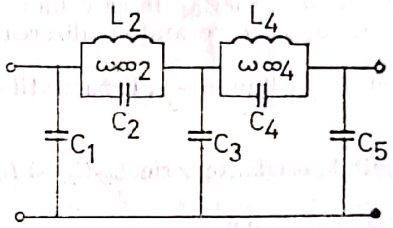


Fig. 5.21. Filtru trece-jos prototip C05.

Soluție :

Se adaugă cîte două elemente unitate la intrare și ieșire care nu modifică proprietățile de transmisie ale filtrului (fig. 5.22).

În fig. 5.22*a* se arată transformările Kuroda aplicate elementelor unitate u.e 2 în cascadă cu capacitatea C_1 și elementelor unitate ue3 în cascadă cu capacitatea C_5.

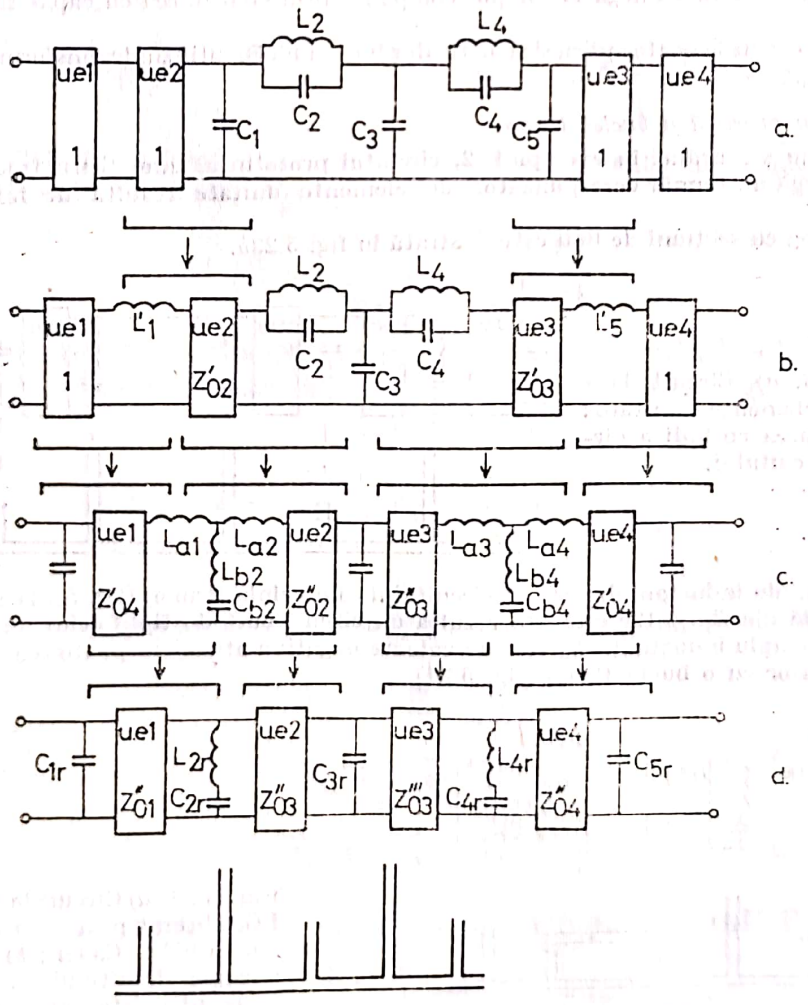


Fig. 5.22. Transformări echivalente ale FTJ—CO5.

Relațiile de transformare sînt cele din tabelul 5.2 (I2).

În fig. 5.22*b* se arată în primul rînd transformarea Kuroda a elementului unitate u.e1 în cascadă cu L_1' și elementului unitate u.e4 în cascadă cu L_5' care se transformă în baza relațiilor din tabelul 5.2 (N_0I1) precum și a elementului u.e2 (de impedanță Z_{02}') în cascadă cu circuitul rezonant L_2C_2 și a elementului u.e3 (de impedanță Z_{03}') în cascadă cu circuitul oscilant L_4C_4, care se transformă în baza relațiilor din tabelul 5.2 (Nr I14).

În fig. 5.22*c* se arată transformarea Kuroda aplicată elementului unitate u.e1 (de impedanță Z_{01}') în cascadă cu inductanța La_1, a elementului u.e2 (de impedanță Z_{02}'') în cascadă cu inductanța La_2, elementului u.e3 (de impedanță Z_{03}'') în cascadă cu inductanța La_3 și a elementului u.e4 (de impedanță Z_{04}' în cascadă cu La_4, carese transformă în baza echivalenței din tabelul 5.2 I1. În fig. 5.22*d* se arată realizarea circuitului cu linii, în care elementele unitate se realizează cu secțiuni de linii în $\frac{\lambda}{4}$, capacitățile C_{1r}, C_{3r} și C_{5r} cu secțiuni de linii de lungime $\frac{\lambda}{4}$ în gol, iar circuitele oscilante serie $L_{2r}C_{2r}$ și $L_{4r}C_{4r}$, cu elemente de linii în cascadă conform echivalenței din fig. 5.7 și 5.63.

Valorile elementelor care rezultă în baza transformărilor Kuroda se calculează pe baza relațiilor indicate în tabelul 5.2.

De menționat că valorile elementelor din celulele Brune (fig. 5.22) formate din elementele L_{a1}, L_{b2}, C_{b2}, L_{a2} și L_{a3}, L_{b4}, C_{b4}, L_{a4}, calculate în baza relațiilor din tabelul 5.2. pot rezulta și de valori negative, deoarece în celula Brune o inductanță este totdeauna de valoare negativă.

Pentru ca după aplicarea transformării Kuroda (tabelul 5.2 I-1) impedanța caracteristică a elementului unitate (u.e) să fie pozitivă este necesar ca $Z_0 + L > 0$.

Capacitățile de valori negative se pot compensa prin conectarea cu capacitățile pozitive învecinate.

Acest procedeu se poate aplica și structurilor FTS și FTB, utilizînd transformările Kuroda corespunzătoare.

Utilizarea practică a buclei Ikeno

După cum s-a arătat în exemplul 2, circuitul prototip al unui filtru trece jos Cauer, căruia i se adaugă un număr corespunzător de elemente unitate rezultă de forma generală fig. 5.23*a*.

Realizarea cu secțiuni de linii este ilustrată în fig. 5.23*b*.

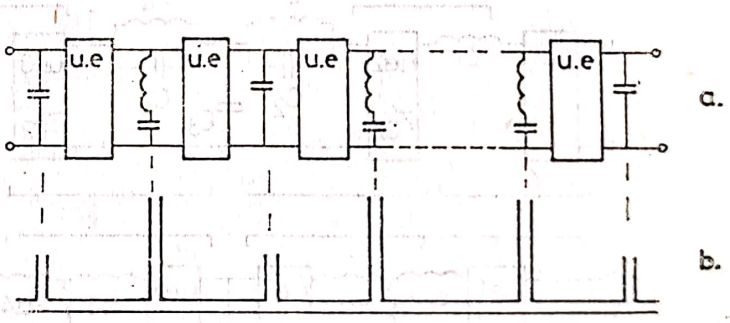


Fig. 5.23. *a*) Circuit lanț LC și elemente unitate; b) realizarea cu linii a circuitului.

Dacă una din inductanțele serie a circuitului (din celula Brune) (fig. 5.14) sau o capacitate transversală din fig. 5.12*c* este <0 rezultă un circuit lanț de tipul celui din fig. 5.24 în care dacă de exemplu inductanța La este de valoare negativă atunci se poate realiza după cum s-a arătat anterior cu o buclă Ikeno (fig. 5.24).

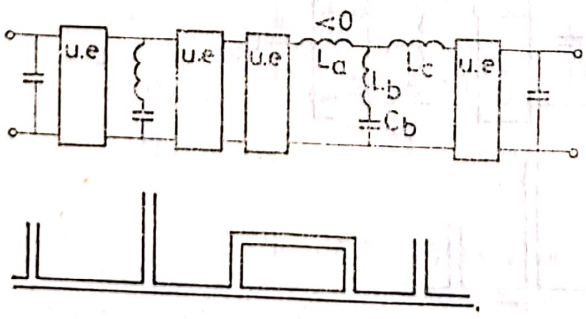


Fig. 5.24. *a*) Circuit în lanț LC, obținut prin transformarea FTJ—Cauer; *b*) Realizarea circuitului cu linii în cazul existenței celulei Brune.

5.7. CONECTAREA ÎN CASCADĂ A ELEMENTELOR UNITATE

Fie două elemente unitate de impedanță caracteristică Z_1 și Z_2 (fig. 5.25).

Ținînd seama de matricea lanț a elementului unitate (tabelul 5.1), matricea lanț a conectării în cascadă a două elemente unitate se obține prin înmulțirea matricelor lanț ale acestora, respectiv :

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-S^2} \begin{bmatrix} 1 & Z_1 S \\ \dfrac{S}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_2 S \\ \dfrac{S}{Z_2} & 1 \end{bmatrix}$$

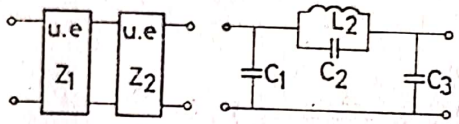


Fig. 5.25. Circuit echivalent a două elemente unitate conectate în cascadă.

Rezultă

$$A_{11} = \frac{1 + \dfrac{Z_1}{Z_2} S^2}{1 - S^2} \qquad A_{21} = \frac{(Z_1 + Z_2)\, S}{Z_1 Z_2 (1 - S^2)}$$

$$A_{12} = \frac{(Z_1 + Z_2) S}{1 - S^2} \qquad A_{22} = \frac{(1 + S^2)\, Z_2 / Z_1}{1 - S^2} \tag{5.75}$$

Matricea admitanță a cuadripolului rezultant, în funcție de parametrii lanț este [1 cap. 3] :

$$Y = \frac{1}{A_{12}} \begin{bmatrix} A_{22} & +1 \\ +1 & A_{11} \end{bmatrix} \tag{5.76}$$

În continuare se dorește să se sintetizeze circuitul echivalent în Π al celor două elemente unitate conectate în cascadă (fig. 5.26).

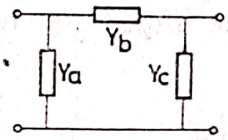


Fig. 5.26. Circuit în Π.

Matricea impedanță a circuitului în π în funcție de impedanțele Y_a, Y_b, Y_c este :

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Y_a + Y_b \\ Y_{12} &= Y_b \\ Y_{22} &= Y_b + Y_c \end{aligned} \tag{5.77}$$

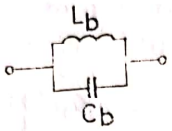
Rezultă că admitanța Y_b este egală cu parametrul Y_{12}. Deci

$$Y_b = +Y_{12} = +\frac{1}{A_{12}} = \frac{1 - S^2}{(Z_1 + Z_2)\, S} = \frac{1}{(Z_1 + Z_2)\, S} - S \frac{1}{Z_1 + Z_2}$$

Se observă simplu că Y_b este format dintr-un circuit rezonant derivație (fig. 5.27)

În continuare din relațiile (5.77) rezultă:

Fig. 5.27. Sinteza admitanței Y_b:



$$L_b = Z_1 + Z_2$$

$$C_b = \frac{-1}{Z_1 + Z_2}$$

$$Y_a = Y_{11} - Y_b = \frac{A_{22}}{A_{12}} - Y_b = \frac{S}{Z_1}$$

$$Y_c = Y_{22} - Y_b = \frac{A_{11}}{A_{12}} - Y_b = \frac{S}{Z_2} \qquad (5.78)$$

Realizarea circuitelor rezonante serie sau derivație din elemente unitate conectate în cascadă

Să examinăm impedanța de intrare a cuadripolului din fig. 5.25. format din conectarea în cascadă a două elemente unitate de impedanță caracteristice Z_1 și Z_2, cuadripolul fiind în gol la ieșire. Impedanța de intrare a cuadripolului în gol la ieșire este egală cu impedanța Z_{11} care în funcție de parametrii lanț [1 Cap. 3] este $Z_{11} = \frac{A_{11}}{A_{21}}$. Folosind relațiile (5.75) se obține:

$$Z = Z_{11} = \frac{1 + \frac{Z_1}{Z_2} S^2}{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2} S} = \frac{1}{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2} S} + S \frac{Z_1^2}{Z_1 + Z_2} \qquad (5.79)$$

Rezultă că Z_{11} este impedanța unui circuit serie (fig. 5.28), ale cărui elemente sînt:

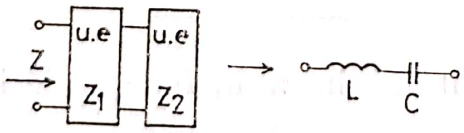


Fig. 5.28. Realizarea circuitului rezonant serie din elemente unitate.

Valorile elementelor LC:

$$L = \frac{Z_1^2}{Z_1 + Z_2} \qquad C = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 + Z_2} \qquad (5.80)$$

Exprimînd pe Z_1 și Z_2 în funcție de L și C rezultă

$$Z_1 = L + \frac{1}{C} \quad \text{și} \quad Z_2 = \frac{Z_1}{LC} \qquad (5.81)$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă însă cuadripolul se conectează în scurt a ieşire (fig. 5.29) se obţine pentru admitanţa de intrare :

Admitanţa de intrare Y_{11} în funcţie de parametrii lanţ este [1 Cap.3]

$$Y_{11} = \frac{A_{22}}{A_{12}} = \frac{1}{(Z_1 + Z_2)S} + S\,\frac{Z_2}{Z_1(Z_1 + Z_2)}$$

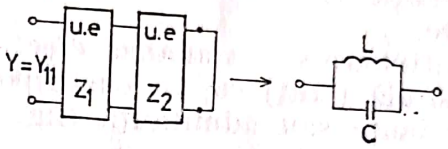


Fig. 5.29. Realizarea circuitului rezonant derivaţie din elemente unitate.

Rezultă

$$L = Z_1 + Z_2$$
$$C = \frac{Z_2}{Z_1(Z_1 + Z_2)} \tag{5.82}$$

Din relaţiile (5.82) se obţine pentru Z_1 şi Z_2

$$\frac{1}{Z_1} = Y_1 = C + \frac{1}{L}$$
$$\frac{1}{Z_2} = Y_2 = \frac{1}{Z_1 LC} = \frac{Y_1}{LC} \tag{5.83}$$

5.8. TRANSFORMATORUL IDEAL ŞI INVERSORUL

Notaţia şi relaţiile de definiţie ale transformatorului ideal sînt (fig. 5.30)

Rezultă că matricea lanţ a transformatorului ideal este

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \tag{5.85}$$

Dacă se conectează o impedanţă de sarcină la ieşire atunci impedanţa de intrare rezultă (fig. 5.30*b*).

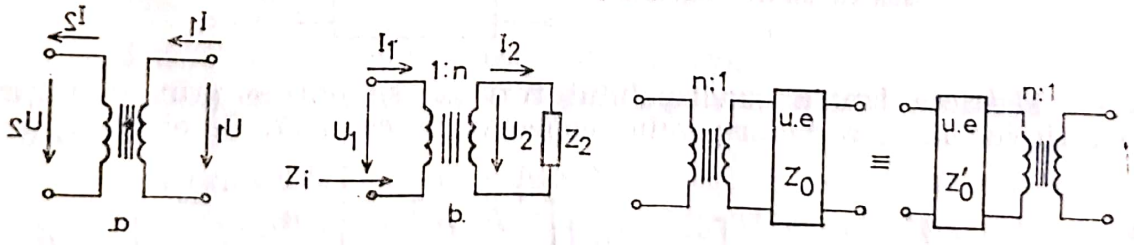


Fig. 5.30. *a*) Transformator ideal ; *b*) Transformator ideal închis pe o sarcină ; $U_1 = \frac{1}{n}U_2$; $I_1 = nI_2$

Tensiunea $U_2 = Z_2 I_2$. Introducînd aceasta în relaţia (5.84) se obţine

$$U_1 = \frac{1}{n}(Z_2 I_2) = \left(\frac{1}{n} Z_2\right)\left(\frac{1}{n} I_1\right) = \frac{1}{n^2} I_1 Z_2$$

De unde $Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z_2}{n^2}$ (5.86)

Deci impedanţa se transformă proporţional cu patratul raportului de transformare.

În continuare se va analiza efectul introducerii unui transformator ideal în cascadă (lanţ) cu un cuadripol oarecare determinat prin parametrii impedanţă sau admitanţă (fig. 5.31).

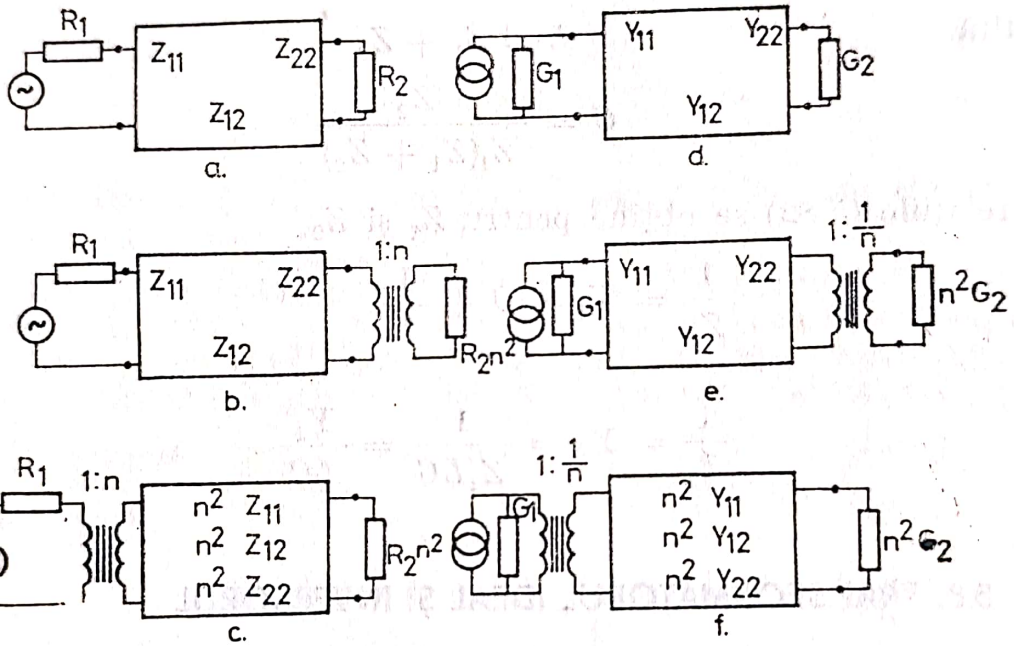


Fig. 5.31. Transformarea parametrilor cuadripolului cu ajutorul transformatorului ideal.

Transferul de putere nu se modifică dacă cuadripolul din fig. 5.31*a* se înlocuieşte cu cel din fig. 5.31*b*. Diferenţa dintre circuitele din fig. 5.31*b* şi 5.31*c* constă în aceea că transformatorul ideal a fost mutat în faţa cuadripolului. Aceste două circuite sînt echivalente.

Într-adevăr, fie un cuadripol definit prin parametrii lanţ conectat în cascadă cu un transformator ideal (fig. 5.32).

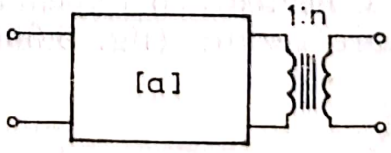


Fig. 5.32. Cuadripol în cascadă cu un transformator.

Matricea lanţ a cuadripolului rezultat se obţine prin înmulţirea matricelor lanţ, a cuadripolului conectat în cascadă. Se obţine:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{n} & a_{12}n \\ \frac{a_{21}}{n} & a_{22}n \end{bmatrix} \quad (5.87)$$

Ținînd seama de relațiile dintre matricele lanț și impedanța respectiv (1 Cap. 3]:

$$\begin{bmatrix} Z_{21} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{A_{21}} \begin{bmatrix} A_{11} & \det A \\ 1 & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{a_{11}}{a_{21}} & \dfrac{a_{12}}{a_{21}} n^2 \\ 1 & \dfrac{a_{22}}{a_{21}} n^2 \end{bmatrix} \tag{5.88}$$

Parametrii lanț ai cuadripolului

$$\begin{bmatrix} Z_{11}n^2 & Z_{12}n^2 \\ Z_{21}n^2 & Z_{22}n^2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{Z_{11}}{Z_{12}} & \dfrac{n^2 Z}{Z_{12}} \\ \dfrac{1}{Z_{12}n^2} & \dfrac{Z_{12}}{Z_{12}} \end{bmatrix} \tag{5.89}$$

Parametrii lanț ai cuadripolului cu transformator ideal în față (fig. 5.33). rezultă din înmulțirea matricelor

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{Z_{11}}{Z_{12}} & \dfrac{n_2 \Delta Z}{Z_{22}} \\ \dfrac{1}{Z_{12}n^2} & \dfrac{Z_{22}}{Z_{12}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{Z_{11}}{Z_{12}n} & \dfrac{n\Delta Z}{Z_{12}} \\ \dfrac{1}{nZ_{12}} & \dfrac{nZ_{22}}{Z_{12}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{a_{11}}{n} & na_{12} \\ \dfrac{1}{na_{21}} & na_{22} \end{bmatrix} \tag{5.90}$$

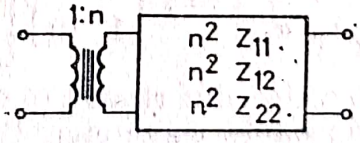


Fig. 5.33. Transformator în cascadă cu un cuadripol.

Deci cele două matrice lanț sînt identice.

La fel se demonstrează și echivalența cuadripolilor din fig. 5.31*e* și 5.31*f*.

Se observă că în cazul transformării cuadripolilor *e*) și *f*) care reprezintă cuadripolii duali ai lui *b*) și *c*) coeficientul de transformare n se înlocuiește cu $\frac{1}{n}$. Transformatorul ideal se poate introduce în orice parte a circuitului dacă cuadripolul inițial se descompune în cuadripoli parțiali.

Scanned with OKEN Scanner

5.8.1. Inversorul

Inversorul este un element de circuit ideal, care transformă impedanța și a cărui matrice lanț este prin definiție :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & jK \\ \frac{j}{K} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.91}$$

K se numește coeficientul de inversie și reprezintă modulul rezistenței de transfer de la intrare la ieșire.

$$\text{Deoarece } a_{11}a_{22} - a_{22}a_{21} = -(jK)\left(\frac{j}{K}\right) = 1 \tag{5.92}$$

inversorul este un element reciproc.

Ținînd seama de definiție, rezultă că impedanța caracteristică a inversorului este dată de relația :

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_0 = K \tag{5.93}$$

și constanta de transfer

$$\gamma = \mathrm{j}\,\frac{\pi}{2} \tag{5.94}$$

Cîteodată în locul rezistenței de transfer se utilizează, inversul acesteia care se numește admitanța de transfer

$$J = \frac{1}{K} \tag{5.95}$$

Dacă într-un circuit se află un inversor și se trece la circuitul dual, atunci rezistența de transfer K se înlocuiește cu admitanța de transfer J și invers.

Să examinăm circuitul din fig. 5.34, format dintr-un inversor cu rezistența de transfer unitate și un transformator ideal cu coeficient de transformare n. Matricea lanț rezultantă va fi :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \mathrm{j} \begin{bmatrix} 0 & n \\ \frac{1}{n} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.96}$$

Ultima matrice din relația (5.96) reprezintă matricea lanț a unui inversor de impedanță caracteristică

$$Z_0 = n.$$

Rezultă că un inversor se poate înlocui totdeauna cu un inversor unitate în cascadă cu un transformator ideal, adică (fig. 5.34).

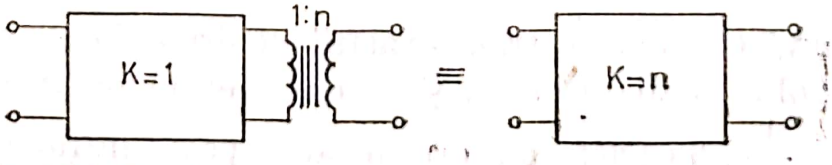


Fig. 5.34. Circuit echivalent al inversorului în cascadă cu un transformator ideal.

Scanned with OKEN Scanner

Aceasta se va ilustra în următorul exemplu (fig. 5.35).

În fig. 5.35*a* este ilustrat un cuadripol definit prin parametrii *Z* şi închis între două rezistenţe de sarcină, iar în fig. 5.35*b* acelaşi cuadripol în cascadă cu un inversor. Rezistenţa din dreapta inversorului s-a înlocuit cu duala sa. Din punct de vedere al caracteristicii de fază circuitele din fig. 5.35*a* şi 5.35*b* nu sînt echivalente, însă ambele posedă aceeaşi atenure.

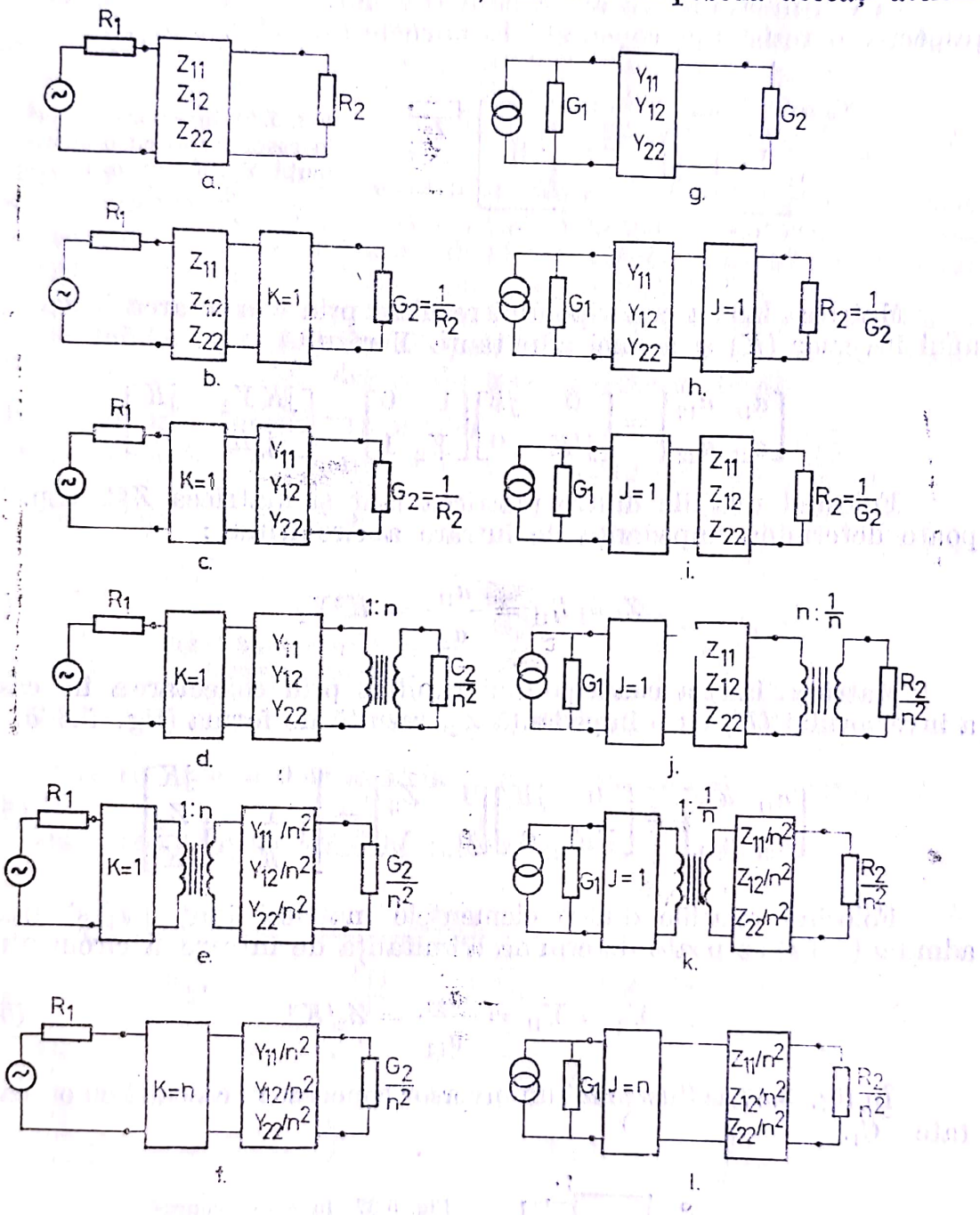


Fig. 5.35. Transformarea parametrilor circuitului prin introducerea inversorului şi transformatorului ideal.

Circuitul din fig. 5.35*e* este echivalent cu precedentul dacă se îndeplineşte condiţia de schimbare în dualul său, adică

$$Z_{11} = Y_{11};\ Z_{12} = Y_{12};\ Z_{22} = Y_{22} \qquad (5.97)$$

În fig. 5.35*c* s-a introdus un transformator ideal care apoi a fost translatat (fig. 5.35*e*). În fig. 5.35*f* s-a ilustrat contopirea transformatorului ideal cu inversorul unitate, într-un inversor de impedanță caracteristică $K = n$, conform celor ilustrate în fig. 5.34.

Același procedeu este ilustrat pentru cuadripolul dual, determinat prin parametrii admitanță Y (fig. 5.35 *g* — fig. 5.35 *l*).

În continuare se va arăta cum transformă inversorul o admitanță respectiv o rezistență conectată la bornele sale (fig. 5.36).

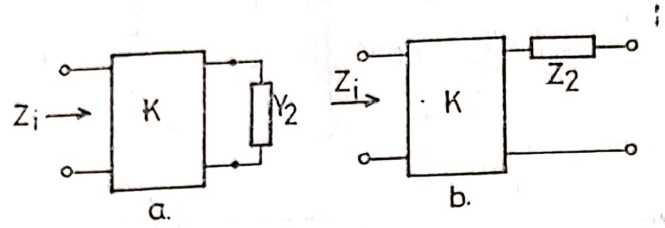


Fig. 5.36. Inversor conectat în cascadă : *a*) cu o admitanță Y_2 ; *b*) cu o impedanță Z_2.

Matricea lanț a cuadripolului rezultat prin conectarea în cascadă a unui inversor (K) și a unei admitanțe Y rezultă (fig. 5.35*c*)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & jk \\ j/K & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jKY_2 & jK \\ j/K & 0 \end{bmatrix} \tag{5.98}$$

Folosind relațiile dintre matricea lanț și matricea Z[1 cap. 3] se poate determina impedanța de intrare a circuitului :

$$Z_i = Z_{11} = \frac{a_{11}}{a_{21}} = K^2 Y_2 \tag{5.99}$$

Matricea lanț a cuadripolului rezultat prin conectarea în cascadă a inversorului (K) cu o impedanță Z_2, rezultă de forma (fig. 5.36*b*)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & jK \\ j/K & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & jK \\ j\dfrac{1}{K} & j\dfrac{Z_2}{K} \end{bmatrix} \tag{5.100}$$

Folosind relațiile dintre elementele matricei lanț $[a]$ și matricei admitanță $[y]$ se poate determina admitanța de intrare a circuitului :

$$Y_2 = Y_{11} = \frac{a_{22}}{a_{12}} = Z_2/K^2 \tag{5.101}$$

În fig. 5.37 se ilustrează un inversor conectat în cascadă cu o capacitate C_1.

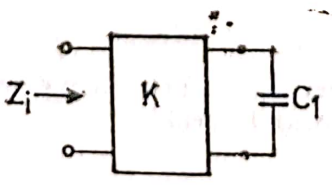


Fig. 5.37. Inversor conectat în cascadă cu o capacitate C_1.

Ținînd seama de relația (5.99) rezultă :

$$Z_i = K^2 s C_1 \tag{5.102}$$

Scanned with OKEN Scanner

adică Z_1 reprezintă impedanța unei inductanțe de valoare

$$L_1 = K^2 C_1 \tag{5.103}$$

Dacă se ține seama de relațiile (5.99) și (5.101) rezultă că inversorul transformă un circuit paralel dispus în ramura derivație, într-un circuit serie dispus în ramura orizontală și invers, un circuit serie dispus în ramura orizontală într-un circuit paralel dispus în ramura transversală.

Astfel de transformări sînt utilizate pentru obținerea de circuite care să conțină inversor și circuite dispuse numai în ramurile transversale sau numai în cele orizontale.

Spre deosebire de transformatorul ideal, inversorul nu poate fi utilizat pentru metode exacte de sinteză, ci numai pentru aproximarea acestora. Inversorul nu poate fi realizat decît prin structuri care-l aproximează cu o precizie necesară numai într-o anumită bandă de frecvență.

Inversorul se folosește în transformări echivalente ale circuitelor, ținîndu-se seama că într-o bandă relativă îngustă de frecvență există circuite care aproximează destul de bine inversorul ideal.

Determinarea valorii inversorilor

Prin definiție un inversor este un cuadripol cu proprietatea

$$Z_1 = K^2 Y_2 \tag{5.104}$$

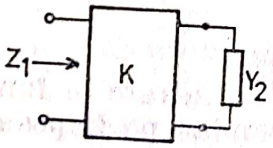


Fig. 5.38. Circuit inversor închis pe sarcină.

Inversorii care se vor analiza vor fi cuadripoli fie în structură T fie în Π

Parametrii lanț ai cuadripolilor în T sau π sînt:

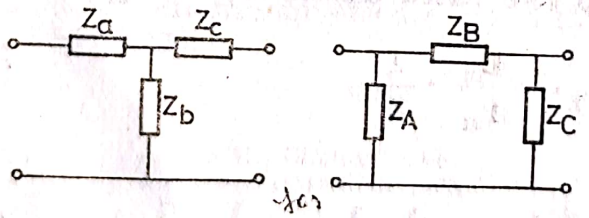


Fig. 5.39. Cuadripoli: *a*) *T*; *b*) în π.

$$A_{11} = 1 + \frac{Z_a}{Z_b} \qquad A_{11} = 1 + \frac{Z_B}{Z_c}$$

$$A_{12} = Z_a + \frac{Z_a Z_c}{Z_b} + Z_c \qquad A_{12} = Z_B \tag{5.105}$$

$$A_{21} = 1/Z_b \qquad A_{21} = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{Z_A Z_C}$$

$$A_{22} = 1 + \frac{Z_c}{Z_b} \qquad A_{22} = 1 + \frac{Z_B}{Z_A}$$

Scanned with OKEN Scanner

Inversorii pot fi realizaţi printr-o structură de tipul (fig. 5.40)

Parametrii lanţ pentru cele 4 structuri rezultă :

Figura A⁻	*a)*	*b)*	*c)*	*d)*
A_{11}	0	0	0	0
A_{12}	$+\frac{1}{sC}$	sL	$-sL$	$-\frac{1}{sC}$
A_{21}	$-sC$	$-\frac{1}{sL}$	$\frac{1}{sL}$	sC
A_{22}	0	0	0	0

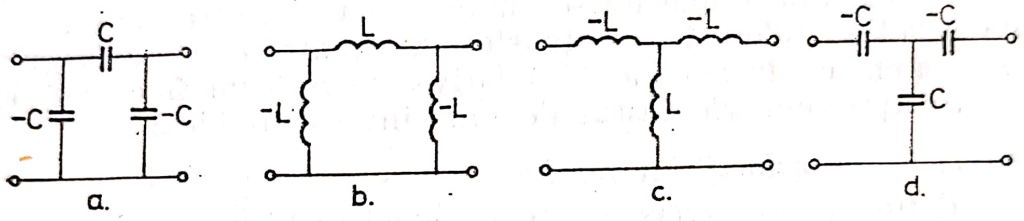


Fig. 5.40. Circuite care aproximează inversorii : *a)* $K = \frac{1}{\omega C}$; *b)* $K = \omega L$;

c) $K = \omega L$ *d)* $K = \frac{1}{\omega C}$

Impedanţa de intrare în funcţie de parametrii lanţ ai unui cuadripol închis în secundar pe impedanţa Z este dată de relaţia :

$$Z_{1i} = \frac{A_{12} + A_{11}Z}{A_{22} + A_{21}Z} \tag{5.106}$$

Ţinînd seama că în toate cele patru cazuri $A_{11} = A_{22} = 0$ rezultă

$$Z_{1i} = \frac{A_{12}}{A_{21}} \cdot \frac{1}{Z} \tag{5.107}$$

De exemplu în cazul *a)*

$$Z_{1i} = \frac{1}{sC} \cdot \left(-\frac{1}{sC}\right) \frac{1}{Z} = \frac{-1}{s^2C^2} \cdot \frac{1}{Z} = \frac{1}{\omega^2C^2} \frac{1}{Z} \tag{5.108}$$

deci $K = \frac{1}{\omega C}$

sau în cazul *c)*

$$Z_{1i} = (-sL)(sL) \frac{1}{Z} = -s^2L^2 = \omega^2L^2 \frac{1}{Z}$$

deci $K = \omega L$ (5.109)

Scanned with OKEN Scanner

Matricea lanț a unei linii de transmisiuni de lungime l, impedanță caracteristică Z_0 și viteză de propagare v este

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos\frac{2\pi l}{\lambda} & jZ_0 \sin\frac{2\pi l}{\lambda} \\ j\frac{1}{Z_0}\sin\frac{2\pi l}{\lambda} & \cos\frac{2\pi l}{\lambda} \end{bmatrix} \quad \lambda = \frac{v}{} \tag{5.110}$$

Dacă se alege lungimea liniei $l = \frac{\lambda}{4}$, atunci matricea devine :

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{2}\frac{\lambda_0}{\lambda} & jZ_0 \sin\frac{\pi}{2}\frac{\lambda_0}{\lambda} \\ j\frac{1}{Z_0}\sin\frac{\pi}{2}\frac{\lambda_0}{\lambda} & \cos\frac{\pi}{2}\frac{\lambda_0}{\lambda} \end{bmatrix} \tag{5.111}$$

În mijlocul benzii de frecvență $\lambda = \lambda_0$ $(f = f_0)$ se obține

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & jZ_0 \\ j\frac{1}{Z_0} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.112}$$

care reprezintă matricea de definiție a unui inversor, de impedanță de transfer Z_0.

Deci inversorul poate fi aproximat pe o bandă îngustă de frecvență și cu o linie de lungime $\frac{\lambda}{4}$, adică este egal cu elementul unitate la frecvența corespunzătoare lungimii $l = \frac{\lambda}{4}$.

Fie două circuite inversoare de constante K_1 și K_2 conectate în cascadă (fig. 5.41).

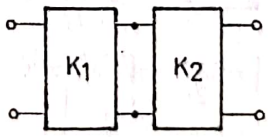


Fig. 5.41. Circuite inversoare conectate în cascadă.

Matricea lanț rezultantă se obține prin înmulțirea matricelor lanț parțiale respectiv :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & jK_1 \\ j\frac{1}{K_1} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & jK \\ j\frac{1}{K_2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_1}{K_2} & 0 \\ 0 & -\frac{K_2}{K_1} \end{bmatrix} \tag{5.113}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezultă că circuitul echivalent al celor două inversoare conectate în cascadă este un transformator ideal cu raportul de transformare $-\frac{K_1}{K_2}$.

Inversorul introduce o defazare imagine de $\pm 90°$..

Dacă $K_1 = K_2$, atunci rezultă că doi inversori egali conectaţi în lanţ sînt echivalenţi cu un transformator ideal de raport 1 :—1.

Prin conectarea în cascadă (lanţ) a trei circuite inversoare (fig. 5.42) se obţine tot un circuit inversor.

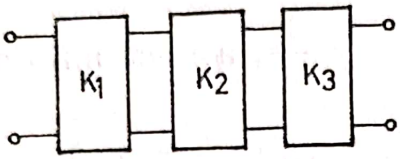


Fig. 5.42. Conectarea în cascadă a trei circuite inversoare.

Într-adevăr matricea lanţ rezultantă este :

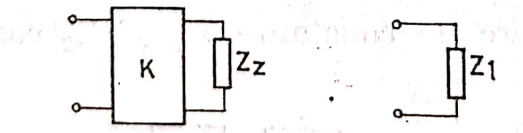
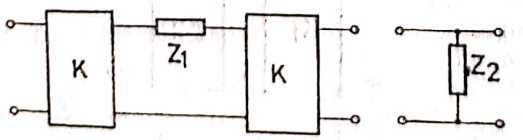
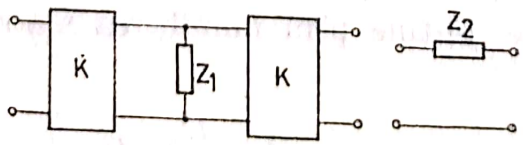
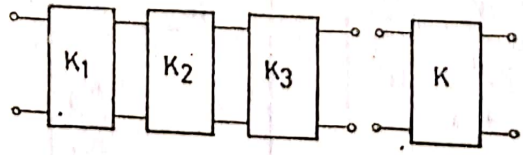
$$\begin{bmatrix} \frac{-K_1}{K_2} & 0 \\ 0 & -\frac{K_2}{K_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK_3 \\ j\frac{1}{K_3} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -j\frac{K_1}{K_2}K_3 \\ -j\frac{K_2}{K_1}\cdot\frac{1}{K_3} & 0 \end{bmatrix}$$

care este matricea lanţ a unui circuit inversor, cu constanta de inversiune

$$K = -\frac{K_1}{K_2}K_3 \qquad (5.114)$$

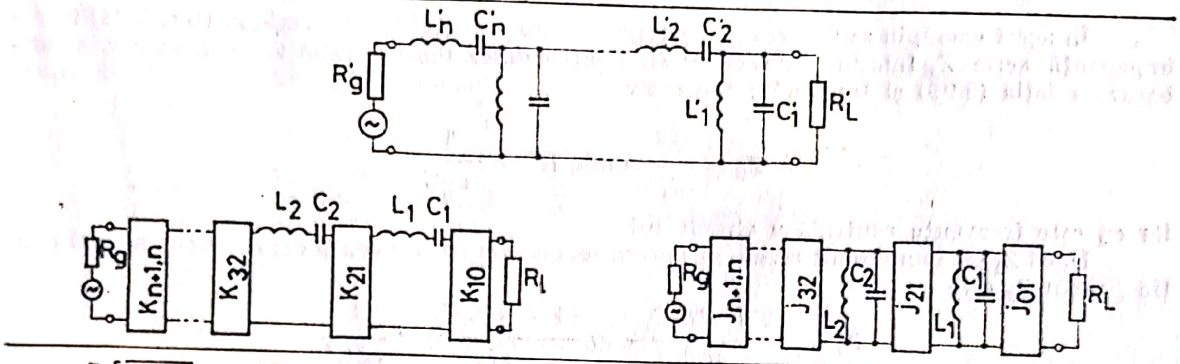
Tabelul 5.3

Proprietăţi ale transformărilor cu inversori

Circuite echivalente	Relaţii
	$Z_1 = \frac{K^2}{Z_2}$
	$Z_2 = \frac{K^2}{Z_1}$
	$Z_2 = \frac{K^2}{Z_1}$
	$K = \frac{K_1 K_2}{K_2}$

Scanned with OKEN Scanner

Valorile coeficienților de inversiune *Tabelul 5.4*



$$K_{10} = \sqrt{\frac{L_1' R_L}{C_1 R_L'}} = \sqrt{\frac{L_1 R_1}{C_1' R_L'}} \qquad J_{10} = \sqrt{\frac{C_1}{C_1' R_L R_L'}}$$

$$K_{k,k-1} = \sqrt{\frac{L_k L_{k-1}}{L_k' C_{k-1}}} \quad k \text{ par} \qquad J_{k,k-1} = \sqrt{\frac{C_k C_{k-1}}{C_k' L_{k-1}'}} \quad k \text{ impar}$$

$$K_{k,k-1} = \sqrt{\frac{L_k L_{k-1}}{C_k' L_{k-1}'}} \quad k \text{ impar} \qquad J_{k,k-1} = \sqrt{\frac{C_k C_{k-1}}{L_k' C_{k-1}'}} \quad k \text{ par}$$

$$K_{n+1,n} = \sqrt{\frac{R_g R_g' L_n}{L_n'}} \quad n \text{ par} \qquad J_{n+1,n} = \sqrt{\frac{C_n}{C_n' R_g' R_g}} \quad n \text{ impar}$$

$$K_{n+1,n} = \sqrt{\frac{R_g L_n}{R_L' C_n'}} \quad n \text{ impar} \qquad J_{n+1,n} = \sqrt{\frac{C_n R_g'}{L_n' R_g}} \quad n \text{ par}$$

Exemplul 5.3

Să se arate echivalența dintre o impedanță serie în cascadă cu două inversoare fig. 5.43) și o impedanță derivație.

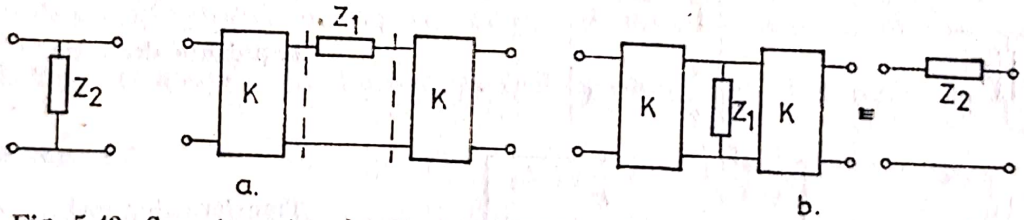


Fig. 5.43. Conectarea în cascadă a unei : *a*) impedanțe serie cu două inversoare ; *b*) impedanța derivație cu două inversoare.

Pentru a arăta echivalența de mai sus se va calcula matricea lanț a cuadripolului rezultant respectiv :

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & jK \\ j\frac{1}{K} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK \\ j\frac{1}{K} & j\frac{Z}{K} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Z}{K^2} & 1 \end{bmatrix} \tag{5.115}$$

După cum se observă (neglijînd semnul minus care simbolizează numai o defazare constantă) matricea rezultantă este identică cu cea a unei impedanțe derivație $Z_2 = \frac{-K^2}{Z_1}$ (5.116)

În mod similar se poate arăta echivalența din fig. 5.43*b*

$$Z_2 = \frac{K^2}{Z_1} \tag{5.117}$$

Exemplu de utilizare a inversorilor în cadrul filtrelor LC.

Exemplul 5.4

În acest exemplu se ilustrează conversiunea impedanței transversale Z_1 (fig. 5.44) într-o impedanță serie Z_2 folosind inversoare K. Pentru determinarea valorilor elementelor se utilizează relația (5.99) și fig. (5.46) respectiv

$$Z_2 = \frac{K^2}{Z_1} \quad \text{unde } K^2 = \frac{1}{\omega_0^2 C}$$

iar ω_0 este frecvența centrală a circuitului.

Dacă Z_1 este un circuit rezonant derivație, cu aceeași frecvență centrală ω_0, atunci relația pentru Z_2 este

$$Z_2 = \frac{1 + s^2 L_2 C_2}{sC_2} = \frac{1 + s^2 L_1 C_1}{sL_1} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 C^2}$$

iar frecvențele de rezonanță ale celor două circuite sînt aceleași, respectiv $L_1C_1 = L_2C_2$.

Pentru valorile elementelor circuitului serie rezultă:

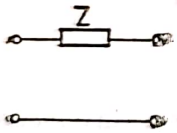
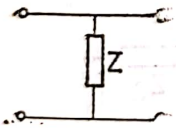
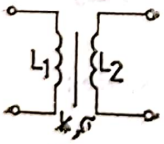
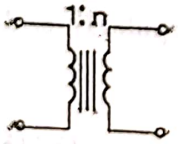
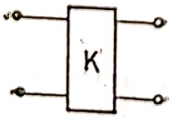
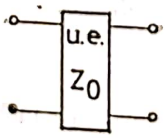
$$C_2 = \frac{L_1}{K^2} = L_1\omega_0^2 C^2$$

$$L_2 = C_1 K^2 = \frac{C_1}{\omega_0^2 C^2} \qquad (5.118)$$

Capacitățile negative cuprinse între brațele derivație se combină cu capacitatea pozitivă C_2 și rezultă o valoare pozitivă. Capacitățile negative de la capetele circuitului vor fi absorbite de sarcini.

Tabelul 5.5

Matricele lanț ale principalelor elemente componente pasive folosite în microunde

Circuitul	Matricea lanț	Denumirea
	$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	Impedanța serie
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{bmatrix}$	Impedanța derivație
	$\begin{bmatrix} \frac{1}{k}\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} & s\frac{\sigma}{k}\sqrt{L_1L_2} \\ \frac{1}{sk\sqrt{L_1L_2}} & \frac{1}{k}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \end{bmatrix}$	Transformator real
	$\begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$	Transformator ideal
	$\begin{bmatrix} 0 & jK \\ j\frac{1}{K} & 0 \end{bmatrix}$	Convertor
	$\frac{1}{T}\begin{bmatrix} 1 & Z_0 S \\ \frac{1}{Z_0} S & 1 \end{bmatrix}$ $T = 1 - S^2$	Elemente unitate

Scanned with OKEN Scanner

Pentru aceasta rezistența de sarcină în serie cu o capacitate va fi transformată într-un circuit echivalent format dintr-o rezistență în paralel cu o capacitate.

Impedanța derivație Z_1 a fost inversată în impedanța serie Z_2 (fig. 5.44*a*) cu ajutorul primului inversor. După aceea s-a introdus încă un inversor de aceeași valoare, pentru ca restul circuitului să poată rămîne neschimbat.

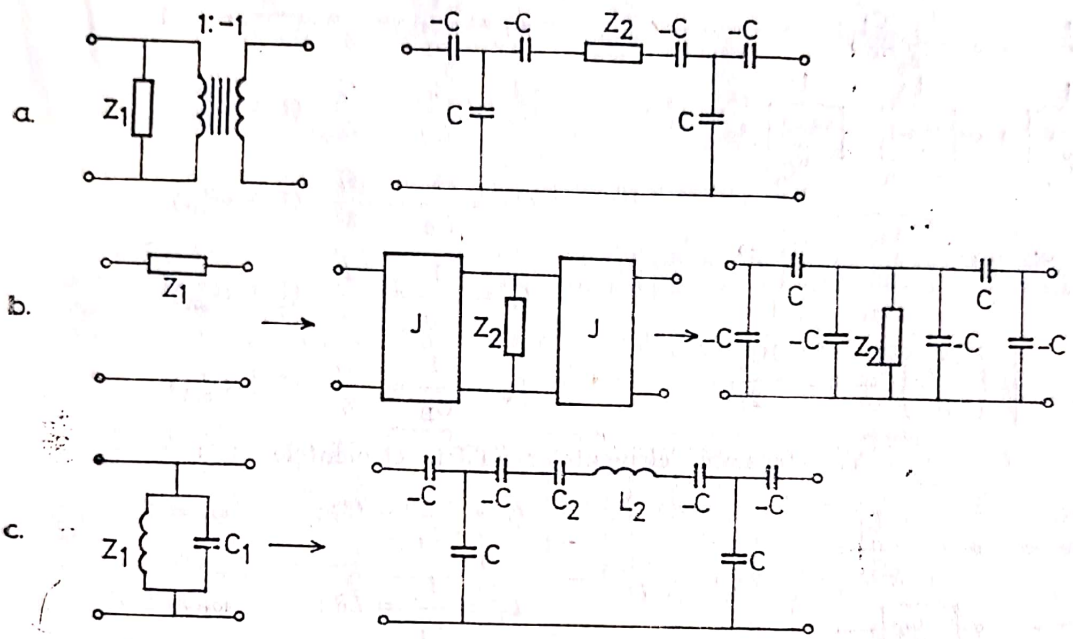


Fig. 5.44. Exemple de inversare a impedanțelor:

$$L_1C_1 = L_2C_2\,;\ C_2 = \omega_0^2\,L_1C^2\,;\ L_2 = \frac{C_1}{\omega_0^2C^2}$$

Transformatorul ideal 1 :—1 a fost introdus deoarece așa după cum s-a văzut, doi inversori de aceeași valoare, conectați în lanț sînt identici cu un transformator ideal de raport 1 :—1.

În fig. 5.44 *b* este ilustrată inversarea unei impedanțe serie Z_1, într-una derivație Z_2.

Exemplul 5.5

În acest exemplu se va arăta cum se poate realiza un filtru de bandă, numai cu un tip de circuite rezonante.

Fie filtrul trece jos de grad 5 deci (fig. 5.45*a*), care prin intermediul transformării de frecvență FTJ—FTB se transformă în circuitul din fig. 5.45*b*.

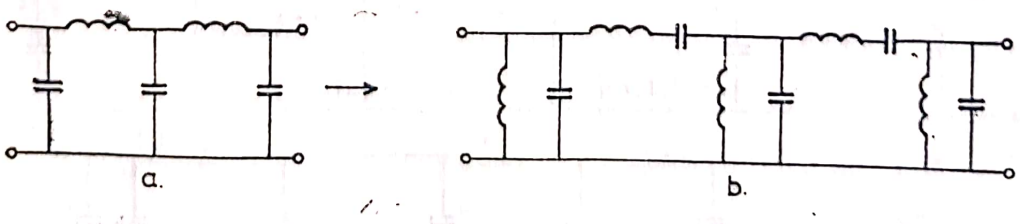
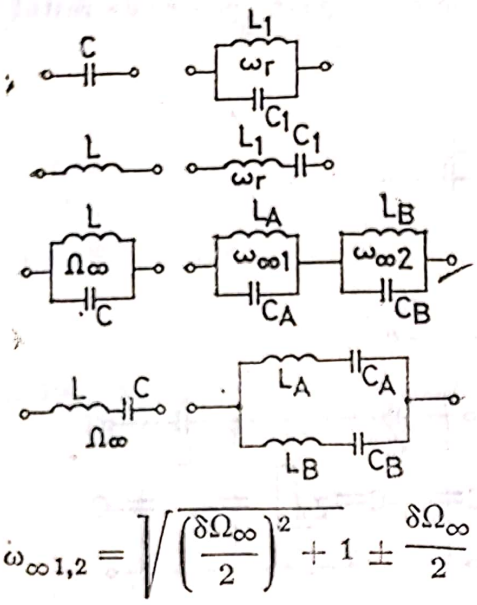


Fig. 5.45. FTB obținut prin transformarea de frecvență FTJ—FTB.

În fig. 5.46 se indică introducerea inversorului pentru a se utiliza numai circuite rezonante serie (fig. 5.46).

Transformarea elementelor FTJ în elemente FTB



$$\omega_{\infty 1,2} = \sqrt{\left(\frac{\delta\Omega_\infty}{2}\right)^2 + 1} \pm \frac{\delta\Omega_\infty}{2}$$

$$C_1 = \frac{1}{L_1} = \frac{C}{\delta} \qquad \omega_r = 1$$

$$L_1 = \frac{1}{C_1} = \frac{L}{\delta} \qquad r = 1$$

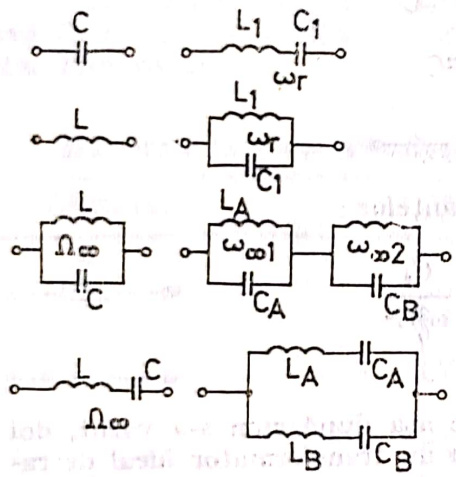
$$C_B = \frac{1}{L_C} = \frac{C}{\delta}\,(1 + \omega_{\infty 2}^2)$$

$$C_C = \frac{1}{L_B} = \frac{C}{\delta}\,(1 + \omega_{\infty 1}^2)$$

$$L_B = \frac{1}{C_C} = \frac{L}{\delta}\,(1 + \omega_{\infty 2}^2)$$

$$L_C = \frac{1}{C_B} = \frac{L}{\delta}\,(1 + \omega_{\infty 1}^2)$$

Transformarea elementelor FTJ în elementele FOB



$$\omega_{\infty 1,2} = \sqrt{\left(\frac{\delta}{2\Omega_\infty}\right)^2 + 1} \mp \frac{\delta}{2\Omega_\infty}$$

$$C_1 = \frac{1}{L_1} = C\delta\,; \qquad \omega_r = 1$$

$$L_1 = \frac{1}{C_1} = L\delta\,; \qquad \omega_r = 1$$

$$C_B = \frac{1}{L_C} = \frac{1}{L\delta}\,(1 + \omega_{\infty 2}^2)$$

$$C_C = \frac{1}{L_B} = \frac{1}{L\delta}\,(1 + \omega_{\infty 1}^2)$$

$$L_B = \frac{1}{C_C} = \frac{1}{C\delta}\,(1 + \omega_{\infty 2}^3)$$

$$L_C = \frac{1}{C_B} = \frac{1}{C\delta}\,(1 + \omega_{\infty 1}^2)$$

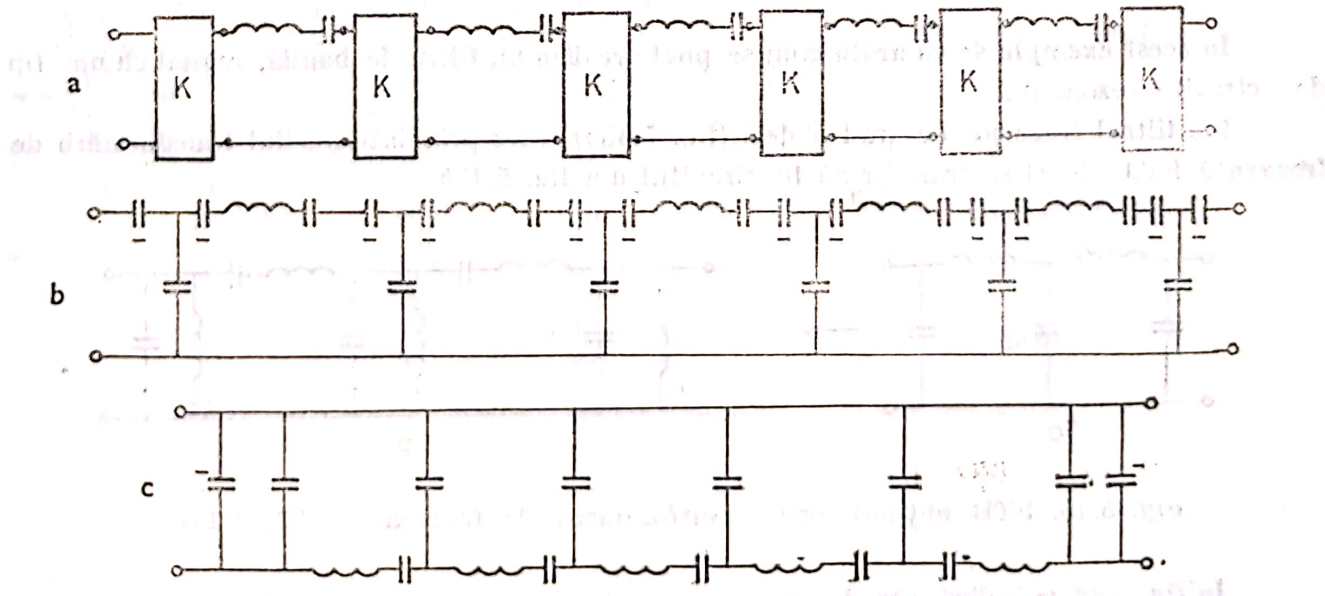


Fig. 5.46. *a*) Filtru de bandă cu inversoare; *b*) realizarea inversorului cu circuit T de capacitate; *c*) Transformarea sarcinii cu capacitate serie.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 5.6

În acest exemplu se va ilustra realizarea unui filtru de bandă cu circuite rezonante paralel. Fie în acest sens FTB din fig. 5.47*a*

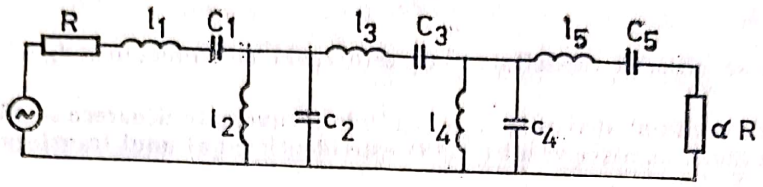


Fig. 5.47. Filtrul trece bandă (FTB).

În fig. 5.48a se arată introducerea principială a unor inversori pentru inversarea circuitelor rezonante serie în fig. 5.48*b* realizarea acestora cu circuite Π de capacităţi şi în fig. 5.48*c* combinarea capacităţilor.

Valorile elementelor se obţin în baza relaţiilor (fig. 5.49).

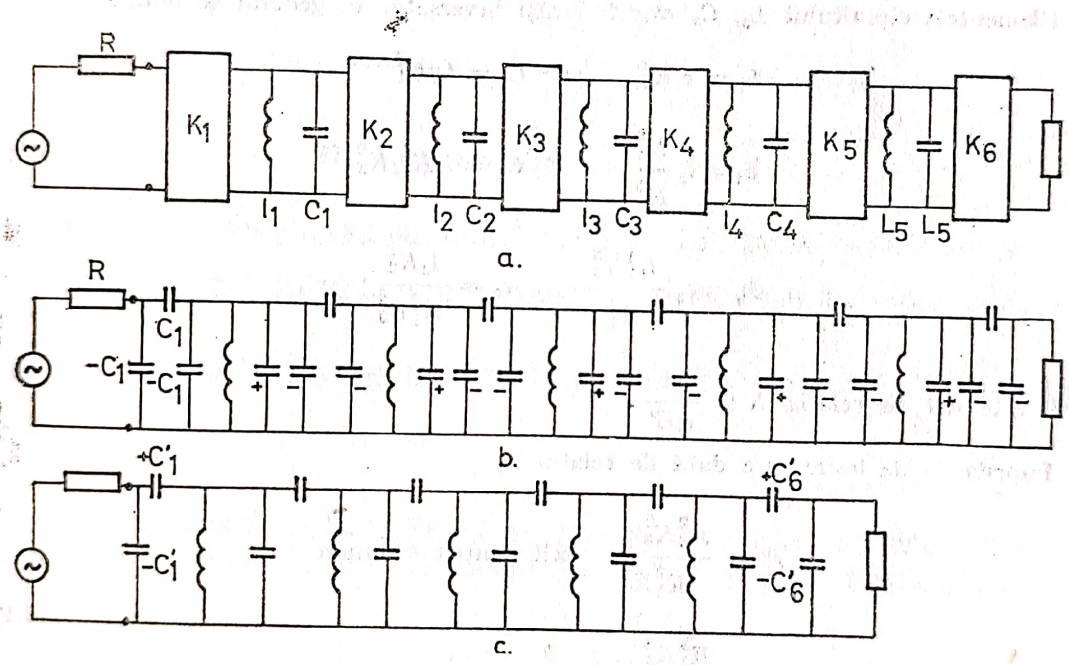


Fig. 5.48. *a*) Introducerea inversorului ; *b*) realizarea inversorilor cu circuite Π de capacităţii *c*) combinarea capacităţilor.

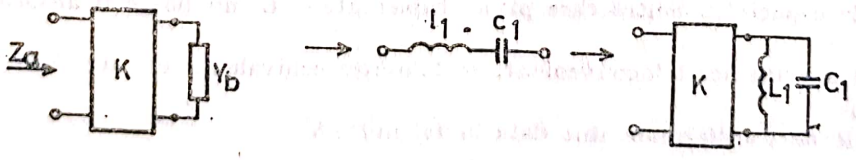


Fig. 5.49. Utilizarea circuitului inversor.

Y_b este în acest caz :

$$Y_b = C_1 s + \frac{1}{L_1 s}$$

Rezultă

$$Z_a = l_1 s + \frac{1}{c_1 s} = K^2 \left(C_1 s + \frac{1}{L_1 s} \right)$$

Scanned with OKEN Scanner

De unde $l_1 = K^2 C_1$; $c_1 = \dfrac{L_1}{K^2}$

respectiv:

$$C_1 = \frac{l_1}{K_2}\ ;\ L_1 = c_1 K^2 \tag{5.119}$$

După cum se observă capacitatea C_1 este egală cu inductanța l_1/K^2, iar inductanța $L_1 = c_1 K^2$.

Elementele circuitului derivație L_2, C_2 rămîn neinversate deoarece se află după 2 inversori, al căror efect după cum s-a văzut (5.113) este identic cu al unui transformator ideal de raport $\dfrac{K_2}{K_1}$. Deci

$$L_2 = l_2 \frac{K_2^2}{K_1^2} \quad \text{și} \quad C_2 = c_2 \frac{K_1^2}{K_2^2}$$

Elementele circuitului L_3, C_3 vor fi iarăși inversate. În general se obține:

$$\begin{aligned} L_1 &= c_1 K_1^2 & C_1 &= l_1/K_1^2 \\ L_2 &= l_2 \frac{K_2^2}{K_1^2} & C_2 &= l_2 K_1^2/K_2^2 \\ L_3 &= c_3 \frac{K_1^2 K_3^2}{K_2^2} & c_3 &= \frac{l_3 K_2^2}{K_1^2 K_3^2} \end{aligned} \tag{5.120}$$

unde K este dat de relația $K = \dfrac{1}{\omega C'}$;

Impedanța de ieșire este dată de relația

$$R' = \frac{K_2^2 K_4^2 \dots}{K_1^2 K_3^2} \alpha R \text{ pentru } n \text{ impar}$$

$$\text{și} \quad R' = \frac{K_1^2 K_3^2 \dots}{K_1^2 K_4^2} \cdot \frac{1}{\alpha R} \text{ pentru } n \text{ par} \tag{5.121}$$

Să examinăm partea de intrare a circuitului, unde primul inversor se înlocuiește prin circuitul Π de capacități, dintre care prima capacitate — C' nu poate fi absorbită de filtru (fig. 5.48).

Pentru a evita acest inconvenient, se folosește echivalența din fig. 5.50 în care sînt date R_1 și C_1.

Relațiile de transformare sînt date în tabelul 5.8

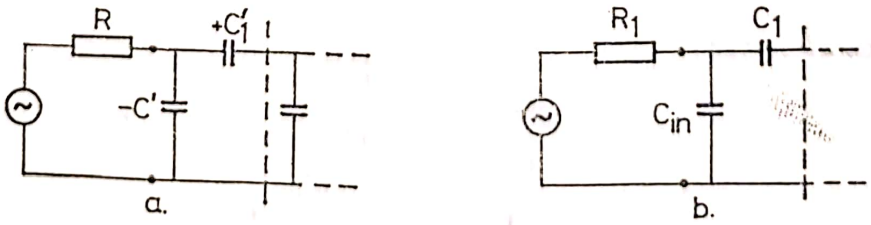


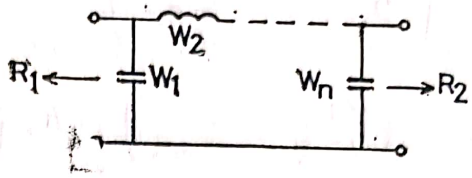
Fig. 5.50. Transformarea echivalentă a capacităților negative.

Scanned with OKEN Scanner

Determinarea constantelor de inversare

Fie un filtru trece jos polinomial de tipul (fig. 5.51)

Fig. 5.51. FTJ – prototip.



Prin transformare FTJ—FTB, acesta devine (fig. 5.52)

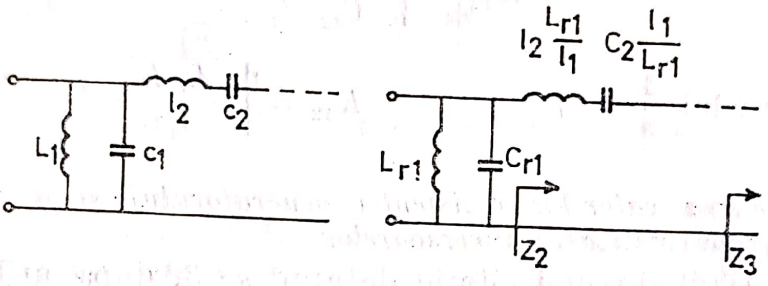


Fig. 5.52. Transformarea FTJ—FTB.

Dacă se doreşte să se modifice nivelul impedanţelor cu raportul $\frac{L_{r1}}{l_1}$ (în locul valorii iniţiale a inductanţei l_1 se doreşte o inductanţă L_{r1}), atunci inductanţele din fig. 5.52 se înmulţesc cu raportul $\frac{r_1}{l_1}$, iar capacităţile cu $\frac{l_1}{L_{r1}}$.

În continuare se doreşte să se utilizeze numai circuite derivaţie, prin utilizarea inversorilor. În acest caz se obţine circuitul (fig. 5.53).

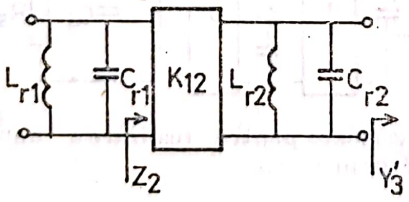


Fig. 5.53. Utilizarea circuitelor inversoare în circuitul unui FTB.

Proprietatea inversorului este $Z_1 = K^2 Y_2$. K are dimensiuni de impedanţă.

Inversorul permite şi modificarea nivelului impedanţelor astfel încît prima inductanţă să devină de valoare L_{r1}.

Impedanţa celui de al doilea rezonator este determinată de valorile L_{r2} şi C_{r2}.

Datorită transformării FTJ-FTB avem

$$L_{r1}C_{r1} = L_{r2}C_{r2} = \ldots = l_1c_1 = l_2c_2 = \ldots = 1$$

Scanned with OKEN Scanner

Identificînd impedanţele Z_2 din fig. (5.52*b* şi 5.53 rezultă :

$$Z_2 = \left(\frac{L_{r1}}{l_1} l_2 s + \frac{1}{\frac{l_1}{L_{r1}} c_2 s} \right) + Z_3 = K_{12}^2 \left(sC_{r2} + \frac{1}{sL_{r2}} + Y_3' \right)$$

$$= \frac{L_{r1}}{l_1} \left(sl_2 + \frac{1}{sc_2} \right) = K_{12}^2 \left(sC_{r2} + \frac{1}{sL_{r2}} + Y_3' \right)$$

Indentificînd coeficienţii lui s din cei doi membrii se obţine :

$$K_{12} = \sqrt{\frac{L_{r1}}{C_{r2}} \frac{l_2}{l_1}}; \qquad (5.122)$$

sau coeficienţii lui $\frac{1}{s}$:

$$K_{12} = \sqrt{\frac{L_{r1} L_{r2}}{l_1 c_2}} \qquad (5.123)$$

Determinarea valorilor rezistenţei generatorului şi a rezistenţei de sarcină, în urma utilizării inversoarelor

Pentru cazul filtrului eliptic de grad $n=3$, după utilizarea invertoarelor, schema rezultată este fig. 5.54.

Primul şi ultimul circuit rezonant este de tip derivaţie. Impedanţa caracteristică a acesteia este dată în relaţia :

$$Z_c = \frac{\pi R_0}{2 f_0 C}$$

Fie $Z_c^{(t)}$ valoarea impedanţei caracteristice a acestor circuite după utilizarea inversoarelor.

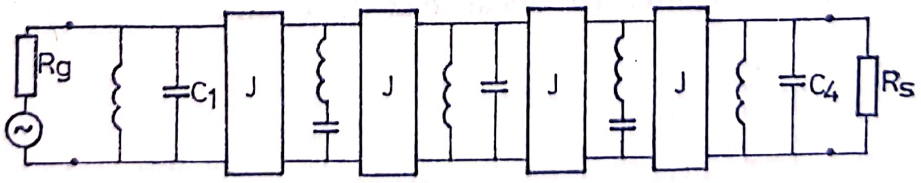


Fig. 5.54. Utilizarea circuitelor inversoare pentru realizare a unui filtru eliptic de grad $n=3$.

Raportul $k = \frac{Z_c^{(t)}}{Z_c}$ reprezintă în acelaşi timp raportul dintre valoarea transformată a rezistenţei generatorului $R_g^{(t)}$ şi cea iniţială (R_g) respectiv :

$$k = \frac{R_g^{(t)}}{R_0} = \frac{Z_c^{(t)}}{Z_c}$$

Scanned with OKEN Scanner

sau

$$R_s^{(t)} = \frac{Z_c^{(t)} \cdot 2C_n}{\pi} \tag{5.124}$$

Relații generale în cazul utilizării inversorilor de impedanță

După cum s-a văzut inversorii de impedanță pot fi utilizați pentru a transforma un filtru trece bandă (fig. 5.56) într-un circuit care să conțină numai circuite rezonante serie.

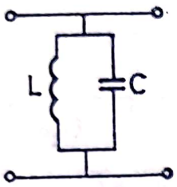


Fig. 5.55. Circuit derivație LC.

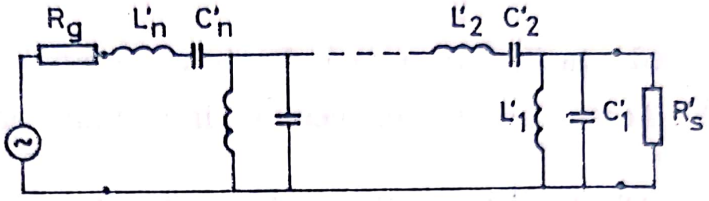


Fig. 5.56. Filtru trece bandă.

Să presupunem că FTB este proiectat pe baza transformării FTJ-FTB și că impedanțele de sarcină sînt R_g și R_L ($R_g = R_L$ pentru cazul filtrelor de grad impar). Elementele acestui circuit sînt notate cu L'_k și C'_k fig. 5.57).

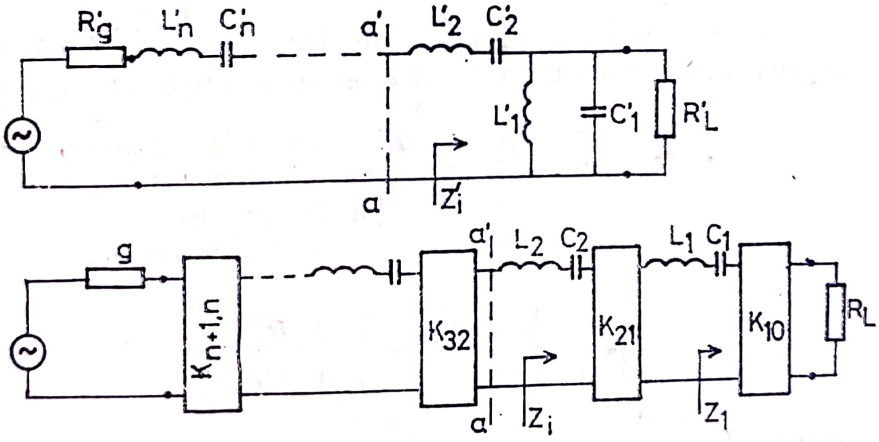


Fig. 5.57. *a*) Filtre trece bandă; *b*) Circuit echivalent prin utilizarea inversorilor.

În fig. 5.57*b* se ilustrează circuitul obținut prin utilizarea inversoarelor de impedanță. Inversorul dintre elementele C_k, L_k și C_k, L_{k+1} posedă frecvența din mijlocul benzii :

$$L'_k C'_k = L_k C_k = \omega_0^{-2}$$

Pentru obținerea unor valori de elemente convenabile se permite un nivel arbitrar al impedanțelor de-a lungul rețelei și de aceea parametrii R_L și R_g precum și $L_k (k = 1,2,...,n)$ pot fi și aleși arbitrari. Valorile impedanțelor caracteristice ale inversorilor, vor fi determinate după cum se va arăta în continuare.

Scanned with OKEN Scanner

Impedanța de intrare Z_1' a circuitului din fig. 5.57*a* văzută din punctele *aa'* către sarcina R_L' este

$$Z_i' = sL_2' + \frac{1}{sC_2'} + \frac{sL_1'}{1 + \frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{sL_1'}{R_L'}} =$$

$$= \sqrt{\frac{L_2'}{C_2'}}\left[\left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{s}\right) + \sqrt{\frac{C_2'}{L_2'}}\frac{sL_1'}{1 + \frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{sL}{R}}\right] \qquad (5.125)$$

Impedanța Z_1 care se vede în circuitul 5.57*b* după primul inversor este $\frac{K_{10}}{R_L^2}$. Acesta admite ca cea a circuitului serie $L_1 s + \frac{1}{C_1 s}$, inversată în raport cu K_{21}^2 și însumată apoi cu impedanța $sL_2 + \frac{1}{sC_2}$, să se obțină impedanța de intrare Z_1 văzută din punctele *aa'* respectiv :

$$Z_i = \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}\left[\left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{s}\right) + \sqrt{\frac{C_2}{L_2}}\frac{sK_{21}^2 C_1}{1 + s^2 + sC_1 K_{10}^2/R_L}\right] \qquad (5.126)$$

Comparînd relațiile (5.126) și (5.125) se observă că acestea reprezintă aceeași funcție de s, cu diferența că apare constanta $\sqrt{\frac{L_2}{C_2}}$ în loc de $\sqrt{\frac{L_2'}{C_2'}}$ care reprezintă modificarea nivelului de impedanță. Dacă impunem condiția ca expresiile din paranteză să fie egale se obține :

$$\frac{K_{10}^2 C_1}{R_L} = \frac{L_1'}{R_L'}$$

sau

$$K_{10} = \sqrt{\frac{L_1' R_L}{C_1 R_L'}} = \sqrt{\frac{L_1 R_1}{C_1' R_L'}} \qquad (5.127)$$

$\frac{L_1'}{C_1} = \frac{L_1}{C_1'}$ deoarece $L_1 C_1' = L_1 C_1 = \omega_0^2$

Similar se obține :

$$\sqrt{\frac{C_2}{L_2}} K_{21}^2 C_1 = \sqrt{\frac{C_2'}{L_2'}}\, L_1' \text{ ceea ce conduce la } K_{21} = \sqrt{\frac{L_2 L_1}{L_1' L_2'}} \qquad (5.128)$$

Cu valorile acestea pentru impedanțele inversorilor funcțiile impedanțelor de intrare sînt aceleași diferind numai prin nivelul de impedanță.

Acest nivel va fi notat cu $Z\sqrt{\frac{L_2'}{C_2'}}$ pentru circuitul din fig. 5.57 a și va fi egal cu $Z\sqrt{\frac{L_2}{C_2}}$ din circuitul din fig. (5.52 *b*).

Dacă procedeul anterior se repetă și se calculează impedanțele de intrare între elementele cu indicii 4 și 5 se obține un rezultat similar.

Scanned with OKEN Scanner

Impedanțele căutate rezultă înlocuind pe L_1', C_1' cu L_3', C_3' pe L_2', C_2' cu L_4' etc. și înlocuind pe R_L' cu $Z\sqrt{\frac{L_2'}{C_2'}}$ și R_L cu $Z\sqrt{\frac{L_2}{C_2}}$.

Valorile K_{32} și K_{42} se obțin impunînd condiția ca cele două rețele să fie electric echivalente și modificările menționate trebuie făcute și în expresiile lui K_{10} și K_{21}. Deci din (5.127) rezultă :

$$K_{32} = \sqrt{\frac{L_3}{C_3'}\left(\frac{L_2}{C_2}\frac{C_2'}{L_2'}\right)^{1/2}} = \sqrt{\frac{L_2 L_3}{L_2' C_3'}}$$

$$K_{43} = \sqrt{\frac{L_3 L_4}{C_3' C_4'}}$$

Prin inducție sau repetînd procedeul anterior, se obține în general pentru k (pînă la n)

$$K_{k,k-1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{L_k L_{k-1}}{L_k' C_{k-1}'}} & \text{pentru } k \text{ par} \\ \sqrt{\frac{L_k L_{k-1}}{C_k' L_{k-1}'}} & \text{pentru } k \text{ impar} \end{cases} \qquad (5.129)$$

Pentru cazul ultimului inversor, se presupune că n este par, astfel încît ultimul element al filtrului (fig. 5.57 *a*) este o ramură serie. Analizînd circuitul din fig. 5.58 și prin analogie cu (5.125) și (5 126), impedanța de intrare în punctele aa' este $Z_i' = Z\sqrt{\frac{L_n'}{C_n'}}$ și $Z_i = Z\sqrt{\frac{L_n}{C_n}}$ unde Z este aceeași pentru ambele rețele. Circuitul din fig. 5.58 este terminat pe impedanța R_g'. Terminația pentru circuitul din fig. 5.56 *b*, dacă nu se utilizează ultimul inversor, va fi R_g' înmulțit cu raportul nivelelor de impedanță al celor două circuite.
Se obține :

$$R_g'' = \frac{R_g\sqrt{\frac{L_n}{C_n}}}{\sqrt{\frac{L_n'}{C_n'}}} = R_g\sqrt{\frac{L_n C_n'}{L_n' C_n}} \qquad (5.130)$$

Dacă se utilizează încă un inversor, se poate alege o terminație arbitrară R_q, care să conducă la o impedanță caracteristică $K_{n+1,n}$ astfel încît R_q apare ca o sarcină R_g'' în punctele aa' (fig. 5.58) Aceasta impune $K_{n+1,n} = R_g R_g''$. Ținînd seama ca

$$\frac{L_n C_n'}{L_n' C_n} = \frac{L_n^2}{L_n'^2}$$

și folosind relația anterioară a lui R_g'' rezultă :

$$K_{n+1,n} = \sqrt{\frac{R_g R_g' L_n}{L_n'}} \qquad (n \text{ par}) \qquad (5.131)$$

Dacă n este impar, ultima secțiune a filtrului prototip va fi o ramură transversală. Situația din acest caz este ilustrată în fig. 5.59. Impedanțele

Scanned with OKEN Scanner

de intrare din punctele aa' vor fi :

$$Z'_i = \left(sC'_n + \frac{1}{sL'_n} + \frac{C'_{n-1}}{L'_{n-1}}\frac{1}{Z}\right)^{-1} = \sqrt{\frac{L'_n}{C'_n}}\left[\left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{s}\right) + \frac{1}{Z}\sqrt{\frac{L'_n C'_{n-1}}{C'_n L'_{n-1}}}\right]^{-1}$$

$$Z_i = K^2_{n+1,n}\sqrt{\frac{C_n}{L_n}}\left[\left(\frac{s}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{s}\right) + \frac{K^2_{n\,n-1}}{Z}\sqrt{\frac{C_n,\ C_{n-1}}{L_n,\ L_{n-1}}}\right]^{-1}$$

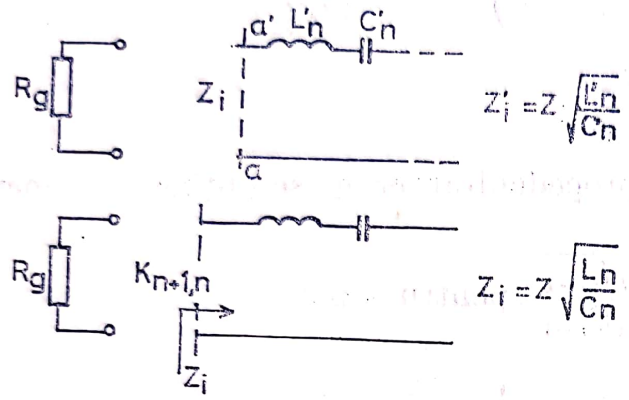


Fig. 5.58. Ultima secțiune a filtrului (caz n = par).

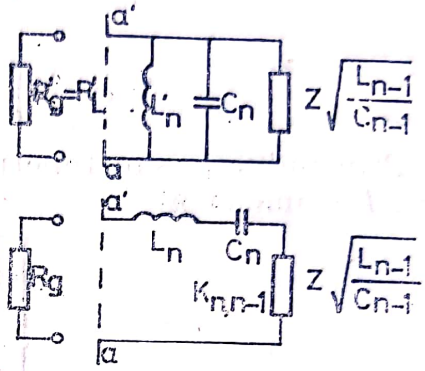


Fig. 5.59. Ultima secțiune a filtrului (caz n = impar).

Deoarece Z este același în ambele circuite, expresia din paranteze este aceeași în cazul Z'_i și Z_i.

Pentru $K_{n,n-1}$ se ține seama de relațiile (5.129).

Nivelul de impedanță al celor două circuite va fi

$$\sqrt{\frac{L'_n}{C'_n}} \text{ și } K^2_{n+1,n}\sqrt{\frac{C_n}{L_n}}.$$

Cele două impedanțe de sarcină $R'_g = R'_L$ și R_g trebuie să fie proporționale cu cele două nivele de impedanțe și deci :

$$\frac{R_g}{R_L} = K_{n+1,n}\sqrt{\frac{C_n C'_n}{L_n L'_n}} \qquad \text{și deci :}$$

$$K_{n+1,n} = \sqrt{\frac{R_g}{R'_L}\frac{L_n}{C'_n}} \qquad (n \text{ impar}) \qquad (5.132)$$

În acest fel s-au specificat impedanțele caracteristice ale tuturor inversorilor.

Circuitul din fig. 5.57 poate fi transferat într-unul echivalent care să conțină numai circuite rezonante derivație, folosind inversori de admitanță.

Circuitul echivalent este ilustrat în fig. 5.60.

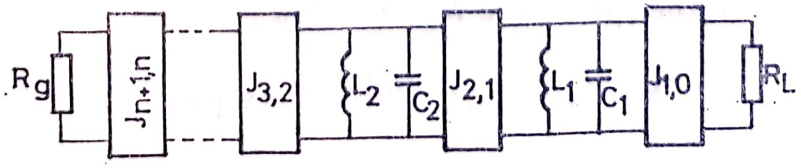


Fig. 5.60. Circuit echivalent al FTB, utilizînd inversori de admitanță.

Scanned with OKEN Scanner

Şi în acest caz $L_k C_k = \omega_0^{-2}$, însă L_k şi terminaţiile R_L şi R_g pot fi alese arbitrar. În acest caz admitanţele $J_{k,k+1}$ ale inversorilor trebuie să fie :

$$J_{10} = \sqrt{\frac{C_1}{C_1' R_L R_L'}} \tag{5.133}$$

$$J_{k,k-1} = \sqrt{\frac{C_k C_{k-1}}{C_k' L_{k-1}'}} \quad (k \text{ impar})$$

$$J_{k,k-1} = \sqrt{\frac{C_k C_{k-1}}{L_k' C_{k-1}'}} \quad (k \text{ par})$$

$$J_{n+1,n} = \sqrt{\frac{C_n}{C_n' R_g' R_g}} \quad (n \text{ impar})$$

$$J_{n+1,n} = \sqrt{\frac{C_n R_g'}{L_n' R_g}} \quad (n \text{ par})$$

De notat că şi în acest caz pentru n impar $R_g' = R_L'$ (în circuitul prototip).

5.8.2. Factorul de calitate şi lărgimea de bandă

Parametrul unui circuit rezonant care caracterizează selectivitatea şi performanţele în general este factorul de calitate Q. Pentru circuitul din fig. 5.61 acesta se defineşte astfel :

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \omega_0 C R = \frac{R}{\omega_0 L} \tag{5.134}$$

deoarece $\omega^2 LC = 1$ la rezonanţa $G = R^{-1}$.

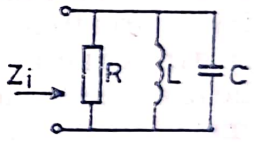


Fig. 5.61. Circuit derivaţie încărcat.

În jurul frecvenţei de rezonanţă $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ impedanţa de intrare este

$$Z_i = \frac{\omega_0^2 RL}{\omega_0^2 L + j2R\Delta\omega} = \frac{R}{1 + j2Q\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}}$$

Dacă se notează cu $2\,\Delta\omega$, lărgimea de bandă a lui $|Z_i|$, atunci se obţine $\Delta\omega = \dfrac{\omega_0}{2Q}$.

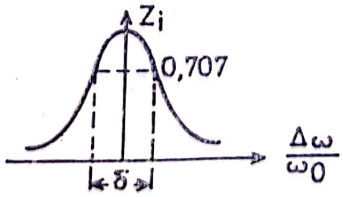


Fig. 5.62. Z_i în funcţie de lărgimea de bandă relativă.

Lărgimea de bandă relativă care se notează cu δ este dată de relaţia

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{1}{\delta} \tag{5.135}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă în circuitul de rezonanță figurează numai rezistența de pierdere R, Q definit de relația (5.134) se numește Q fără sarcină. Dacă circuitul de rezonanță este conectat la o sarcină externă, care absoarbe o anumită cantitate de putere și care este caracterizată de o rezistență R_L (în paralel cu R), factorul de calitate Q se micșorează.
Q-ul se numește Q în sarcină și se notează cu Q_L

$$Q_L = \frac{RR_L}{(R + R_L)\omega L}$$

Se definește Q_1, Q extern care rezultă în cazul în care circuitul rezonant este fără pierderi și este prezentă numai rezistența de sarcină R_L

$$Q_c = \frac{R_L}{\omega L}$$

Din aceste definiții rezultă relația

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q} \qquad (7.136)$$

5.9. REZONATORI

În cazul filtrelor cu constante concentrate circuitele rezonante constau din inductanța L_i și capacități C_i. În cazul filtrelor de microunde însă, circuitele oscilante nu mai sînt formate din elemente concentrate, ci din structuri cu parametrii distribuiți care la frecvențe stabilite rezonează. Aceste elemente se numesc rezonatori. În general rezonatorii posedă mai multe frecvențe de rezonanță, însă în jurul unei frecvențe de rezonanță acesta poate fi aproximat cu un circuit rezonant.

În proiectarea și măsurarea filtrelor de microunde se preferă adesea ca în locul parametrilor L_i și C_i să se utilizeze frecvențele de rezonanță f_{0i} (respectiv ω_{0i}), precum și factorul de calitate al circuitului încărcat Q_i sau noțiunea legată de acesta denumită panta reactanței X_i sau panta susceptanței b_i. Acestea se definesc astfel :

În cazul rezonanței serie $\quad x_i = \dfrac{\omega_{0i}}{2}\dfrac{dX_i}{d\omega}$ (5.137)

iar în cazul rezonanței, derivație : $\quad b_i = \dfrac{\omega_{0i}}{2}\dfrac{dB_i}{d\omega}$ (5.138)

unde X_i și B_i sînt reactanța respectiv susceptanța circuitului.
Frecvența de rezonanță în ambele cazuri

$$\omega_{0i} = \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}} \qquad (5.139)$$

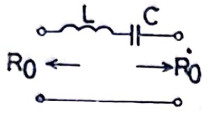
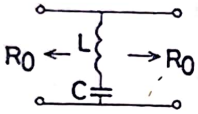
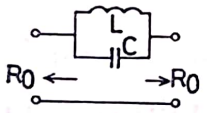
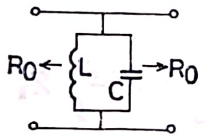
Pentru calculul coeficientului de calitate al circuitului încărcat se presupune că acesta este închis în ambele părți cu rezistența de încărcare de valoare R_0.

Scanned with OKEN Scanner

Relaţiile de calcul pentru coeficientul de calitate al circuitelor încărcate precum şi pentru pantele reactanţelor (susceptanţelor) în cazul diverselor tipuri de circuite oscilante sînt cuprinse în tabelul 5.7.

Tabelul 5.7

Coeficientul de calitate încărcat şi panta reactanţelor (susceptanţelor)

Tip de circuit	Coeficient de calitate încărcat	Panta
	$\frac{1}{2R_0}\sqrt{\frac{L}{C}}$	$x_k = \omega_0 L$
	$\frac{2}{R_0}\sqrt{\frac{L}{C}}$	$x_k = \omega_0 L$
	$\frac{R_0}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$	$b_k = \omega_0 C$
	$2R_0\sqrt{\frac{C}{L}}$	$b_k = \omega_0 G$

Pentru proiectarea filtrelor este important de cunoscut modul în care sînt transformaţi coeficienţii de calitate în cazul utilizării inversorilor.

Dacă un circuit rezonant serie este transformat de către inversor într-unul derivaţie atunci între coeficienţii de calitate încărcaţi (Q_s al circuitului serie şi Q_p al circuitului derivaţie) există relaţiile :

$$Q_p = \left(\frac{R_0}{K}\right)^2 Q_s \tag{5.140}$$

respectiv

$$Q_s = \left(\frac{K}{R_0}\right)^2 Q_p \tag{5.141}$$

Se observă că dacă $K = R_0$ coeficienţii de calitate rămîn nemodificaţi.

După cum s-a menţionat una din posibilităţile de proiectare a filtrelor de bandă constă în aplicarea transformării Richards (utilizarea transformatei S) nu filtrului trece jos sau trece sus, ci filtrului de bandă obţinut prin transformarea de frecvenţă FTJ—FTB [1 Cap. 11].

În realizarea acestor filtre cu secţiuni de linii, inversorii sînt înlocuiţi ca şi pînă acum cu elemente unitate iar circuitele rezonante serie şi derivaţie se echivalează astfel :

1) Un circuit rezonant serie se echivalează cu o secţiune de linii de lungime $\lambda/4$ în gol.

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece echivalența nu este posibilă în întreaga bandă de frecvență se impun două condiții de identitate celor două circuite (fig. 5.63, *a*) respectiv :

a) frecvențele de rezonanță ω_0 ale celor două circuite să fie identice ;

b) pantele impedanțelor (5.137) și (5. 138) la frecvența de rezonanță $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_k C_k}}$ să fie identice.

Impedanța de intrare a unei secțiuni de linie de lungime $\lambda/4$ în gol este dată de relația :

$$Z_{0g} = -\mathrm{j} Z_k \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_0}\right) \tag{5.142}$$

Impedanța unui circuit rezonant serie este :

$$Z = \mathrm{j}\left(\omega L_k - \frac{1}{\omega C_k}\right) \tag{5.143}$$

Panta impedanței conform definiției 5.137 este

$$x_i = \frac{\omega_{0i}}{2}\frac{dZ}{d\omega}$$

Calculînd panta impedanțelor din relațiile (5.142) și (5.143) în baza definiției (5.137) se obține :

$$-\frac{1}{2}\omega_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}\left[Z_k \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right]_{\omega=\omega_0} = \frac{\pi}{4} Z_k$$

$$\frac{1}{2}\omega_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\omega}\left[\omega L_k - \frac{1}{\omega C_k}\right]_{\omega=\omega_0} = \omega_0 L_k \tag{5.144}$$

Egalînd cele două expresii din relația (5.144) se obține

$$Z_k = 8 f_0 L_k \tag{5.145}$$

O altă echivalentă posibilă este a circuitului rezonant derivație cu o linie de lungime $\frac{\lambda}{2}$ în gol (fig. 5.63 b).

Procedînd similar prin impunerea condiției ca panta susceptanței celor două circuite să fie identică la frecvența ω_0 se obține :

$$Y_k = 4 f_0 C_k \tag{5.146}$$

În fig. 5.63 sînt ilustrate echivalentele obținute.

Echivalențele din fig. 5.63 *c* este valabilă pentru lărgimi de bandă relative mai mici de 10%.

Elementele nominale respectiv cele de normare [1 Cap. 1] sînt date de relațiile :

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi f_0} \quad \text{și} \quad C_0 = \frac{1}{R_0 2\pi f_0}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a denorma elementele, respectiv pentru a obține valoarea impedanței caracteristice în Ω, este necesar să denormăm atît frecvența f_k (prin înmulțire cu f_0) cît și pe C_k (prin înmulțire cu C_0). Se obține în acest caz :

$$Z_0(\Omega) = \frac{1 R_0 2\pi f_0}{4 f_k f_0 C_k} = \frac{R_0(\Omega)}{2 f_k C_k} \qquad (5.147a)$$

(f_k și c_k fiind valori relative).

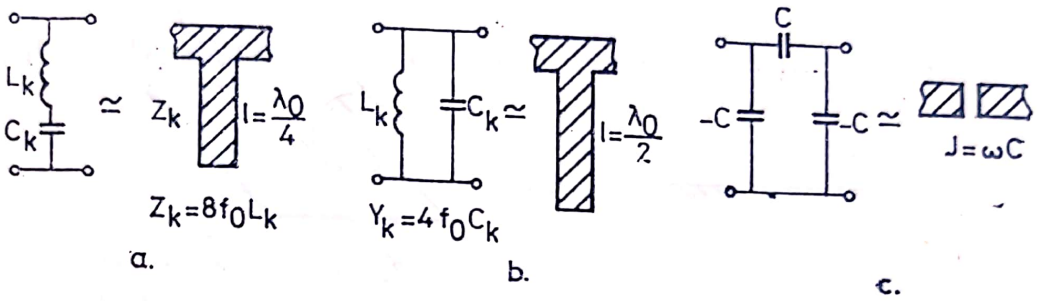


Fig. 5.63. Circuite cu linii echivalente ale circuitelor rezonante :

a) $Z_k = 8 f_0 L_k$; *b*) $Y_k = 4 f_0 C_k$

În cazul circuitului rezonant derivație se obține procedînd similar

$$Z_0(\Omega) = 8 f_k f_0 L_K L_0 = \frac{8 f_k f_0 L_k R_0}{2\pi f_0} = \frac{4 f_k L_k R_0(\Omega)}{4} \qquad (5.147b)$$

(f_k și L_k fiind valori relative).

5.10. LINII CUPLATE

Dacă conductoarele centrale a două linii plate sînt apropiate geometric, apare o influență reciprocă între acestea datorită cuplajului electric și magnetic. În acest caz se poate defini un cuadripol care să exprime acest cuplaj. Datorită faptului că există un număr mare de moduri de dispunere a porților liniilor, apare o diversitate de circuite posibile. Se va introduce un model care să descrie posibilitățile de cuplaj a două linii. Circuitul echivalent al unei perechi de linii cuplate este arătat în fig. 5.64 *a* iar în ceea ce privește capacitățile statice acestea sînt ilustrate în fig. 5.64 *b*.

Ținînd seama că matricea parametrilor impedanță a unui cuadripol oarecare în π este (fig. 5.65) [1 Cap. 3,]
pentru matricea capacităților rețelei din fig. 5.64 se obține :

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} + C_{12} & -C_{12} \\ -C_{12} & C_{12} + C_{23} \end{bmatrix} \qquad (5.148)$$

Dacă ultima linie și ultima coloană se înmulțesc cu un factor n', rezultă o nouă matrice a capacităților :

$$[C'] = \begin{bmatrix} C_{11} + C_{12} & -n' C_{12} \\ -n' C_{12} & (n')^2 (C_{12} + C_{22}) \end{bmatrix} \qquad (5.149)$$

iar dacă $(n')^2 = \dfrac{C_{12}}{C_{12} + C_{22}}$

Scanned with OKEN Scanner

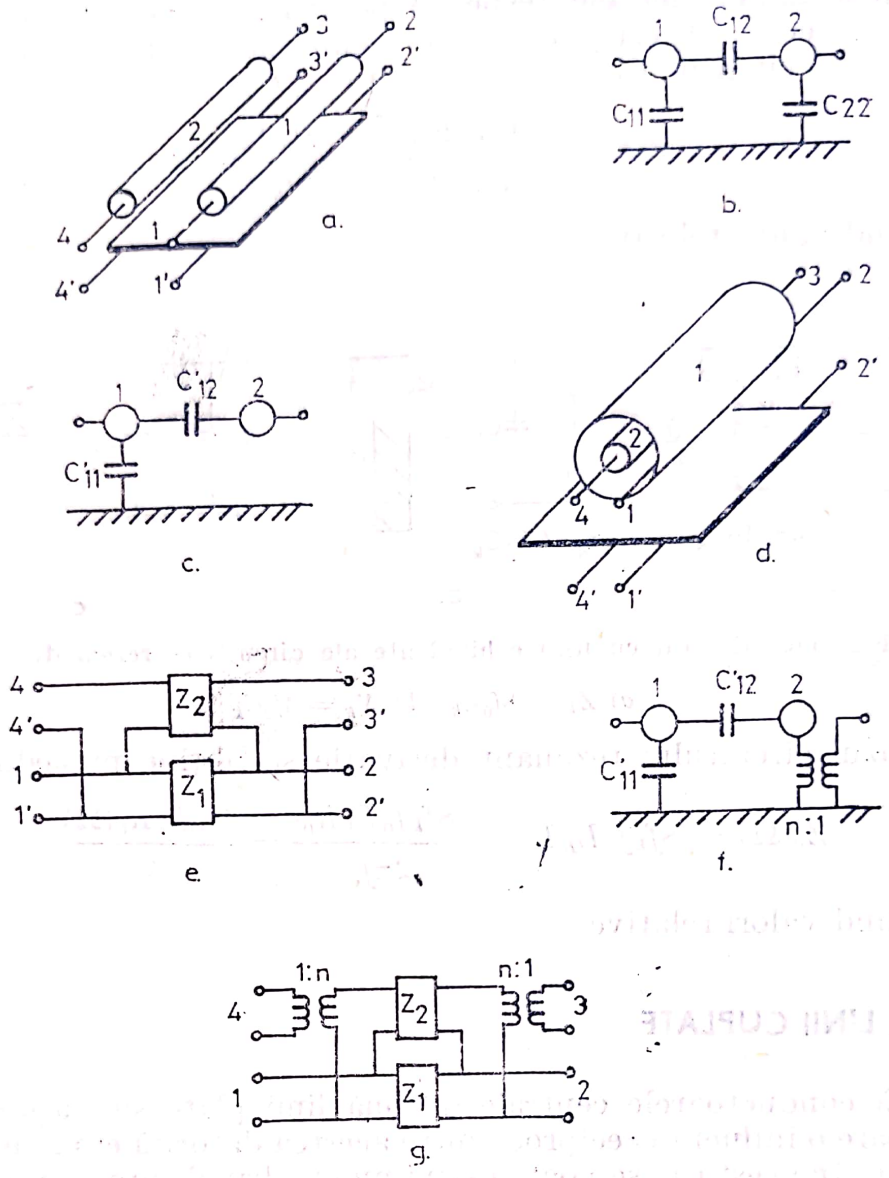


Fig. 5.64. Transformări pentru stabilirea circuitului model al liniilor cuplate.

matricea $[C']$ reprezintă matricea capacitate a circuitului din fig. 5.64 ($C'_{22} = 0$).

Echivalența acestui circuit este arătată în fig. 5.64 *d* în care linia 1 este cuplată atît cu linia 2 cît și cu pămîntul (ecranul) pe cînd linia 2 este complet deculată de pămînt.

Circuitul coaxial echivalent corespunzător este format dintr-un element unitate conectat între punctele 1—1′ și 2—2′ a cărui impedanță caracteristică este :

$$Z_1 = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r} C'_{11}/\varepsilon} \qquad (5.150)$$

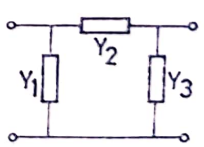


Fig. 5.65. Cuadripol în π.

iar între bornele 4—1 și 3—2 există elementul unitate de impedanță caracteristică

$$Z_2 = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r} C'_{12}/\varepsilon} \qquad (5.151)$$

Scanned with OKEN Scanner

Circuitul schematic care corespunde acestor condiţii este ilustrat în fig. 5.64 *e*.

În continuare se va examina efectul înmulţirii cu n' a ultimei linii şi coloane în matricea $[C]$.

Dacă se introduce un transformator cu raport de transformare $1 : n$ ($n = 1/n'$) a cărui matrice lanţ este

$$[A] = \begin{bmatrix} 1/n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

ca în fig. 5.64, matricea capacitate rezultantă este :

$$[C''] = \begin{bmatrix} C'_1 + C'_{12} & -C'_{12}n \\ -C'_{12}n & n^2C'_{12} \end{bmatrix} \tag{5.152}$$

Pentru ca cele două circuite să fie echivalente este necesar ca matricele $[C']$ şi $[C'']$ să fie egale, ceea ce conduce la relaţiile :

$$\begin{aligned} C_{11} &= C'_{11} + C'_{12}(1 - n) \\ C_{12} &= nC'_{12} \\ C_{22} &= C'_{12}n(n - 1) \end{aligned} \tag{5.153}$$

Din relaţiile (5.153) *a* şi *b* rezultă :

$$n = 1 + \frac{C_{22}}{C_{12}} \tag{5.154}$$

Efectul înmulţirii matricei 5.148 cu $n' = 1/n$ constă în ridicarea nivelului impedanţei la bornele $4-4'$ şi $3-3'$ cu $(n')^2$. Introducerea unor transformatoare la aceste borne, va readuce nivelul impedanţelor aşa după cum rezultă în fig. 5.64 *g*, care reprezintă modelul final a două linii cuplate.

Ţinînd seama de relaţiile (5.150) şi (5.151), relaţiile (5.153) devin :

$$\begin{aligned} \frac{C_{11}}{\varepsilon} &= \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}}\left(\frac{1}{Z_1} - \frac{n-1}{Z_2}\right) \\ \frac{C_{12}}{\varepsilon} &= \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}}\frac{n}{Z_2} \\ \frac{C_{22}}{\varepsilon} &= \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}}\frac{n(n-1)}{Z_2} \end{aligned} \tag{5.155}$$

În ecuaţiile de mai sus C_{11}, C_{12} şi C_{22} corespund celor două linii cuplate

Scanned with OKEN Scanner

În fig. 5.67 se ilustrează echivalența dintre două linii cuplate prin vederea în plan a conductoarelor centrale ale unui circuit obținut în tehnica circuitelor depuse, și modelul stabilit.

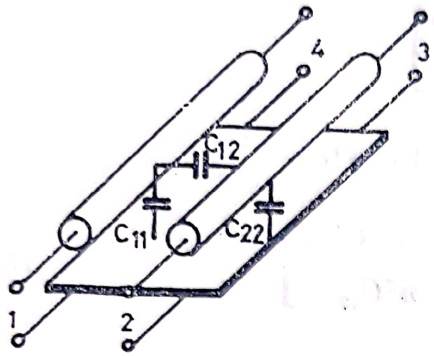


Fig. 5.66. Modelul a două linii cuplate.

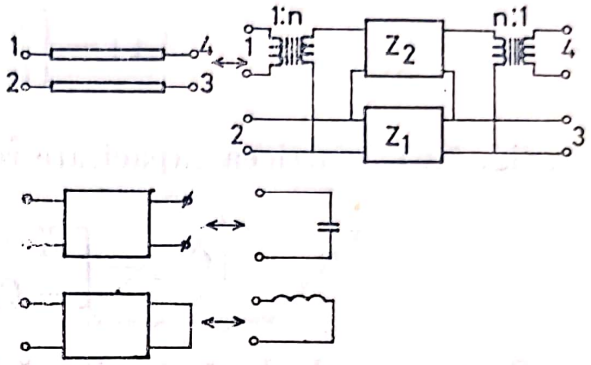


Fig. 5.67. Circuite de bază rezultate din linii cuplate.

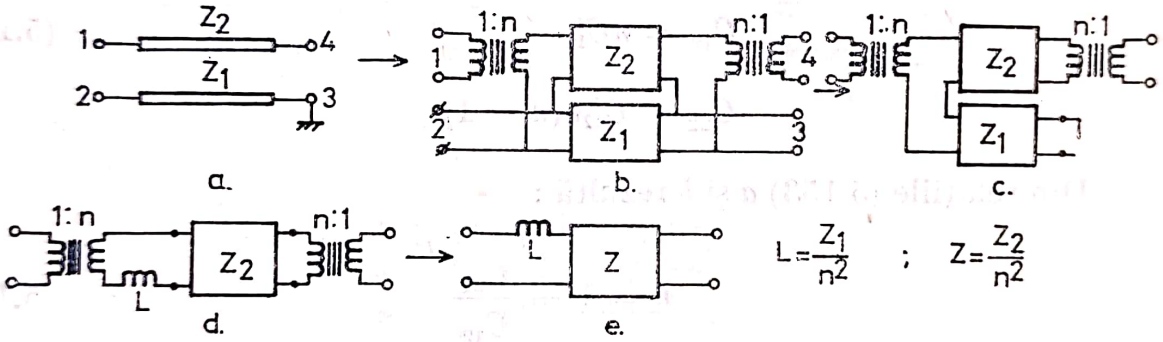


Fig. 5.68. Circuite echivalente cu linii cuplate (intrarea și ieșirea pe aceeași linie).

Pentru început fie circuitul din fig. 5.68 în care o linie cuplată este în scurtcircuit. În baza rel. 5.39 acesta este echivalent cu o inductanță serie (fig. 5.68 *c*).

Alte exemple de aplicare ale modelului sînt indicate în fig. 5.69, unde liniile cuplate au diverse dispoziții.

În fig. 5.68 *b* este arătat modelul general a două linii cuplate în care deoarece linia Z_1 este în scurt la capătul 3 și în model s-a introdus acest scurt în mod corespunzător. Circuitul echivalent din fig. 5.68. *c* reprezintă simplificarea circuitului din fig. 5.68 *b*.

Linia Z_1 în scurt la bornele 3 reprezintă conform transformatei Richards o inductanță L care este ilustrată corespunzător în fig. 5.68 d.

Circuitul final din fig. 5.68 *c* este echivalent cu circuitul din fig. 5.68*d*, cu diferența că impedanța caracteristică și inductanța L au fost modificate pentru a se renunța la cei doi transformatori ideali de raport $1:n$ și $n:1$.

Scanned with OKEN Scanner

Modelele de circuit în cazul transformării Kuroda

Dacă lăţimile celor două linii cuplate sînt egale atunci din relaţiile (5.155) rezultă

$$\frac{1}{Z_1} - \frac{n-1}{Z_2} = \frac{n(n-1)}{Z_2} \quad \text{de unde} \quad n^2 = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \tag{5.156}$$

Modelul de circuit în cazul primei transformări a lui Kuroda rezultă din fig. 5.69.

Dintre cele două circuite echivalente din fig. 5.70 se alege acela care poate fi realizat fizic cel mai convenabil. În mod similar se obţin circuitele pentru a doua şi a treia transformare Kuroda, respectiv fig. 5.71.

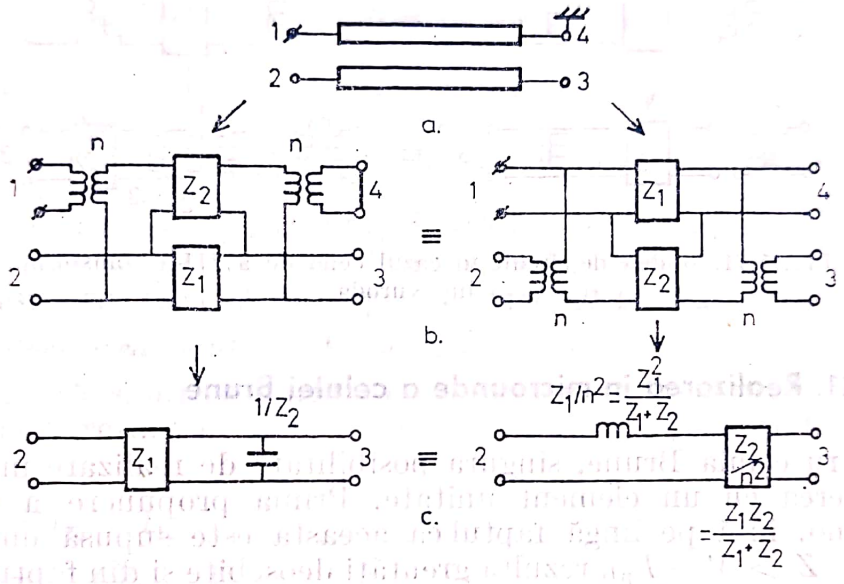


Fig. 5.69. Circuite echivalente ale liniilor cuplate (Prima transformare a lui Kuroda).

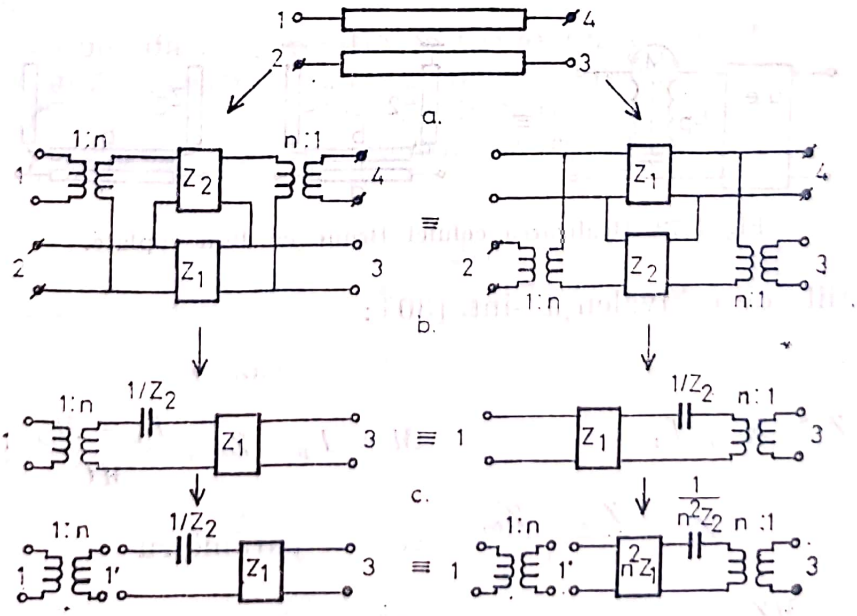


Fig. 5.70. Modele de circuit, în cazul celei de a II-a transformări Kuroda.

Scanned with OKEN Scanner

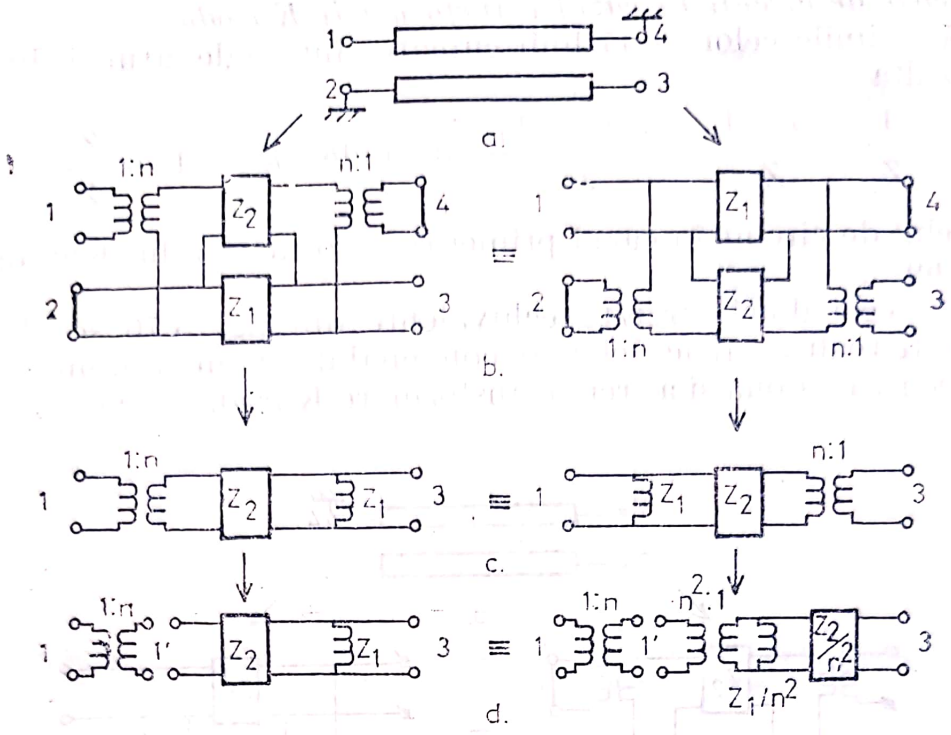


Fig. 5.71. Modele de circuit în cazul celei de a III-a transformări a lui Kuroda.

5.10.1. Realizarea în microunde a celulei Brune

Pentru celula Brune, singura posibilitate de realizare în microunde este asocierea cu un element unitate. Prima propunere a constituit-o bucla Ikeno, însă pe lîngă faptul că aceasta este supusă unor restricții ($L_s > L_p$; $Z > M - L_p$), rezultă greutăți deosebite și din faptul că trebuie să conțină 4 secțiuni de linii de impedanțe caracteristice diferite. S-a găsit că realizarea cu ajutorul liniilor cuplate este mult mai utilizabilă în practică (fig. 5. 72) :

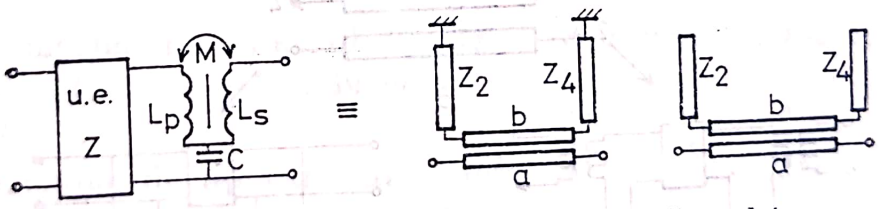


Fig. 5.72. Realizarea celulei Brune cu linii cuplate.

Relațiile de echivalență sînt [30] :

caz *a*)

$$M > L_p;\ Z > M - L_p$$

$$Z_{0e}^a + Z_{00}^a = \frac{MZ}{L_p}$$

caz *b*)

$$M < L_p \quad Z < \frac{L_p - M_p}{MC}$$

$$Z_b = \frac{Z_{0e}^b + Z_{00}^b}{2} \text{ este un parametru}$$

$$\frac{Z_{0e}^a + Z_{00}^a}{2} = Z + \frac{(L_p - M)^2}{L_p}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{Z^a_{0e}-Z^a_{00}}{2}=\frac{Z^b_{0e}-Z^b_{00}}{2}=\sqrt{\frac{(MCZ+M-L_p)ZZ_b}{L_p(CZ+1)}} \qquad \frac{Z^a_{0e}-Z^a_{00}}{2}=\frac{Z^b_{0e}-Z^b_{0e}}{2}=\sqrt{\frac{(L_p-M)(Z+L_p-M)Z_b}{L_p}}$$

$$Z_2=\frac{CL_pZ}{(M-L_p)(CZ+1)}Z_b \qquad Z_2=\frac{Z}{(L_p-M)}Z_b$$

$$Z_4=\frac{(MCZ+M-L_p)}{(Z+L_p-M)(Z+1)}Z_b \qquad Z_4=\frac{(L_p-M-MCZ)}{L_pC(L_p-M+Z)}Z_b \qquad (5.157)$$

Relațiile 5.157 au fost deduse pe bază de analiză.

În [13] s-a arătat că o impedanță de intrare poate fi totdeauna sintetizată astfel încît să realizeze poli ai funcției de transmisie dispuși la frecvențe finite, printr-un circuit format din conectarea în cascadă a elementelor unitate și celulelor Brune.

În practică, în procesul de sinteză, înainte de a extrage o celulă Brune, este de regulă necesar să se extragă unul sau două elemente unitate.

Condiția cea mai importantă, constă în aceea că impedanțele tuturor liniilor din care se construiește filtrul să aibă valori, ușor realizabile în practică, respectiv care să fie cuprinse între 10 Ω și 200 Ω.

Transformarea celulelor Brune degenerate

În fig. 5.15. și 5.16 s-a arătat cazul de degenerare a unei celule Brune într-un circuit rezonant serie respectiv derivație dacă sînt îndeplinite condițiile :

$$a)\ l_{11}=l_{22}=l_{12}$$

$$b)\ l_{11}=l_{12}(CZ_0+1) \qquad (5.158)$$

În afara cazurilor de degenerare în care relațiile (5.158) sînt îndeplinite cu precizie, în practică mai apar și cazuri în care acestea sînt aproximativ îndeplinite.

De exemplu dacă în relația (5.158 *b*) termenul $L_p-M-MCZ_0$ este pozitiv însă aproximativ zero, atunci impedanța secțiunii de linie Z_4 din fig. 5.72 *b* este foarte mică, celula Brune poate fi considerată ca degenerată și aceasta poate fi aproximativ realizată de circuitul cu linii din fig. 5.73.

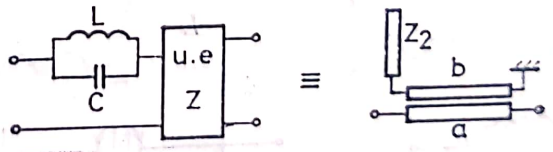


Fig. 5.73. Realizarea cu linii cuplate a unui circuit rezonant derivație în cascadă cu un u.e.

Relațiile de echivalență :

$$Z_b=\frac{Z^b_{0e}+Z^b_{00}}{2} \quad \text{este un parametru}$$

$$Z_a=\frac{Z^a_{0e}+Z^a_{00}}{2}=Z+\frac{L^2C}{1+LC}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{Z_{0e}^a - Z_0^a}{2} = \frac{Z_{0e}^b - Z_{00}^b}{2} = \sqrt{L\left(\frac{Z}{L + Z(1+LC)} + \frac{LC}{1+CL}\right)Z_b}$$

$$Z_2 = \frac{(1+LC)ZZ_b}{LC[L+Z(1+LC)]} \tag{5.159}$$

În celula Brune exactă $L_p = l_{11}$, $L_s = l_{22}$ și $M = l_{12}$ sînt de valori foarte mari, iar C de valoare mică. Produsul MC are o valoare aproape de unitate respectiv

$$MC \approx L_pC \approx L_sC \approx 1$$

Matricea lanț generală a unei celule Brune este:

$$\frac{1}{1+MCS^2}\begin{bmatrix} 1+L_pCS^2 & \dfrac{(L_p-M)^2}{L_p}S \\ CS & 1+L_sCS^2 \end{bmatrix} \tag{5.160}$$

În cazul de degenerare aproximativă aceasta poate fi aproximată de:

$$\frac{1}{1+L'C'S^2}\begin{bmatrix} 1+L'C'S^2 & L'S \\ 0 & 1+L'C'S'^2 \end{bmatrix} \quad \text{unde } L' = \frac{(L_p-M)^2}{L_p} \tag{5.161}$$

$$L'C' = MC$$

Matricea (5.161) poate fi realizată de circuitul din fig. 5.73.

Circuite echivalente ale celulei Brune

În [1] Tabelul 3.8 s-au indicat circuitele echivalente generale ale unei celule Brune, cu o celulă LC de tip T sau π, dintre care un element este negativ. O aplicație a acestor echivalențe generale o constituie circuitul echivalent din fig. 5.74.

Relațiile de echivalență din fig. 5.74 sînt:

$$M = \frac{(L+L_1)^2}{L} \qquad C' = \frac{LC}{M}$$

$$L_p = \frac{L_1(L+L_1)}{L} \qquad n = \frac{L_1}{L+L_1}$$

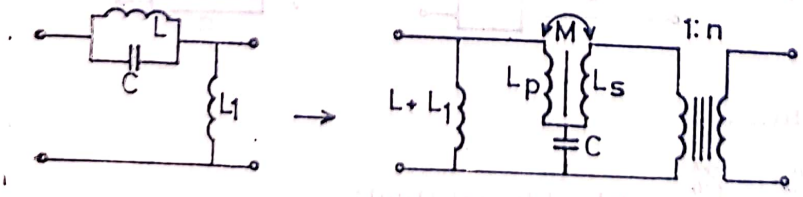


Fig. 5.74. Aplicație a echivalenței Cauer.

O altă echivalență, necesară în aplicațiile practice, o constituie interschimbarea conectării unei celule Brune în paralel cu o inductanță (fig. 5.75).

Scanned with OKEN Scanner

Relaţiile de echivalenţă :

$$L_1' = L_1 + \frac{(L_p - M)^2}{L_p} \qquad M' = \frac{MC}{C'}$$

$$n = L_1/L_1'$$

$$C' = \left[\frac{L_1'(L_1 + L_s)}{L_1^2} - \frac{L_p}{L_1}\right] C \qquad L_p'C' = nCL_p$$

$$L_s'C' = CL_{1/n}' \qquad (5.162)$$

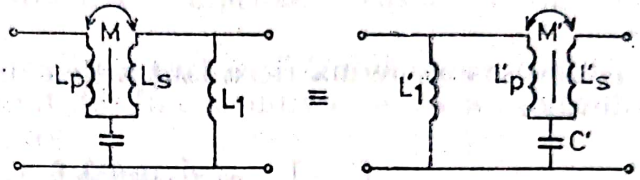


Fig. 5.75. Circuite echivalente în cazul interschimbării conectării în cascadă a unei celule Brune cu o inductanţă.

5.10.2. Proprietăţi de transmisie ale elementelor unitate

Lungimea electrică

Lungimea electrică se defineşte ca $\Phi = \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}$ unde f_N este frecvenţa la care linia are o lungime egală cu $\lambda/4$.

Fie FTJ din fig. 5.76. Prin transformarea lui Richards, caracteristica filtrului tip trece jos din fig. 5.76*a* se transformă într-una de tipul celei din fig. 5.76*b* de tip FOB. Dacă se alege frecvenţa de normare f_N, la mijlocul benzii de blocare, se notează cu Φ_t lungimea electrică corespunzătoare frecvenţei limită de trecere, atunci lungimea electrică corespunzătoare din $f_0 = f_N$ va fi : $\Phi = \frac{\pi}{2}$.

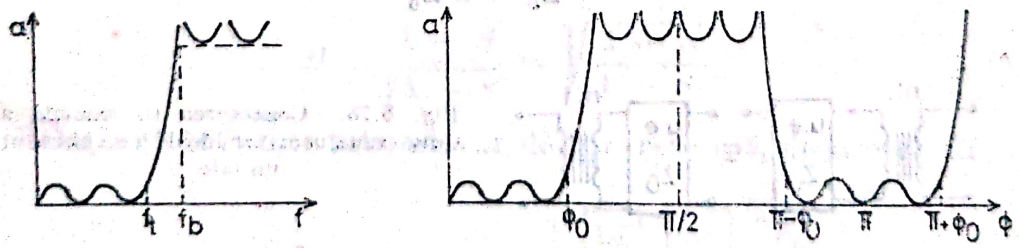


Fig. 5.76. Obţinerea caracteristicii de atenuare tip FOB cu ajutorul transformării Richards.

Lărgimea benzii de blocare a FTJ, după cum rezută din fig. 5,76, este $\frac{\pi}{2} - \Phi_0$. Rezultă că începutul celei de a doua benzi de trecere va fi :

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \Phi_0 = \pi - \Phi_0.$$

Scanned with OKEN Scanner

Relaţiile de echivalenţă :

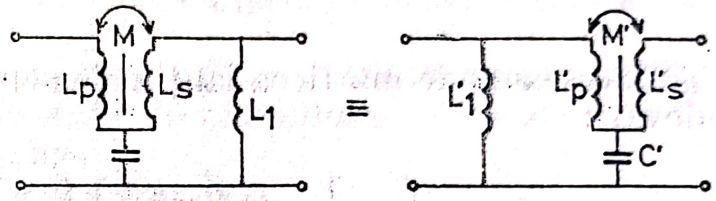
$$L_1' = L_1 + \frac{(L_p - M)^2}{L_p} \qquad M' = \frac{MC}{C'}$$

$$n = L_1/L_1'$$

$$C' = \left[\frac{L_1'(L_1 + L_s)}{L_1^2} - \frac{L_p}{L_1}\right] C \qquad L_p' C' = nCL_p$$

$$L_s' C' = CL_{1/n}' \qquad (5.162)$$

Fig. 5.75. Circuite echivalente în cazul interschimbării conectării în cascadă a unei celule Brune cu o inductanţă.



5.10.2. Proprietăţi de transmisie ale elementelor unitate

Lungimea electrică

Lungimea electrică se defineşte ca $\Phi = \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}$ unde f_N este frecvenţa la care linia are o lungime egală cu $\lambda/4$.

Fie FTJ din fig. 5.76. Prin transformarea lui Richards, caracteristica filtrului tip trece jos din fig. 5.76*a* se transformă într-una de tipul celei din fig. 5.76*b* de tip FOB. Dacă se alege frecvenţa de normare f_N, la mijlocul benzii de blocare, se notează cu Φ_t lungimea electrică corespunzătoare frecvenţei limită de trecere, atunci lungimea electrică corespunzătoare din $f_0 = f_N$ va fi : $\Phi = \frac{\pi}{2}$.

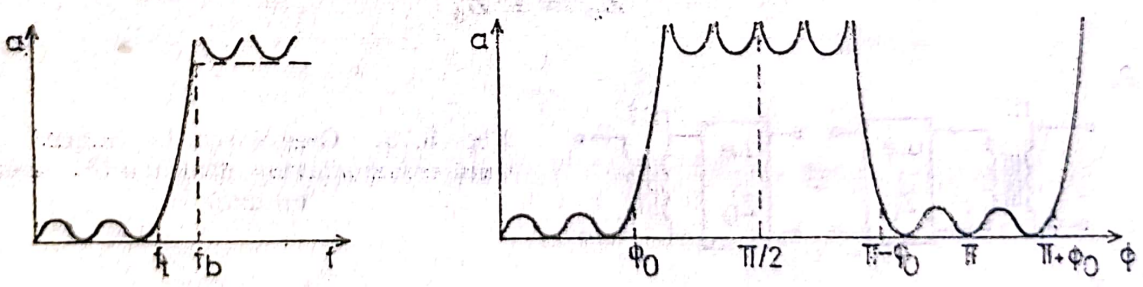


Fig. 5.76. Obţinerea caracteristicii de atenuare tip FOB cu ajutorul transformării Richards.

Lărgimea benzii de blocare a FTJ, după cum rezută din fig. 5.76, este $\frac{\pi}{2} - \Phi_0$. Rezultă că începutul celei de a doua benzi de trecere va fi :

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - \Phi_0 = \pi - \Phi_0.$$

Conectarea în cascadă a două elemente unitate identice

Două elemente unitate de aceeași lungime electrică Φ și de aceeași impedanță caracteristică Z_0, conectate în cascadă sînt echivalente cu un element unitate, de aceeași impedanță caracteristică și de lungime electrică egală cu 2Φ (fig. 5.77).

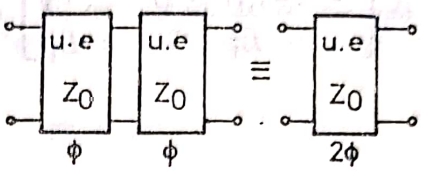


Fig. 5.77. Conectarea în cascadă a două elemente unitate.

Ținînd seama de matricea lanț a elementelor unitate (5.35) se obține într-adevăr :

$$\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\Phi}\begin{bmatrix} 1 & Z_0\operatorname{tg}\Phi \\ \mathrm{j}\dfrac{1}{Z_0}\operatorname{tg}\Phi & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \mathrm{j}Z\operatorname{tg}\Phi \\ \mathrm{j}\dfrac{1}{Z}\operatorname{tg}\Phi & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\Phi}\begin{bmatrix} 1-\operatorname{tg}^2\Phi & 2\mathrm{j}Z\operatorname{tg}\Phi \\ 2\mathrm{j}\dfrac{1}{Z}\operatorname{tg}\Phi & 1-\operatorname{tg}^2\Phi \end{bmatrix} = \frac{1-\operatorname{tg}^2\Phi}{1+\operatorname{tg}^2\Phi}\begin{bmatrix} 1 & \mathrm{j}Z\operatorname{tg}2\Phi \\ \dfrac{1}{Z}\operatorname{tg}2\Phi & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 2\Phi}}\begin{bmatrix} 1 & \mathrm{j}Z\operatorname{tg}2\Phi \\ \dfrac{1}{Z}\operatorname{tg}2\Phi & 1 \end{bmatrix} \qquad (5.163)$$

Transformator ideal conectat în cascadă cu un element unitate

Echivalența care rezultă în cazul conectării în cascadă a unui transformator ideal cu un element unitate este : (fig. 5.78)

$$Z_0' = n^2 Z_0$$

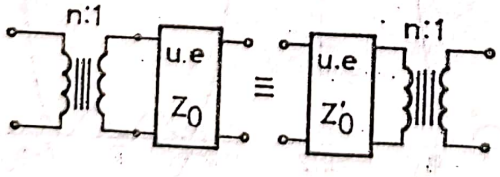


Fig. 5.78. Conectarea în cascadă a unui transformator ideal cu un element unitate.

Echivalența rezultă simplu, echivalînd matricile lanț ale cuadripolului rezultat prin conectarea în cascadă a celor două elemente în ambele cazuri.

Fie

$$[A] = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{n} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & SZ_0 \\ \dfrac{S}{Z_0} & 1 \end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{1-S^2}} = \begin{bmatrix} n & nSZ_0 \\ \dfrac{SZ_0}{n} & \dfrac{1}{n} \end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{1-S^2}}$$

matricea cuadripolului din fig. 5.78*a* și $[A']$ matricea cuadripolului din fig. 5.78,*b*.

$$[A'] = \begin{bmatrix} n & \frac{SZ_0'}{n} \\ \frac{nS}{Z_0'} & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

și rezultă relația $Z_0' = n^2 Z_0$.

Elementul unitate ca circuit de transmisie

În compunerea filtrelor cu constante distribuite, pentru realizabilitate se folosesc elemente unitate de impedanță caracteristică egală cu cea de sarcină $Z_0 = R_0 = 1$.

Caracteristica de atenuare-frecvență a filtrului nu se modifică prin adăugarea acestor elemente unitate. În continuare se va arăta că o astfel de celulă este de tip trece tot.

Matricea unitate a acestei celule este :

$$[a] = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} 1 & SZ_0 \\ \frac{S}{Z_0} & 1 \end{bmatrix} \tag{5.164}$$

Să presupunem că elementul unitate este închis după cum urmează (fig. 5.79).

Funcția de transmisie a circuitului din fig. 5.79 pentru cazul $Z_0 = R_0 = 1$ este

$$H = \frac{1}{2}[A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}] \tag{5.165}$$

Ținînd seama de relația 5.164 rezultă

$$A_{11} = A_{22} = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}}; \qquad A_{12} = A_{21} = \frac{S}{\sqrt{1-S^2}} \tag{5.166}$$

Înlocuind valorile (5.166) în (5.165) se obține

$$H = \frac{1+S}{\sqrt{1-S^2}} = \sqrt{\frac{1+S}{1-S}} \tag{5.167}$$

Relația (5.167) este într-adevăr de tip trece tot, deoarece $|H| = 1$.

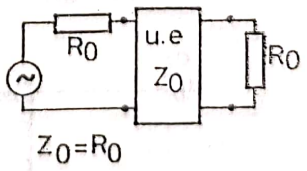


Fig. 5.79. Element unitate închis la ambele capete.

Exemplul 5.7

Să se arate că circuitul format prin conectarea în cascadă a două elemente unitate de impedanțe caracteristice egale cu rezistența de sarcină, formează un circuit trece tot.

Soluție

Circuitul format este de tipul celui din fig. 5.80.

matricea cuadripolului din fig. 5.78*a* şi $[A']$ matricea cuadripolului din fig. 5.78,*b*.

$$[A'] = \begin{bmatrix} n & \frac{SZ_0'}{n} \\ \frac{nS}{Z_0'} & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

şi rezultă relaţia $Z_0' = n^2 Z_0$.

Elementul unitate ca circuit de transmisie

În compunerea filtrelor cu constante distribuite, pentru realizabilitate se folosesc elemente unitate de impedanţă caracteristică egală cu cea de sarcină $Z_0 = R_0 = 1$.

Caracteristica de atenuare-frecvenţă a filtrului nu se modifică prin adăugarea acestor elemente unitate. În continuare se va arăta că o astfel de celulă este de tip trece tot.

Matricea unitate a acestei celule este :

$$[a] = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}} \begin{bmatrix} 1 & SZ_0 \\ \frac{S}{Z_0} & 1 \end{bmatrix} \tag{5.164}$$

Să presupunem că elementul unitate este închis după cum urmează (fig. 5.79).

Funcţia de transmisie a circuitului din fig. 5.79 pentru cazul $Z_0 = R_0 = 1$ este

$$H = \frac{1}{2}[A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}] \tag{5.165}$$

Ţinînd seama de relaţia 5.164 rezultă

$$A_{11} = A_{22} = \frac{1}{\sqrt{1-S^2}}; \qquad A_{12} = A_{21} = \frac{S}{\sqrt{1-S^2}} \tag{5.166}$$

Înlocuind valorile (5.166) în (5.165) se obţine

$$H = \frac{1+S}{\sqrt{1-S^2}} = \sqrt{\frac{1+S}{1-S}} \tag{5.167}$$

Relaţia (5.167) este într-adevăr de tip trece tot, deoarece $|H| = 1$.

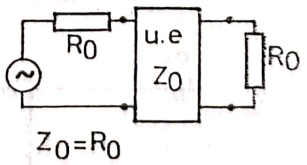


Fig. 5.79. Element unitate închis la ambele capete.

Exemplul 5.7

Să se arate că circuitul format prin conectarea în cascadă a două elemente unitate de impedanţe caracteristice egale cu rezistenţa de sarcină, formează un circuit trece tot.

Soluţie

Circuitul format este de tipul celui din fig. 5.80.

Scanned with OKEN Scanner

Matricea lanț a circuitului rezultat prin conectarea în cascadă a două elemente unitate de impedanță caracteristică $Z_0 = R_0 = 1$ este

$$A(S) = \frac{1}{2}[A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}] = \frac{1}{2}\,\frac{2S^2 + 4S + 2}{1 - S^2} = \frac{(S+1)^2}{1 - S^2} = \frac{1+S}{1-S}$$

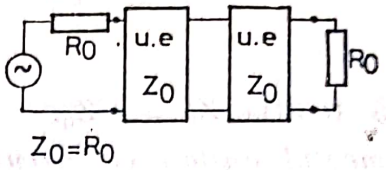


Fig. 5.80. Circuit format din conectarea în cascadă a două elemente unitate.

De menționat că această concluzie este valabilă numai pentru cazul în care impedanțele caracteristice ale celor două elemente unitate sînt egale între ele și egale cu rezistențele de închidere.

5.11. PROIECTAREA FILTRELOR CU AJUTORUL INVERSORILOR

5.11.1. Proiectarea filtrelor cu ajutorul transformării de frecvență

În [1] s-a tratat problema proiectării filtrelor trece sus (FTS) trece bandă (FTB) și oprește bandă (FOB) cu ajutorul transformării de frecvență. Ținînd seama de importanța acestei metode pentru proiectarea filtrelor de înaltă frecvență și microunde se recapitulează rezultatele obținute.

Proiectarea filtrului trece sus

Fie gabaritul atenuare-frecvență impus pentru un FTS (fig. 5.81). Transformarea de frecvență care transformă caracteristica unui FTJ într-un filtru trece sus FTS este :

$$\omega = \frac{1}{\Omega} \tag{5.168}$$

Drept frecvență de normare se alege frecvența limită de trecere a FTS respectiv $\omega_t = 1$.

Atenuarea $a(\omega)$a FTS la o anumită frecvență ω prezintă aceeași valoare ca și FTJ la frecvența Ω (respectiv $1/\omega$) adică

$$a = f(\Omega) = f\left(\frac{1}{\omega}\right) = f\left(\frac{1}{\omega}\right)$$

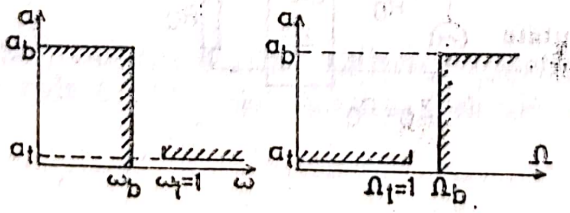


Fig. 5.81. Gabarite atenuare-frecvență : *a*) pentru FTS ; *b*) pentru FTJ care rezultă din transformarea FTJ—FTS

Dacă se cunosc parametrii FTJ în funcție de frecvență, atunci cu ajutorul transformării 5.168 se pot calcula parametrii filtrului transformat la orice frecvență.

Transformarea elementelor și valorile elementelor transformate sînt indicate în tabelul 5.6

Transformarea de frecvență acționează numai asupra valorilor elementelor nu și asupra topologiei circuitului.

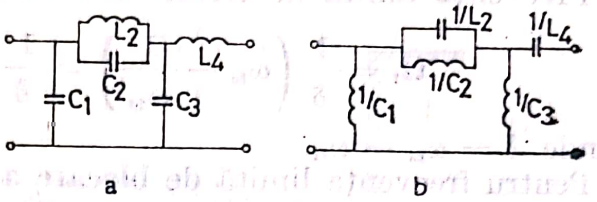


Fig. 5.82. Exemplu de transformare FTJ—FTS.

Dacă de exemplu structura FTJ este de tipul (fig. 5.82 *a*) structura FTS corespunzător este cea indicată în fig. 5.82*b*.

Proiectarea FTS se efectuează pe baza datelor inițiale respectiv R_1, f_t, f_b, a_b și a_t sau ρ [1 Cap. 11]. Ca frecvență de normare se alege $f_0 = f_t$, adică frecvența limită de trecere a FTS, iar ca rezistență de normare $R_0 = R_1$.

În [1 Cap. 11] este arătat un exemplu de proiectare a unui FTS în baza acestei metode.

Proiectarea filtrului trece bandă

Se propune să se calculeze un FTB, ale cărui caracteristici de atenuare frecvență sînt indicate în fig. 5.83*a*.

Filtrul de bandă va fi conectat între două sarcini egale cu R_0.

Frecvențele normate ale FTB se calculează în baza următoarelor relații:

$$f_0 = \sqrt{f_{t1} f_{t2}}$$

$$\omega_{t1} = \frac{f_{t1}}{f_0}, \quad \omega_{t2} = \frac{f_{t2}}{f_0}; \quad \omega_{b1} = \frac{f_{b1}}{f_0}; \quad \omega_{b2} = \frac{1}{\omega_{b1}} \tag{5.169}$$

Dacă valoarea $\omega'_{b2} = \dfrac{f_{b2}}{f_0}$ diferă de ω_{b2} atunci se modifică fie f_{b1}, fie f_{b2} astfel încît să rezulte relația $f_{b1} f_{b2} = f_0^2$

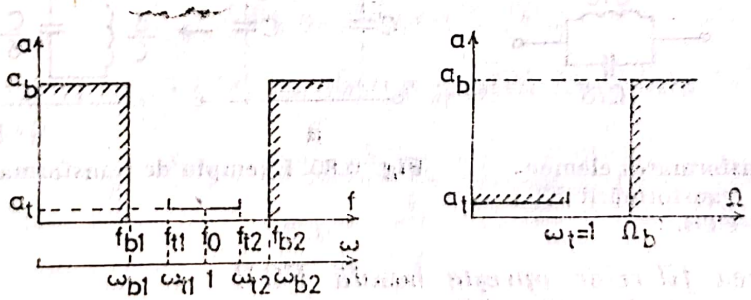


Fig. 5.83. Gabarit atenuare frecvență: *a*) pentru FTB; *b*) pentru FTJ care rezultă din transformare.

respectiv ca filtrul să prezinte o caracteristică de atenuare-frecvență geometric simetrică. Transformarea de frecvență necesară obținerii unui FTB dintr-un FTJ este

$$\Omega = \frac{1}{\delta}\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right) \tag{5.170}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde Ω reprezintă frecvența normată a FTJ;
ω — frecvența normată a FTB
δ — $\omega_{t2} - \omega_{t1}$, constantă care definește lărgimea de bandă relativă

Frecvența limită de trecere a FTJ în baza relației (5.170)

$$\Omega_t = \frac{1}{\delta}\left(\omega_{ts} - \frac{1}{\omega_{ts}}\right) = \frac{1}{\delta}(\omega_{ts} - \omega_{ti}) \triangleq 1$$

De unde $\delta = \omega_{ts} - \omega_{ti}$.

Pentru frecvența limită de blocare a FTJ — se obține:

$$\Omega_b = \frac{1}{\delta}\left(\omega_{b2} - \frac{1}{\omega_{b1}}\right) = \frac{\omega_{b2} - \omega_{b1}}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} \qquad (5.171)$$

În baza transformării (5.170) elementele FTJ se transformă astfel (fig. 5.84).

Ca și în cazul FTS prin transformarea de frecvență topologia circuitului nu se modifică ci numai elementele. De exemplu FTJ din fig. 5.85, a se transformă într-un FTB ca cel din fig. 5.85*b*.

Cunoscînd frecvențele zerourilor și polilor filtrului trece jos prototip, se pot calcula frecvențele zerourilor și polilor corespunzătoare ale FTB în baza relației (5.170), respectiv:

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{\delta\Omega}{2}\right)^2 + 1} \pm \frac{\delta\Omega}{2} \qquad (5.172)$$

În exemplul 7.8 se ilustrează proiectarea unui FTB cu ajutorul transformării de frecvență FTJ—FTB.

În tabelul 5.6 sînt recapitulate datele privind transformarea FTJ—FTB.

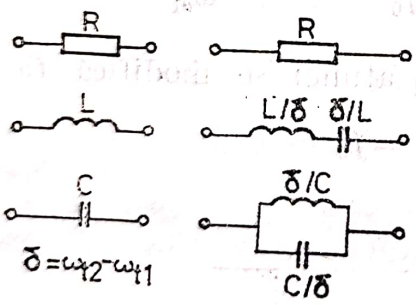


Fig. 5.84. Transformarea elementelor în cazul transformării FTJ—FTB.

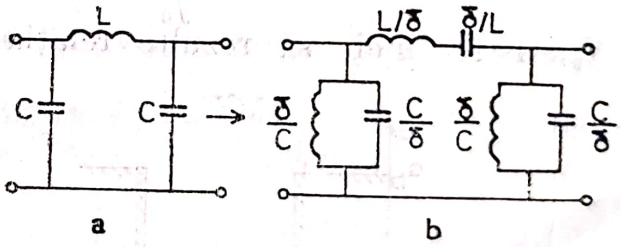


Fig. 5.85. Exemplu de transformare FTJ—FTB.

Proiectarea filtrelor opreşte bandă FOB

Filtrele opreşte bandă FOB se pot da asemenea proiecta cu ajutorul transformării de frecvențe FTJ—FOB. Fie gabaritul de atenuare-frecvență al unui FOB închis pe două sarcini egale R_0, cel indicat în fig. 5.86.

Transformarea de frecvență utilizată în acest caz [1 Cap. 11] este dată de relația

$$\Omega = \frac{\delta}{\omega - \frac{1}{\omega}} \qquad (5.173)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde Ω este frecvența normată a FTJ;
ω — frecvența normată a FOB
δ — constanta care caracterizează banda relativă de trecere.

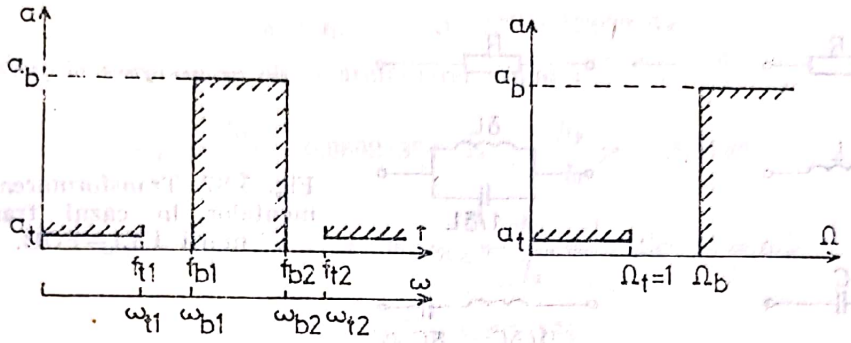


Fig. 5.86. Gabarit atenuare-frecvență; *a*) pentru FOB; *b*) pentru FTJ care rezultă din transformarea FTJ—FOB.

Frecvențele de normare f_0 a FOB se calculează în acest caz în baza relației

$$f_0 = \sqrt{f_{b1} f_{b2}} \tag{5.174}$$

iar frecvențele normate corespunzătoare

$$\omega_{bi} = \frac{f_{bi}}{f_0}; \quad \omega_{bs} = \frac{f_{bs}}{f_0} = \frac{1}{\omega_{bi}}$$
$$\omega_{t2} = \frac{f_{t2}}{f_0}; \quad \omega_{t1} = \frac{1}{\omega_{t2}} \tag{5.175}$$

Ca și în cazul FTB dacă frecvența $\omega'_{t2} = \frac{f_{t2}}{f_0}$ diferă de ω_{t2} atunci se modifică oricare din frecvențele impuse încît să fie îndeplinită condiția care asigură simetria geometrică a caracteristicilor filtrului, respectiv:

$$f_{t1} f_{t2} = f_{b1} f_{b2} = f_0^2 \tag{5.176}$$

În baza transformării (5.173) se obține pentru frecvența limită de trecere a FTJ prototip

$$\Omega_t \triangleq 1 = \frac{\delta}{\omega_{t2} - \frac{1}{\omega_{t2}}} = \frac{\delta}{\omega_{t2} - \omega_{t1}}$$
$$\delta = \omega_{t2} - \omega_{t1} \tag{5.177}$$

Pentru frecvența limită de blocare a FTJ, tot în baza relației (5.173) se obține:

$$\Omega_b = \frac{\delta}{\omega_{b2} - \frac{1}{\omega_{b2}}} = \frac{\delta}{\omega_{b2} - \omega_{b1}} = \frac{\omega_{t2} - \omega_{t1}}{\omega_{b2} - \omega_{b1}} \tag{5.178}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde Ω este frecvența normată a FTJ;
ω — frecvența normată a FOB
δ — constanta care caracterizează banda relativă de trecere.

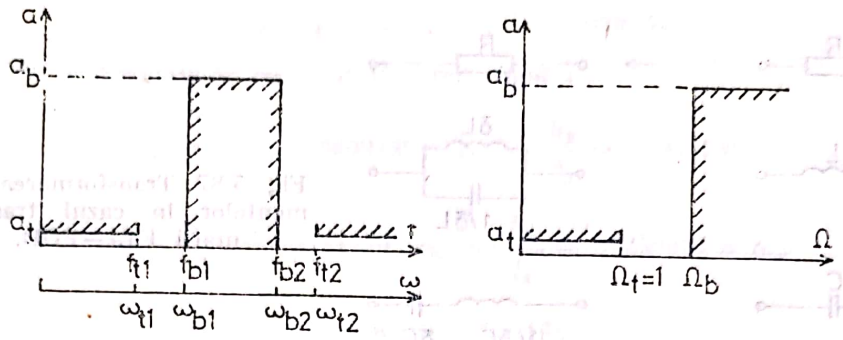


Fig. 5.86. Gabarit atenuare-frecvență; *a*) pentru FOB; *b*) pentru FTJ care rezultă din transformarea FTJ—FOB.

Frecvențele de normare f_0 a FOB se calculează în acest caz în baza relației

$$f_0 = \sqrt{f_{b1} f_{b2}} \tag{5.174}$$

iar frecvențele normate corespunzătoare

$$\omega_{bi} = \frac{f_{bi}}{f_0}; \quad \omega_{bs} = \frac{f_{bs}}{f_0} = \frac{1}{\omega_{bi}}$$
$$\omega_{t2} = \frac{f_{t2}}{f_0}; \quad \omega_{t1} = \frac{1}{\omega_{t2}} \tag{5.175}$$

Ca și în cazul FTB dacă frecvența $\omega'_{t2} = \frac{f_{t2}}{f_0}$ diferă de ω_{t2} atunci se modifică oricare din frecvențele impuse încît să fie îndeplinită condiția care asigură simetria geometrică a caracteristicilor filtrului, respectiv:

$$f_{t1} f_{t2} = f_{b1} f_{b2} = f_0^2 \tag{5.176}$$

În baza transformării (5.173) se obține pentru frecvența limită de trecere a FTJ prototip

$$\Omega_t \stackrel{\Delta}{=} 1 = \frac{\delta}{\omega_{t2} - \frac{1}{\omega_{t2}}} = \frac{\delta}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} \tag{5.177}$$
$$\delta = \omega_{t2} - \omega_{t1}$$

Pentru frecvența limită de blocare a FTJ, tot în baza relației (5.173) se obține:

$$\Omega_b = \frac{\delta}{\omega_{b2} - \frac{1}{\omega_{b2}}} = \frac{\delta}{\omega_{b2} - \omega_{b1}} = \frac{\omega_{t2} - \omega_{t1}}{\omega_{b2} - \omega_{b1}} \tag{5.178}$$

Cu ajutorul relaţiilor (5.177) şi (5.178) s-au determinat parametrii FTJ, fig. 5.86*b*, pe baza cărora se poate proiecta FTJ — prototip.

Relaţiile de transformare ale elementelor FTJ în acest caz sînt (fig. 5.87).

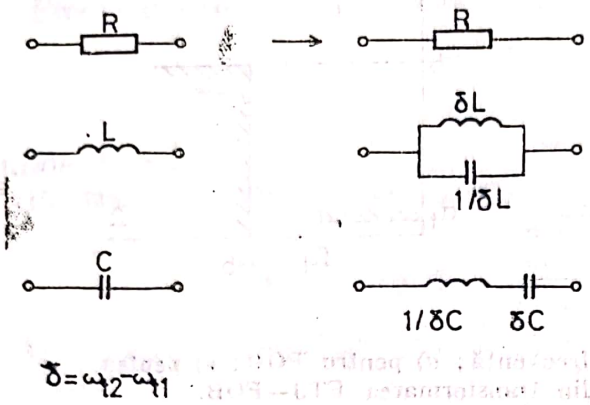


Fig. 5.87. Transformarea elementelor în cazul transformării FTJ—FOB.

Ca şi în cazurile anterioare transformarea de frecvenţă FTJ—FOB, păstrează topologia circuitului şi modifică numai elementele Exemplu (fig. 5.88).

Cunoscînd frecvenţele zerourilor şi polilor filtrului trece-jos, în baza relaţiei (5.174) se pot calcula frecvenţele zerourilor şi polilor FOB. Respectiv :

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{\delta}{2\Omega}\right)^2 + 1} \pm \frac{\delta}{2\Omega} \qquad (5.179)$$

În exemplul 5.9 se ilustrează proiectarea unui FOB pe baza transformării FTJ—FOB.

În tabelul 5.6 sînt recapitulate datele privind transformarea FTJ—FOB.

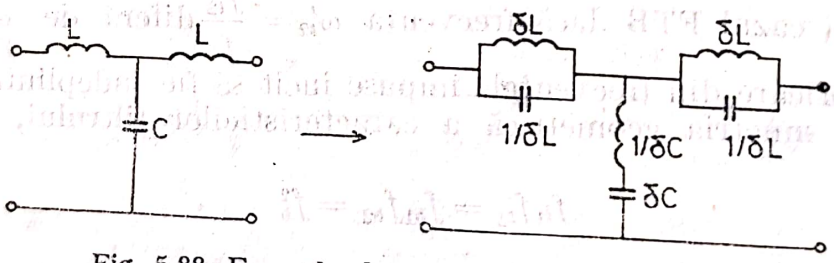


Fig. 5.88. Exemplu de transformare FTJ—FOB.

Exemplul 5.8

Să se calculeze un filtru trece bandă (FTB), care trebuie să îndeplinească condiţiile de atenuare-frecvenţă impuse prin gabaritul din fig. 5.89. Rezistenţele de închidere sînt de 75Ω.

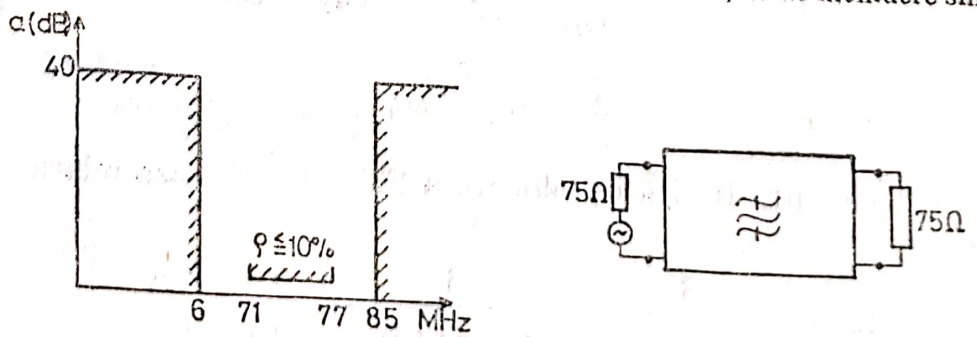


Fig. 5.89. Condiţii impuse FTB.

Soluție Pe baza datelor din fig. 5.89 rezultă următoarele notații:

$$f_{bt} = 6 \text{ MHz}; \quad f_{t1} = 7{,}1 \text{ MHz}; \quad f_{t2} = 7{,}7 \text{ MHz}; \quad f_{b2} = 8{,}5 \text{ MHz}$$

În vederea normării frecvențelor se calculează frecvența centrală:

$$f_0^2 = f_{t1} f_{t2} = 7{,}1 \cdot 7{,}7 = 7{,}3939164$$

Pentru frecvențele normate se obțin următoarele valori:

$$\omega_{t1} = \frac{f_{t1}}{f_0} = 0{,}9602488; \quad \omega_{t2} = \frac{f_{t2}}{f_0} = 1{,}0413966$$

$$\omega_{b1} = \frac{f_{b1}}{f_0} = 0{,}8114779 \quad \omega_{b2} = \frac{f_{b2}}{f_0} = 1{,}1495937 = \omega_{b2}^*$$

$$\omega_{b1}^{-1} = 1{,}2323194$$

Deoarece ω_{b2}' diferă de ω_{b1}^{-1}, pentru satisfacerea condiției de simetrie se alege o nouă valoare pentru ω_{bj} respectiv

$$\omega_{b1}^* = (\omega_{b2}')^{-1} = 0{,}8698725 \qquad \omega_{b2}^* = 1{,}1495937$$

Pentru lărgimea de bandă relativă δ se obține

$$\delta = \omega_{b2}^* - \omega_{b1}^* = 0{,}2797212$$

iar pentru frecvența limită de blocare a FTJ — prototip.

$$\Omega_b = \frac{\delta}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} = 3{,}447058$$

Pentru valoarea coeficientului de reflexie $\rho = 10\%$ în banda de trecere și o atenuare minimă de 40 dB în banda de blocare, rezultă în baza programelor [1 Cap. 12] sau catalogului [2] un filtru trece jos prototip de tip CO3.20.17 care posedă următoarele date (fig. 5.90).

Pentru Ω_b^* s-a ales cea mai apropiată valoare (mai mică) existentă în catalogul [2] și a rezultat

$\Omega_b^* = 3{,}4203036$ $\quad C_1 = 1{,}144873;$ $\quad \Omega_{\infty 2} = 3{,}9277366$

$a_b = 41{,}7$ dB $\quad C_2 = 0{,}059365;$ $\quad \Omega_{02} = 0{,}8708078$

$L_2 = 1{,}091907$

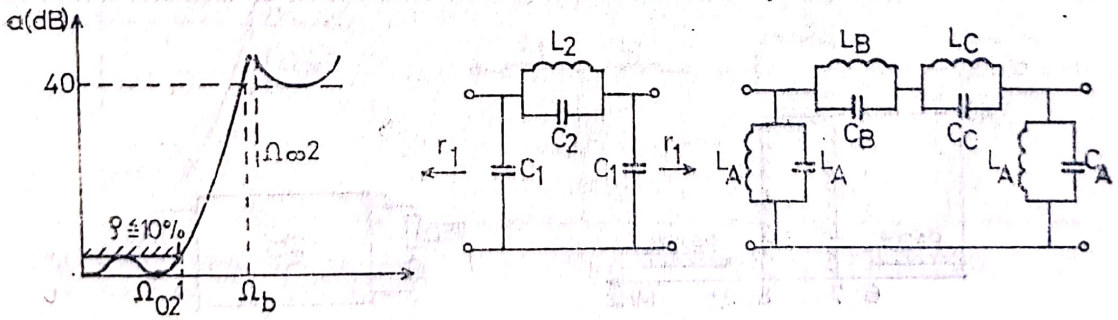


Fig. 5.90. *a*) Caracteristica de atenuare a FTJ rezultat; *b*) Structura FTJ; *c*) Structura FTB

Cu ajutorul relației 5.172 se calculează frecvențele normate ale polilor FTB și rezultă:

$$\omega_{\infty 1\,2} = \sqrt{\left(\frac{\delta\Omega_\infty}{2}\right)^2 + 1} \pm \frac{\delta\Omega_\infty}{2}$$

$$\omega_{\infty 1} = 0{,}852206$$

$$\omega_{\infty 2} = 1{,}17342518$$

Soluție Pe baza datelor din fig. 5.89 rezultă următoarele notații:

$$f_{bt} = 6 \text{ MHz}; \quad f_{t_1} = 7{,}1 \text{ MHz}; \quad f_{t_2} = 7{,}7 \text{ MHz}; \quad f_{b_2} = 8{,}5 \text{ MHz}$$

În vederea normării frecvențelor se calculează frecvența centrală:

$$f_0^2 = f_{t_1} f_{t_2} = 7{,}1 \cdot 7{,}7 = 7{,}3939164$$

Pentru frecvențele normate se obțin următoarele valori:

$$\omega_{t_1} = \frac{f_{t_1}}{f_0} = 0{,}9602488; \quad \omega_{t_2} = \frac{f_{t_2}}{f_0} = 1{,}0413966$$

$$\omega_{b_1} = \frac{f_{b_1}}{f_0} = 0{,}8114779 \quad \omega_{b_2} = \frac{f_{b_2}}{f_0} = 1{,}1495937 = \omega_{b2}^*$$

$$\omega_{b1}^{-1} = 1{,}2323194$$

Deoarece ω_{b2}' diferă de ω_{b1}^{-1}, pentru satisfacerea condiției de simetrie se alege o nouă valoare pentru ω_{b_1} respectiv

$$\omega_{b1}^* = (\omega_{b2}')^{-1} = 0{,}8698725 \qquad \omega_{b2}^* = 1{,}1495937$$

Pentru lărgimea de bandă relativă δ se obține

$$\delta = \omega_{b2}^* - \omega_{b1}^* = 0{,}2797212$$

iar pentru frecvența limită de blocare a FTJ — prototip.

$$\Omega_b = \frac{\delta}{\omega_{t_2} - \omega_{t_1}} = 3{,}447058$$

Pentru valoarea coeficientului de reflexie $\rho = 10\%$ în banda de trecere și o atenuare minimă de 40 dB în banda de blocare, rezultă în baza programelor [1 Cap. 12] sau catalogului [2] un filtru trece jos prototip de tip CO3.20.17 care posedă următoarele date (fig. 5.90).

Pentru Ω_b^* s-a ales cea mai apropiată valoare (mai mică) existență în catalogul [2] și a rezultat

$\Omega_b^* = 3{,}4203036$ $\quad C_1 = 1{,}144873;$ $\quad \Omega_{\infty 2} = 3{,}9277366$

$a_b = 41{,}7$ dB $\quad C_2 = 0{,}059365;$ $\quad \Omega_{02} = 0{,}8708078$

$L_2 = 1{,}091907$

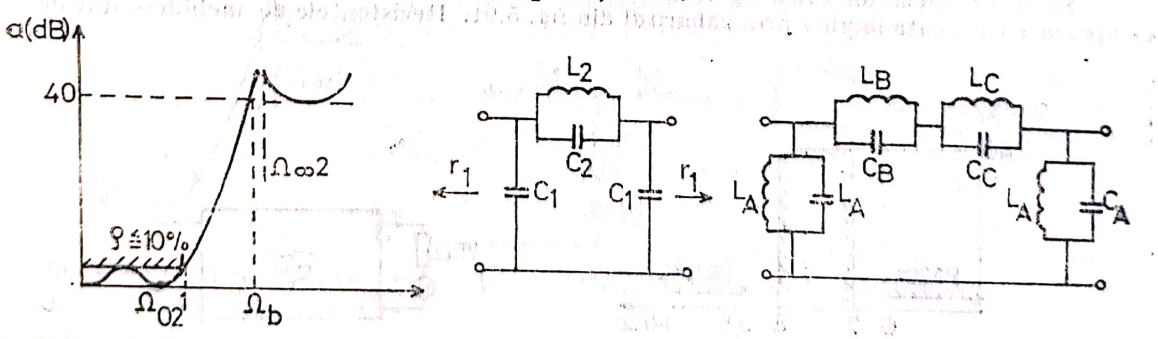


Fig. 5.90. *a*) Caracteristica de atenuare a FTJ rezultat; *b*) Structura FTJ; *c*) Structura FTB

Cu ajutorul relației 5.172 se calculează frecvențele normate ale polilor FTB și rezultă:

$$\omega_{\infty_{1\,2}} = \sqrt{\left(\frac{\delta\Omega_\infty}{2}\right)^2 + 1} \pm \frac{\delta\Omega_\infty}{2}$$

$$\omega_{\infty 1} = 0{,}852206$$

$$\omega_{\infty 2} = 1{,}17342518$$

Scanned with OKEN Scanner

Valorile elementelor FTB se obțin în baza relațiilor din tabelul 5.6 respectiv:

$$C_A = \frac{C_1}{\delta} = 13{,}999026$$

$$L_A = \frac{1}{C_A} = 0{,}07143354$$

$$C_C = \frac{C_2}{\delta}(1 + \omega_{\infty 1}^2) = 1{,}72538797$$

$$L_B = \frac{1}{C_B} = 0{,}5795798$$

$$C_B = \frac{C_2}{\delta}(1 + \omega_{\infty 2}^2) = 1{,}2530718$$

$$L_C = \frac{1}{C_B} = 0{,}7980389$$

Valorile nominale ale elementelor [1, Cap. 1]:

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi f_0} = \frac{75\Omega}{2\pi\, 7{,}3939164 \cdot 10^6} = 1{,}6152\ \mu H$$

$$C_0 = \frac{1}{2\pi f_0 R_0} = \frac{1}{2\pi\, 7{,}3939164 \cdot 10^6 \cdot 75\Omega} = 287{,}15\ pF$$

Pentru valorile denormate ale filtrului de bandă se obține:

$l_A = L_A L_0 = 0{,}115\ \mu H$ $\qquad$ $c_A = C_A C_0 = 4{,}020\ nF$

$l_B = L_B L_0 = 0{,}936\ \mu H$ $\qquad$ $c_B = C_B C_0 = 360\ pF$

$l_C = L_C L_0 = 1{,}289\ \mu H$ $\qquad$ $c_C = C_C C_0 = 495\ pF$

Exemplul 5.9

Să se calculeze un filtru oprește bandă (FOB) care trebuie să îndeplinească condițiile de atenuare-frecvență impuse prin gabaritul din fig. 5.91. Rezistențele de închidere sînt de 75Ω.

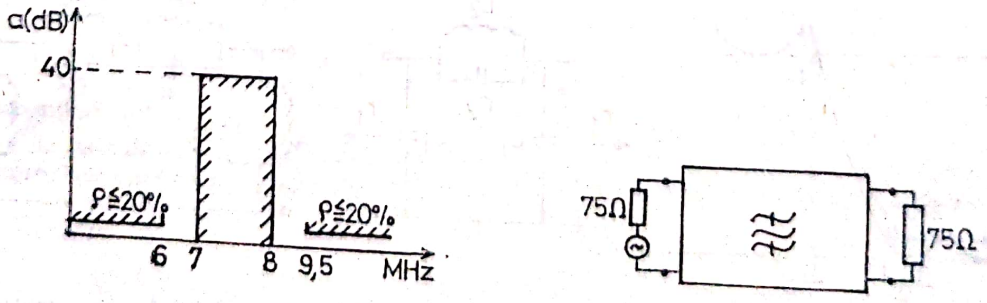


Fig. 5.91. Condiții impuse FOB.

Soluție

Pe baza datelor din fig. 5.96 rezultă notațiile:

$$f_{t_1} = 6\ \text{MHz};\ f_{b_1} = 7\ \text{MHz};\ f_{b_2} = 8\ \text{MHz};\ f_{t_2} = 9{,}5\ \text{MHz}$$

În vederea normării frecvențelor se calculează frecvența centrală:

$$f_0 = \sqrt{f_{b_1} f_{b_2}} = \sqrt{56} = 7{,}483315$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru frecvențele normate se obțin valorile

$$\omega_{t1} = \frac{f_{t1}}{f_0} = 0{,}8017837 \quad \omega_{t1}^{-1} = 1{,}247219$$

$$\omega_{b1} = \frac{f_{b1}}{f_0} = 0{,}9354143$$

$$\omega_{b2} = \frac{f_{b2}}{f_0} = 1{,}069045$$

$$\omega'_{t2} = \frac{f_{t2}}{f_0} = 1{,}2694908$$

Deoarece $\omega'_{t2} \neq \omega_{t1}^{-1}$, în vederea obținerii simetriei se alege $\omega_{t2} = \omega_{t1}^{-1} = 1{,}247219$
Lărgimea de bandă relativă δ în acest caz este:

$$\delta = \omega_{t2} - \omega_{t1} = 0{,}4454354$$

iar frecvența limită de blocare Ω_b a FTJ prototip

$$\Omega_b = \frac{\delta}{\omega_{b2} - \omega_{b1}} = 3{,}33338$$

Pentru valoarea coeficientului de reflexie $\rho = 20\%$ în banda de trecere și o atenuare minimă de 40 dB în banda de blocare, în baza programelor de calcul [1 Cap. 12] sau catalogului [2] rezultă un filtru trece jos prototip de tip C03.20.18 care posedă următoarele date (fig. 5.92)

În baza relației 5.179 se obține pentru frecvențele polilor FOB:

$$\omega_{\infty 1,2} = \sqrt{\left(\frac{\delta}{2\Omega_\infty}\right)^2 + 1} \mp \frac{\delta}{2\Omega_\infty}$$

$$\omega_{\infty 1} = 0{,}941825$$

$$\Omega_{\infty 2} = 1{,}06177$$

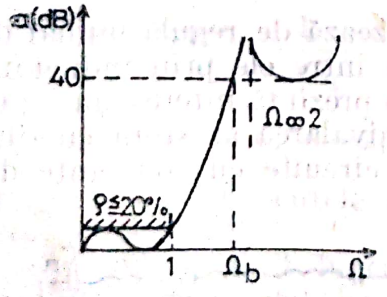


Fig. 5.92. Caracteristica de atenuare a FTJ rezultat.

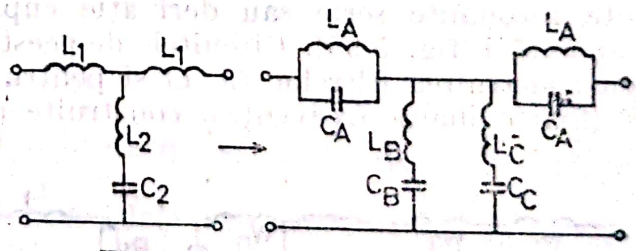


Fig. 5.93. Structura FTJ și FOB.

Valorile elementelor FOB se obțin în baza relațiilor din tabelul 5.6 respectiv

$$L_A = L_1\delta = 0{,}507567$$

$$C_A = L_A^{-1} = 1{,}97018$$

$$L_C = \frac{1}{\delta C_2}(1 + \omega_{\infty 1}^2) = 4{,}02015$$

Scanned with OKEN Scanner

$$C_B = \frac{1}{L_C} = 0{,}248747$$

$$L_B = \frac{1}{\delta C_2}(1 + \omega_{\infty 2}^2) = 4{,}26847$$

$$C_C = \frac{1}{L_B} = 0{,}234276$$

Pentru valorile nominale L_0 și C_0 similar cu exemplul precedent se obține:

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi f_0} = \frac{75\Omega}{2\pi\, 7{,}483315 \cdot 10^6} = 1{,}596\ \mu H$$

$$C_0 = \frac{1}{2\pi f_0 R_0} = \frac{1}{2\pi \cdot 7{,}483315 \cdot 10^6 \cdot 75\Omega} = 283{,}7\ pF$$

Pentru valorile denormate ale FOB rezultă

$l_A = L_A L_0 = 0{,}810\ \mu H$ $\qquad$ $c_A = C_A C_0 = 559\ pF$

$l_B = L_B L_0 = 6{,}812\ \mu H$ $\qquad$ $c_B = C_B C_0 = 70{,}6\ pF$

$l_C = L_C L_0 = 6{,}416\ \mu H$ $\qquad$ $c_C = C_C C_0 = 66{,}5\ pF$

5.11.2. Realizarea filtrelor de bandă îngustă cu ajutorul inversorilor

Filtrele de bandă ce se obțin prin transformarea de frecvență FTJ—FTB sînt formate din combinații de circuite rezonante serie și derivație (fig. 5.94).

Aceste tipuri de filtre în multe cazuri cum ar fi filtrarea unor benzi înguste de frecvență, benzi de frecvență înalte și foarte înalte nu sînt indicate să fie folosite, datorită valorilor elementelor structurii circuitului acordului etc.

Filtrele de bandă în aceste cazuri se realizează de regulă numai din circuite rezonante serie sau derivație cuplate între ele prin inductanțe sau capacități (fig. 5.95). Circuitele de acest tip prezintă interes nu numai pentru construirea filtrelor LC ci și pentru echivalarea acestora cu filtre UHF (foarte înaltă frecvență), construite din circuite cu constante dis-

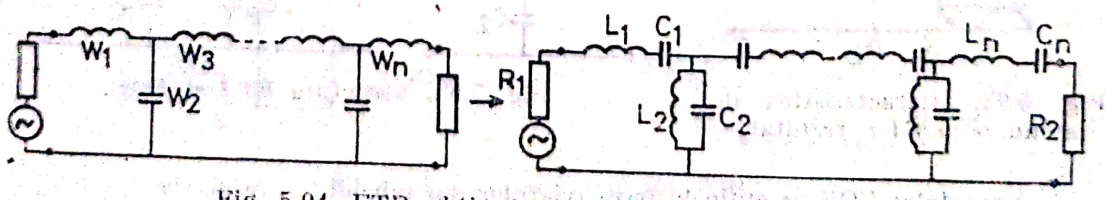


Fig. 5.94. FTB obținut prin transformarea FTJ.

tribuite (linii plate, pieptene, spirală etc.). În afara metodei exacte de sinteză care include clasa filtrelor parametrice (§4.9), există posibilitatea proiectării acestor filtre cu metode aproximative, utilizînd ca bază filtrele polinomiale trece jos. Filtrele calculate în acest fel se numesc cvasipolinomiale.

În continuare se vor deduce relațiile de calcul pentru unul din tipurile de mai sus, de exemplu pentru tipul 5.95*d*, celelalte obținîndu-se în mod similar.

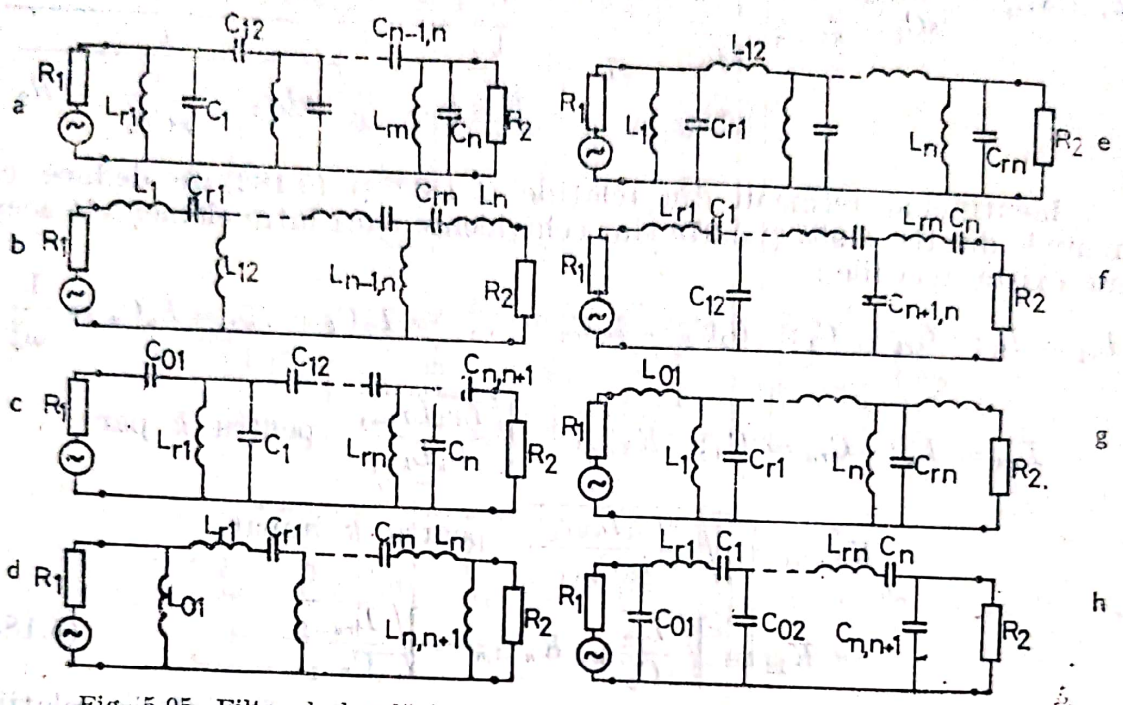


Fig. 5.95. Filtre de bandă formate din circuite rezonante de un singur tip.

Se pornește de la FTJ — prototip fig. 5.94*a*, care pe baza transformării de frecvență FTJ—FTB se transformă în FTB din fig. 5.94*b*.

Relațiile de calcul sînt

$$L_k = \frac{w_k R_2}{\delta} \quad k - \text{impar} \qquad C_k = \frac{w_k}{\delta R_2} \quad k \text{ par}$$

$$C_k = \frac{1}{\omega_0^2 L_k} \qquad L_k = \frac{1}{\omega_0^2 C_k}$$

$$\delta = \omega_{t2} - \omega_{t1}$$

iar w_k și r_1 sînt elementele FTJ — prototip, ω_{t2} și ω_{t1} frecvențele limită de trecere ale FTB.

Introducînd $n-1$ inversori, circuitele rezonante serie ale FTB — polinomial în baza relațiilor din fig. 5.49 se transformă în circuite derivație dispuse în ramura longitudinală, așa după cum este arătat în fig. 5.96*a*.

Pentru determinarea valorilor elementelor se vor echivala impedanțele de intrare ale celor două circuite. Rezultă :

$$Z_i' = sL_{r1} + \frac{1}{sC_{r1}} + \cfrac{K_{12}^2}{sL_{r2} + \frac{1}{sC_{r2}} + \cfrac{K_{23}^2}{sL_{r3} + \frac{1}{sC_{r3}} + \ldots + \cfrac{K_{n-1,n}^2}{sL_{rn} + \frac{1}{sC_{rn}} + R_2}}}} \tag{5.181}$$

pentru impedanța de intrare din fig. 5.97*a*, iar pentru cea din fig. 5.95*b*:

(5.182)

$$Z_i = sL_1 + \frac{1}{sC_1} + \cfrac{1}{sC_2 + \cfrac{1}{sL_2} + \cfrac{1}{sL_3 + \cfrac{1}{sC_3} + \ldots + \cfrac{1}{sLr_n + \cfrac{1}{sCr_n} + R_2}}}$$

Identificînd termenii din relațiile (5.181) și (5.182) se deduce că circuitele din fig. 5.95*b* și 5.97*a* sînt echivalente dacă între elementele acestora există relațiile:

$$L_{r1} = L_1; \quad C_{r1} = C_1; \quad L_2C_2 = L_3C_3 = \ldots = L_kC_k = \ldots = L_nC_n = \frac{1}{\omega_0^2}$$

$$L_{rn} = L_n; \quad C_{rn} = C_n; \quad K_{k,k+1} = \sqrt{\frac{Lr_kLr_{k+1}}{C_kL_{k+1}}} \quad \text{pentru } k \text{ par}$$

$$K_{k,k+1} = \sqrt{\frac{L_{rk}L_{rk+1}}{L_kC_{k+1}}} \quad \text{pentru } k \text{ impar}$$

$$K_{12} = \sqrt{\frac{L_{r2}}{C_2}}; \quad K_{n-1,n} = \sqrt{\frac{L_{rn-1}}{C_{n-1}}} \qquad (5.183)$$

Înlocuind în relațiile (5.183) valorile elementelor L și C din relațiile (5.180) se obține:

$$L_{r1} = \frac{w_1R_2}{\delta}; \qquad C_{r1} = \frac{1}{\omega_0^2L_{r1}}$$

$$L_{rn} = \frac{w_nR_2}{\delta}; \qquad C_r = \frac{1}{\omega_0^2L_{rn}}$$

$$L_{rn}C_{rk} = \frac{1}{\omega_0^2}; \qquad K_{1,2} = \sqrt{\frac{\delta L_{r2}R_2}{W_2}}$$

$$K_{n-1,n} = \sqrt{\frac{\delta L_{rn-1}R_2}{W_{n-1}}}$$

$$K_{k,k+1} = \delta\sqrt{\frac{L_{rk}L_{rk+1}}{w_kw_{k+1}}} \qquad (5.184)$$

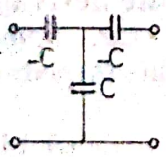


Fig. 5.96. Circuit echivalent T al unui inversor.

În continuare este necesar să se determine valorile elementelor inversorilor. Deoarece elementele negative ale inversorului trebuie incluse ulterior în cele ale circuitelor rezonante se alege pentru inversor schema echivalentă din fig. 5.96.

Pentru circuitul din fig. 5.95*a* se alege schema echivalentă a inversorului din fig. 5.96, iar pentru celelalte similar, astfel încît să nu rezulte elemente negative.

Circuitele din fig. 5.95*e*—5.95*f* spre deosebire de cele 4 anterioare nu încep și nu se termină cu circuite rezonante ci cu inductanțe sau capacități. Aceste structuri se obțin din FTB polinomial introducînd n+1

Scanned with OKEN Scanner

inversori, adică spre deosebire de circuitele anterioare conţin inversori şi la intrare şi ieşire. În acest caz există posibilitatea alegerii libere a tuturor valorilor elementelor din punct de vedere al impedanţei caracteristice a inversorilor şi liniilor cu care se realizează eventual circuitele rezonante. În continuare se exemplifică deducerea circuitului din fig. 5.95*f*.

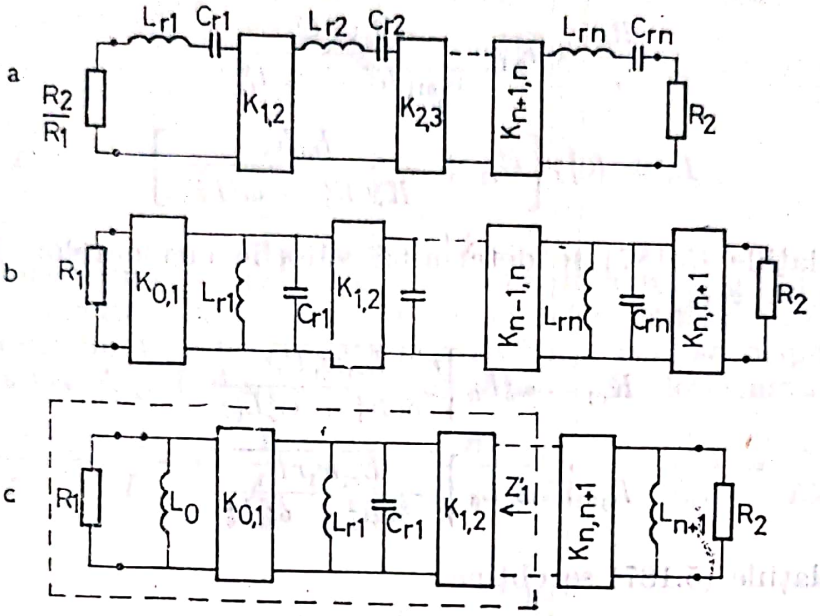


Fig. 5.97. Introducerea circuitelor inversoare în circuitele FTB.

Cu ajutorul a n+1 inversori, din schema iniţială 5.94 se obţine circuitul din fig. 5.97.

Din condiţiile de echivalenţă ale circuitelor din fig. 5.94*b* şi 5.97*b* se obţin relaţiile dintre valorile elementelor celor două scheme şi pentru inversorii K. În acest caz este indicat să se aleagă pentru inversor schema de realizare din fig. 5.40*d*.

Prin înlocuirea inversorului ideal cu circuitul din fig. 5.40*d* apar la intrarea şi ieşirea filtrului inductanţe de valori negative. Acest inconvenient poate fi evitat, introducînd artificial în paralel cu rezistenţele de închidere R_1 şi R_2, inductanţele pozitive L_0 şi L_{n+1}, după cum este ilustrat în fig. 5.97*c*.

Să examinăm partea din cadranul punctat din fig. 5.97*c* şi s-o comparăm apoi cu cea corespunzătoare din fig. 5.94*b*.

Impedanţa de intrare Z_1' din fig. 5.97*c* este

$$Z_1' = K_{12}^2\left[sC_{r1} + \frac{1}{sL_{r1}} + \frac{R_1 sL_0}{K_{01}^2(R_1 + sL_0)}\right] =$$

$$= K_{12}^2\left[sC_{r1} + \frac{1}{sL_{r1}} + \frac{(R_1 - sL_1)sR_1L_0}{K_{01}^2(R_1^2 + \omega^2 L_0^2)}\right] \qquad (5.185)$$

iar cea din fig. 5.94*b*:

$$Z_1 = sL_1 + \frac{1}{sC_1} + \frac{R_2}{r_1} \qquad (5.186)$$

Identificînd termenii de același grad al lui s din relațiile (5.185) și (5.186) se obțin relațiile dintre elementele corespunzătoare pentru care cele două circuite sînt echivalente, respectiv :

$$K_{1,2} = \frac{L_{r1}}{C_1}$$

$$\frac{R_2}{r} = K_{1,2}^2 \frac{R_1 \omega^2 L_0^2}{K_{01}^2 (R_1^2 + \omega^2 L_2^2)}$$

$$L_1 = K_{1,2}^2 \left[C_{r1} + \frac{L_0 R_1^2}{K_0^2 (R_1^2 + \omega^2 L_0^2)} \right] \tag{5.187}$$

Din relațiile (5.187) se determină valorile elementelor K_{01} și L_{01}, înlocuind pe $\omega = \omega_0$:

$$K_{01} = \omega_0^2 L_0 \sqrt{\frac{L_{r1} w_1 R_1 r}{\delta (R_1^2 + \omega_0^2 L_0^2)}}$$

$$L_{01} = \omega_0 L_0 \sqrt{\frac{L_{r1} w_1 r R_1}{\delta (R_1^2 + \omega_0^2 L_0^2)}} \tag{5.188}$$

Din relațiile (5.187) se obține

$$L_{r1} C_{r1} \omega_0^2 = 1 - \frac{\delta R_1^2}{\omega_0^2 L_0 w_1 R_2}$$

În mod analog se obține pentru $L_{n,n+1}$ și $L_{rn} C_{rn}$:

$$L_{n,n+1} = \omega_0 L_{n+1} \sqrt{\frac{L_{rn} \alpha_n R_2}{\delta (R_2^2 + \omega_0^2 L_{n+1}^2)}}$$

$$L_{rn} C_{rn} \omega_0^2 = 1 - \frac{\delta R_2}{\omega_0^2 L_{n+1} w_n}$$

Inducanțele L_0 și L_{n+1} se aleg astfel încît în paralel cu cele inițiale să rezulte valori pozitive, respectiv :

$$L_0 - L_{01} > 0$$

$$L_{n+1} - L_{n,n+1} > 0$$

În acest fel circuitul nu mai conține elemente negative. Dacă se alege $L_0 = L_{01}$ și $L_{n+1} = L_{n,n+1}$ circuitul nu mai conține inductanțe dispuse paralel pe rezistențele de închidere și se obține circuitul din fig. 5.95*f*.

Impunînd condiția $L_0 = L_{01}$ cu relația (5.188) și exprimînd pe L_{01} se obține

$$L_{01} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 L_{r1} w_1 R_1 r}{\delta} - R_1^2}$$

Scanned with OKEN Scanner

iar impunînd condiția $L_0 = L_{01}$ în relația (5.187) se obține pentru ω_0:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_{r1}C_{r1}}\left[1 - \frac{L_{r1}R_1^2}{L_{01}(R_1^2 + \omega_0^2 L_{01}^2)}\right]$$

Dacă se notează cu L'_{r1}, valoarea inductanței rezultante prin punerea în paralel a inductanței L_{r1} și a celei negative de valoare:

$$\frac{L_{01}(R_1^2 + \omega_0^2 L_{01}^2)}{R_1^2}$$

respectiv $L'_{r1} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{L_{r1}} - \dfrac{R_1^2}{L_0(R_1^2 + \omega_0^2 L_{01}^2)}}$

(L'_{r1} face parte din circuitul care rezonează pe frecvența ω_0).

Prin înlocuirea inversorului K_{01} cu circuitul echivalent din fig. 5.40*d*, se obține o inductanță de valoare negativă L_{01}, care se dispune în paralel pe inductanța Lr_1. Inductanța rezultantă L_1 se determină din relația:

$$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{L_{r1}} - \frac{1}{L_{01}} = \frac{1}{L'_{r1}} + \frac{R_1^2}{L_0(R_1^2 + \omega_0^2 L_{01}^2)} - \frac{1}{L_{01}} = \frac{1}{L'_{r1}1} - \frac{1}{L'_{01}}$$

unde

$$L'_{01} = L_{01} + \frac{R_1^2}{\omega_0^2 L_{01}}$$

În mod analog se obțin relațiile pentru elementele filtrelor de la ieșire

$$L_{n,n+1} = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{\omega_0^2 L_{rn} w_n R_2}{\delta} - R_2^2}$$

$$L'_{n,n+1} = \left(1 + \frac{R_2^2}{\omega_0^2 L_{n,n+1}^2}\right) L_{n,n+1}; \quad L_{rn}C_{rn} = \frac{1}{\omega_0^2};$$

$$\frac{1}{L_n} = \frac{1}{L_{rn}} - \frac{1}{L_{n+1,n}}$$

Pentru circuitele din fig. 5.95 *e*—*h*, există limite pentru alegerea valorilor extreme ale elementelor pentru a nu rezulta valori negative.

Aceste limitări trebuie avute în vedere la valorile extreme ale elementelor C_{01} și L_{01} precum și $C_{n,n+1}$ și $L_{n,n+1}$.

Relațiile corespunzătoare sînt:

$$\frac{\Delta\omega R_1}{\omega_0^2 r w_1} < L_{r1} < \frac{R_1 r w_1}{\Delta\omega}$$

$$\frac{\Delta\omega R_2}{\omega_0^2 w_n} < L_{rn} < \frac{R_2 w_n}{\Delta\omega} \qquad (5.189)$$

Ca urmare a faptului că inversorul nu este realizat printr-un circuit ideal (K depinde de frecvență), atenuarea în funcție de frecvență va diferi de cea a filtrului polinomial, cu atît mai mult cu cît banda de tre-

Scanned with OKEN Scanner

cere este mai largă, și cu cît se examinează la frecvențe mult diferite de ω_0.

Funcția caracteristică a filtrului polinomial inițial posedă n poli la frecvența zero și n poli la infinit. Funcția caracteristică a circuitelor din fig. 5.93 posedă o altă dispunere a polilor. De exemplu circuitul din fig. 5.95*a* și 5.95*c* posedă $(2n-1)$ poli la $\omega = 0$ și un pol la $\omega = \infty$.

5.11.3. Proiectarea filtrelor de bandă îngustă

Realizarea filtrelor a căror bandă de trecere relativă este mai mică decît 10—20% este mai dificilă deoarece elementele care rezultă prezintă o gamă largă de valori. Elementele parazite (capacitatea proprie a inductanțelor și inductanța capacităților) provoacă de asemenea dificultăți. Filtrele de bandă cu rezonatoare cuplate nu pot realiza poli de frecvențe finite însă acest dezavantaj se compensează prin aceea că se pot realiza mai simplu.

1. *Transformare exactă*

O posibilitate de proiectare a filtrelor de bandă o constituie transformarea de frecvență FTJ—FTB.

Un exemplu de transformare de filtru polinomial este ilustrat în fig. 5.98.

Se observă din acest exemplu, că în cazul unei lățimi de bandă relativă δ mică, rezultă o dinamică mare a valorilor elementelor. Capacitățile din ramura longitudinală sînt proporționale cu δ, iar cele din ramurile transversale invers proporționale cu δ. Deci raportul dintre valoarea cea

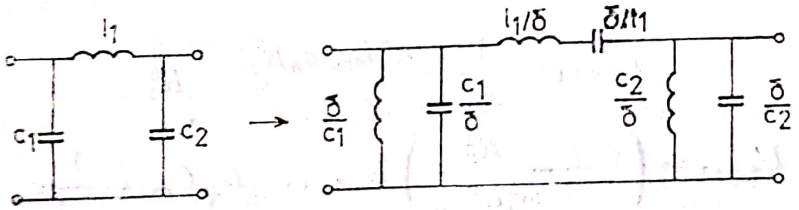


Fig. 5.98. Transformarea FTJ—FTB a filtrului polinomial.

mai mare și cea mai mică este de $1/\delta^2$. Pentru o lărgime de bandă de 10% acest raport este de 1 : 100 iar pentru una de 2% de 10^4; 4. Practic această gamă de valori nu se poate realiza.

În continuare, se va arăta un procedeu cu ajutorul căruia se poate diminua acest dezavantaj în cazul filtrelor de grad impar.

Dacă în fig. 5.98 se înlocuiește atît inductanța l_1/δ cît și capacitatea δ/l_1 au cîte un circuit echivalent Norton în II se obține structura din fig. 5.99. [1]:

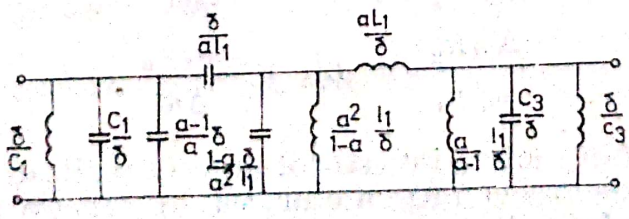


Fig. 5.99. FTB în care s-au introdus două transformări Norton.

În axa de simetrie a filtrului ar mai trebui să fie indicate 2 transformatoare ideale, dar acestea avînd rapoarte de transformare de valori reciproce, nu au mai fost figurate.

Rezultă că filtrul este format în acest caz din 3 rezonatori. Dacă se examinează valorile elementelor se observă că raportul acestora este în acest caz $\frac{1}{\delta}$, față de $1/\delta^2$ cît a fost înainte de transformări. Valorile mai pot fi îmbunătățite dacă se pot realiza inductanțe cu priză. Dezavantajul constă în aceea că circuitul conține o inductanță și o capacitate suplimentară.

În cazul filtrelor de grad mai mare sînt necesare mai multe transformări Norton, însă acestea nu prezintă dificultăți.

Transformări aproximative

Fie o celulă de filtru polinomial trece jos (fig. 5.100).

În [1] s-au stabilit relații pentru calculul elementelor atît pentru tipul Cebîșev T1 cît și pentru Butterworth P1. Sarcinile R_1 și R_2 sînt presupuse diferite. Prin transformarea de frecvență FTJ—FTB, ramurile FTJ se transformă în circuite rezonante paralel și serie ale căror valori sînt:

$$l_i = \frac{\delta}{w_i} \qquad c_i = \frac{w_i}{\delta} \quad \text{pentru cazul } n \text{ impar}$$

$$l_i = \frac{w_i}{\delta} \qquad c_i = \frac{\delta}{w_i} \quad \text{pentru cazul } n \text{ par} \qquad (5.190)$$

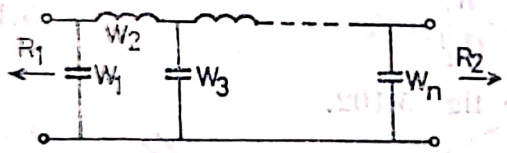


Fig. 5.100. Filtru polinomial trece jos.

Transformatele ramurei 1 și 2 sînt ilustrate în fig. 5.101.

Se dorește ca circuitele serie din ramurile pare să fie înlocuite cu circuite derivație (ca cele din ramurile impare). Pentru aceasta este nevoie

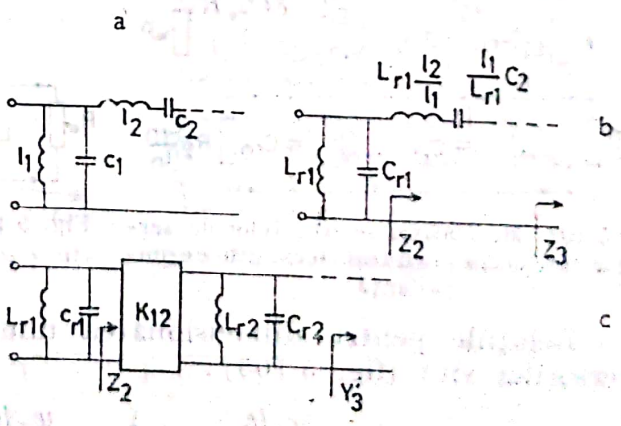


Fig. 5.101. Filtre de bandă înguste obținute prin transformarea FTJ—FTB:
a) primele două ramuri ale filtrului; *b*) stabilirea nivelului impedanțelor; *c*) introducerea inversorului.

de circuite inversoare cu ajutorul cărora în baza relației (5.191) o admitanță Y_2 este transformată în primar într-o impedanță Z_1:

$$Z_1 = K^2 Y_2 \qquad (5.191)$$

Din relația (5.191) se observă că inversorul poate servi și la reglarea nivelului de impedanță. Pentru aceasta se modifică valorile elementelor din fig. 5.101*b* astfel încît valoarea primei inductanțe să fie cea dorită L_{r1}. După aceasta între primul și al doilea circuit rezonant se introduce un circuit inversor și se obține circuitul din fig. 5.101. Aici s-a impus ca nivelul impedanțelor să fie cel impus de elementele L_{r2} și C_{r2}. Evident în permanență se păstrează relațiile :

$$L_{r1}C_{r1} = L_{r2}C_{r2} = \ldots = l_1C_1 = l_2C_2 = \ldots = 1 \qquad (5.192)$$

dictate de transformarea FTJ—FTB.

Echivalența dintre circuitele din fig. 5.101 *a* și *c* se obține impunînd condiția ca în ambele variante impedanța Z_2 să fie aceeași respectiv :

$$Z_2 = \frac{L_{r1}}{l_1}\left(sl_2 + \frac{1}{sC_2}\right) + Z_3 = K_{12}^2\left(sC_{r2} + \frac{1}{sL_{r2}} + Y_3'\right) \qquad (5.193)$$

Ținînd seama de relațiile (5.190—5.193) se obține pentru constanta inversorului :

$$K_{12} = \frac{1}{\delta}\sqrt{\frac{w_1w_2}{C_{r1}C_{r2}}}$$

Relații similare se obțin și pentru constantele celorlalți inversori care se introduc între circuite rezonante vecine.

Valoarea rezistenței de închidere din primar, datorită creșterii nivelului impedanței în raportul L_{r1}/l_1 (fig. 5.102*a*) rezultă :

$$R_\alpha = \frac{w_1}{\delta}\frac{R_1}{C_{r1}} \qquad (5.194)$$

iar cea din secundar ținînd seama de fig. 5.102.

$$R_s = \frac{w_nR_2}{\delta C_{rn}} \quad \text{pentru } n_{Tj} \text{ impar}$$
$$R_s = \frac{w_n}{\delta C_{rn}R_2} \quad \text{dacă } n_{Tj} \text{ este par} \qquad (5.195)$$

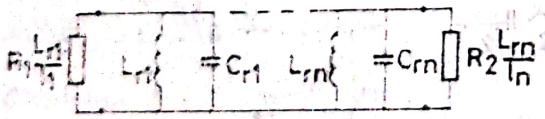


Fig. 5.102. Modificarea rezistențelor de sarcină în concordanță cu transformările de impedanță.

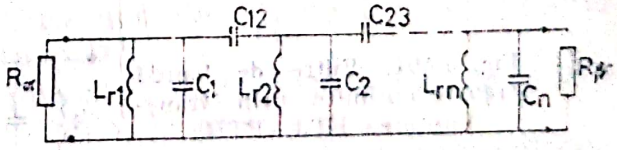


Fig. 5.103. Circuit final de FTB (de bandă îngustă).

Relațiile pentru dimensionarea unui filtru de bandă cu ajutorul inversorilor sînt (fig. 5.103) :

$$R_\alpha = \frac{w_1R_1}{\delta C_{r1}} \qquad R_\beta = \frac{w_nR_2}{\delta C_{rn}} \quad n_{Tj} \text{ impar}$$
$$= \frac{w_n}{\delta C_{rn}R_2} \quad n_{Tj} \text{ par}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$C_1 = C_{r1} - C_{12}, \quad C_n = C_{rn} - C_{n-1,n}$$

$$C_k = C_{rk} - C_{k-1,k} - C_{k,k+1} \qquad k = 2 \ldots n-1 \tag{5.196}$$

Aceste filtre sînt caracterizate prin :

— Nivelul impedanţelor rezonatorilor (sau al elementelor singulare) se poate alege astfel încît inductanţele să fie de valori egale. În cazul benzilor de trecere înguste capacităţile de acord ale inductanţelor sînt aproximativ egale.

— Rezistenţele de sarcină din primar şi secundar depind de cele de mai sus şi de alte date.

— Valorile inversorilor sînt exacte numai în mijlocul benzii de trecere (la o singură frecvenţă). Din acest motiv valoarea atenuării pe măsură ce ne îndepărtăm de mijlocul benzii diferă de cea obţinută prin transformarea exactă.

— În cazul acestor filtre $n_0 = 2n_{TJ} - 1$, $n_\infty = 1$ pe cînd în cazul transformării exacte $n_0 = n_\infty = n_{TJ}$.

Din acest motiv, atenuarea din banda de blocare inferioară este mai mare, iar cea din banda superioară este mai mică decît cea propusă.

Aceasta este ilustrată de curba 2 fig. 5.104 în cazul unei lărgimi de bandă relative de 2%.

Dacă se trece la circuitele duale se mai obţin încă două circuite echivalente (fig. 5.105).

$$C_{k,k+1} = \delta \sqrt{\frac{C_{rk}}{w_k} \frac{C_{r\,k+1}}{w_{k+1}}} \tag{5.197}$$

$$L_{k,k+1} = \frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{w_k w_{k+1}}{C_{rk} C_{r,k+1}}}$$

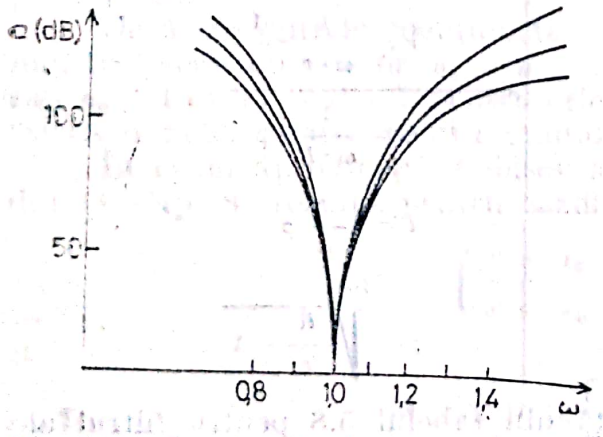


Fig. 5.104. Caracteristica de atenuare-frecvenţă a FTB de bandă îngustă.

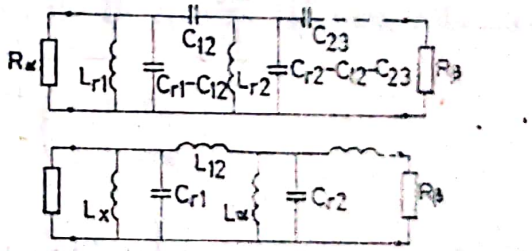


Fig. 5.105. Circuite echivalente pentru FTB.

$$L_\alpha = \frac{1}{\frac{1}{Lr_2} - \frac{1}{L_{12}} - \frac{1}{L_{23}}}$$

$$L_x = \frac{1}{\frac{1}{L_{r1}} - \frac{1}{L_{12}}}$$

Scanned with OKEN Scanner

Modificarea închiderilor

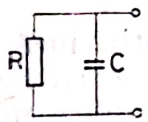
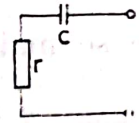
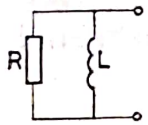
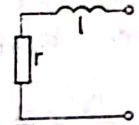
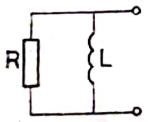
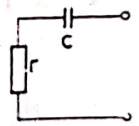
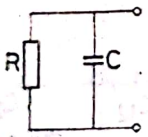
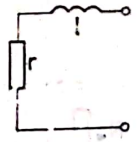
Un dezavantaj al procedeului expus constă în aceea că rezistenţele de sarcină nu se pot alege independent de celelalte date ale filtrului. Dacă se doreşte să se păstreze aceleaşi celule simple, atunci trebuie căutate metode la fel de simple.

Se ţine seama în continuare de faptul că se calculează filtre de bandă foarte îngustă şi se vor folosi relaţii care sînt exacte numai la o singură frecvenţă, însă pot fi acceptate şi într-o bandă îngustă de frecvenţă.

În tabelul 5.8 se indică 4 echivalenţe, valabile numai la o singură frecvenţă. Sînt indicate relaţiile pentru elementele reactive, valorile rezistenţelor fiind impuse.

Tabelul 5.8

Echivalenţe valabile la o singură frecvenţă

Z_1	Z_2	*Condiţia* $\triangle$ $Z_1 = Z_2$
		$C = \frac{1}{\omega R} \cdot \rho$ $c = \frac{1}{\omega \cdot r} \frac{1}{\rho}$
		$L = \frac{R}{\omega} \cdot \frac{1}{\rho}$ $l = \frac{r}{\omega} \cdot \rho$
		$L = \frac{R}{\omega} \cdot \frac{1}{\rho}$ $c = \frac{1}{\omega \cdot r} \cdot \frac{1}{\rho}$
		$C = \frac{1}{\omega \cdot R} \cdot \rho$ $l = \frac{r}{\omega} \rho$ $\rho = \sqrt{\frac{R}{r} - 1}$

Se va utiliza prima echivalenţă din tabelul 5.8 pentru filtrul a cărui relaţii de calcul au fost indicate în fig. 5.103. Dacă se impune valoarea rezistenţei din primar R_0 atunci

$$\rho = \sqrt{\frac{R_\alpha}{R_0} - 1}$$

$$\omega C = \frac{1}{\sqrt{R_0(R - R_0)}} \qquad (5.198)$$

$$\omega C = C\left(1 - \frac{R_0}{R_\alpha}\right) = \frac{\omega C}{1 + (\omega C R_0)^2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Aceste modificări sînt indicate în fig. 5.106. Folosind aceeași transformare și la bornele secundare și notațiile adaptate în fig. 5.105 se obține în final structura din fig. 5.106.

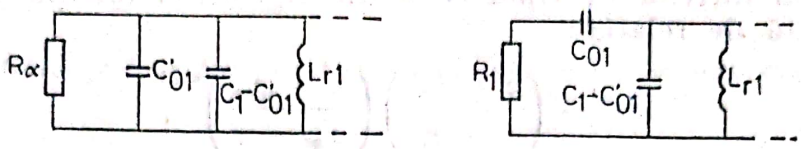


Fig. 5.106. Modificarea valorilor rezistențelor de sarcină în cazul FTB de bandă îngustă.

Valorile R_α; C_{01} ale circuitului paralel, au fost înlocuite cu R_1 și C_{01}.

$$C_{01} = \frac{1}{\sqrt{R_0(R_\alpha - R_0)}} \qquad C_{n,n+1} = \frac{1}{\sqrt{R_{n+1}(R_\beta - R_{n+1})}}$$

$$C'_{01} = C_{01}\left(1 - \frac{R_0}{R_\alpha}\right) \qquad C'_{n,n+1} = C_{n,n+1}\left(1 - \frac{R_{n+1}}{R_\beta}\right) \tag{5.199}$$

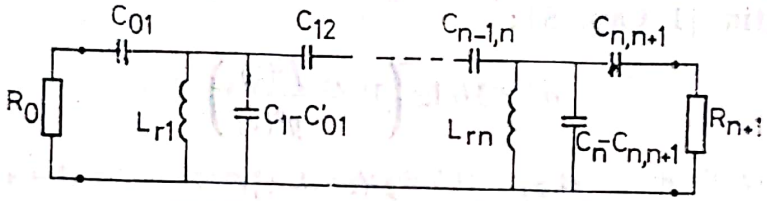


Fig. 5.107. Circuit echivalent, cu sarcini modificate.

Evaluarea gradului necesar

Pentru determinarea gradului filtrului se vor folosi relațiile deduse pentru proiectarea filtrelor de bandă pe baza transformării de variabilă [1 Cap. 8].

Deoarece filtrele menționate nu conțin poli la frecvențe finite și numărul acestora este fie $n_0 = n - 1$ și $n_\infty = 1$ pentru cele din fig. 5.105*a* sau $n_0 = 1$ și $n_\infty = n - 1$ pentru cele din fig. 5.105*b* este util să se stabilească o nouă relație pentru gradul filtrului.

În cazul aproximării Cebîșev a benzii de trecere în baza relațiilor din [1 Cap. 8] rezultă pentru cazul (a):

$$L(z) = \left(\frac{z + x_0}{x - x_0}\right)^{n-1}\left(\frac{z + x_\infty}{z - x_\infty}\right)$$

și

$$a(z) \cong 10 \lg\left[1 + \frac{\varepsilon^2}{4} L(z)\right] \tag{5.200}$$

Pentru determinarea gradului se folosește o pereche de valori $a(z_b)$ și z_b respectiv atenuarea de blocare la o valoare prescrisă a frecvenței transformate. Notînd cu $A^2 = (10^{a_b/10}1)/(10^{a_t/10} - 1)$ se obține pentru n_1

$$n_1 = \mathrm{Int}\left[\frac{\lg 4A^2\left|\dfrac{z - x_0}{z + x_0}\right|}{2 \lg\left|\dfrac{z + x_\infty}{z - x_\infty}\right|} + \frac{1}{2}\right] \tag{5.201}$$

În continuare se vor modifica rezistențele de închidere pentru a avea valoarea egală cu unitatea. În acest sens se vor folosi relațiile 5.199 și se obține schema în valorile indicate în fig. 5.109.

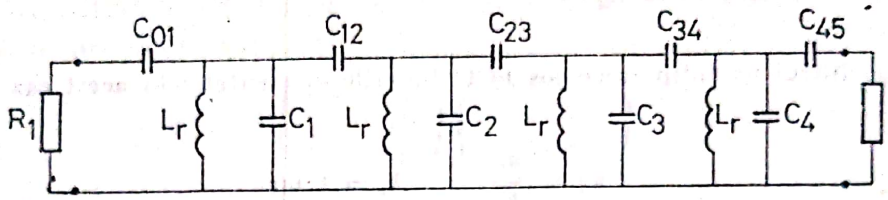


Fig. 5.109. Schema finală a filtrului.

$R_1 = R_2 = 1$

$C_{01} = 0{,}1638$

$C_{12} = 0{,}1682$

$C_{23} = 0{,}01082$

$C_{34} = 0{,}01682$

$C_{45} = 0{,}1638$

$L_r = 1$

$C_1 = 0{,}823656$

$C_2 = 0{,}972358$

$C_3 = 0{,}972358$

$C_4 = 0{,}823656$

Scanned with OKEN Scanner

6.

Filtre în microunde

6.1. GENERALITĂȚI

Definiția și tipurile de filtre utilizate în microunde sînt aceleași ca cele din joasă frecvență [1, cap. 1]. Filtrele care se vor trata în continuare vizează în general realizarea sub formă de circuite miniaturizate respectiv circuite imprimate sau depuse pe un suport ceramic. Relațiile de calcul deduse pot fi utilizate însă și pentru realizări sub formă de linii coaxiale sau ghiduri de undă.

Realizarea filtrelor în tehnologia circuitelor depuse este mai dificilă deoarece factorul de calitate al circuitelor rezonante echivalente, este mai mic decît cel ce se obține în cazul circuitelor cu constante concentrate iar pentru acordul final posibilitățile sînt mult mai restrînse. Din punct de vedere al realizării tehnologice filtrele se pot împărți în următoarele grupe principale :

a) filtre realizate din elemente concentrate sau semiconcentrate ;

b) filtre realizate din rezonatoare și inversoare ;

c) filtre realizate din secțiuni de linii.

Deoarece proiectarea primelor două grupe *a*) și *b*) se bazează în întregime pe metoda de proiectare a filtrelor cu constante concentrate (LC) [1] iar a treia *c*) folosește parțial metoda menționată pentru proiectarea filtrelor în microunde, cunoașterea proiectării filtrelor LC este de bază.

O clasă importantă a filtrelor de microunde o constituie filtrele realizate din secțiuni de linii de transmisie de aceeași lungime. Proiectarea acestor filtre se simplifică esențial prin utilizarea transformării lui Richards respectiv $\Omega = \operatorname{tg} \beta l = \operatorname{tg} \frac{\omega l}{v}$ sau în planul complex :

$$S = \operatorname{th} \frac{sl}{v} = \operatorname{th} \frac{\tau s}{2}$$

Impedanțele, admitanțele sau parametrii lanț ai circuitelor construite din secțiuni de linii de aceeași lungime sînt funcții raționale de frecvență complexă S și prezintă pe axa frecvențelor f, caracteristici periodice.

Etapele de proiectare a filtrelor formate din secţiuni de linii de lungime egale sînt următoarele :

1) Condiţiile de atenuare-frecvenţă impuse filtrului se transpun pe axa Ω. Foarte important în această etapă este alegerea frecvenţei de normare (pivot) f_N (din cauza periodicităţii funcţiilor respective).

2) Aproximarea pe axa Ω, respectiv în planul S.

3) Sinteza cu secţiuni de linie de lungimi egale.

Posibilităţile de realizare în acest caz sînt multiple deoarece în afara secţiunilor de linii de lungime λ/4 în scurt şi în gol se mai utilizează şi elemente unitate (ue) precum şi linii cuplate. Două clase de filtre se pot construi respectiv una formată din secţiuni de linii interconectate şi alta formată din linii cuplate. Există şi posibilitatea unor circuite mixte, care utilizează ambele tipuri de linii.

În cazul modului de realizare TEM sau cvasi TEM modul de realizare obişnuit îl constituie conectarea în paralel a secţiunilor de linie în scurt sau în gol secţiuni care trebuiesc separate prin elemente unitate fig. 61. Capacitatea este realizată printr-o linie (λ/4) în gol, inductanţa printr-o linie în scurt, iar circuitul serie prin conectarea în cascadă a două elemente unitate conectate în lanţ (vezi Cap. 5.7).

În continuare se vor examina filtrele formate din circuite cu constante distribuite, respectiv din secţiuni de linie fără pierdere, de lungimi egale sau multiple de aceste lungimi. Dacă se foloseşte transformarea Richards :

$$S = \operatorname{tn} \frac{\tau s}{2} \qquad \tau = \frac{\pi}{\omega_N}$$

analiza şi sinteza circuitelor formate din astfel de elemente se reduce în principiu la cea a circuitelor cu constante concentrate.

Utilizarea practică şi directă a acestui procedeu se loveşte imediat de o dificultate majoră. Un circuit cu parametrii distribuiţi, pentru funcţionare corectă, trebuie să fie de tipul cu „elemente cu un capăt la masă", adică fiecare element component trebuie să aibă un capăt la masă. Circuitele care rezultă prin procedeul de sinteză, de exempu cel din fig. 6.2., conţine elemente L, care nu sînt cu un capăt la masă. Pentru evitarea acestei dificultăţi există două posibilităţi. Prima posibilitate constă în aceea că în procedeul de sinteză, înainte de a extrage un element dispus în braţul serie, de exemplu L_1 sau L_2 se extrage un element unitate (u.e). Acest procedeu va fi descris în paragraful 6.6.

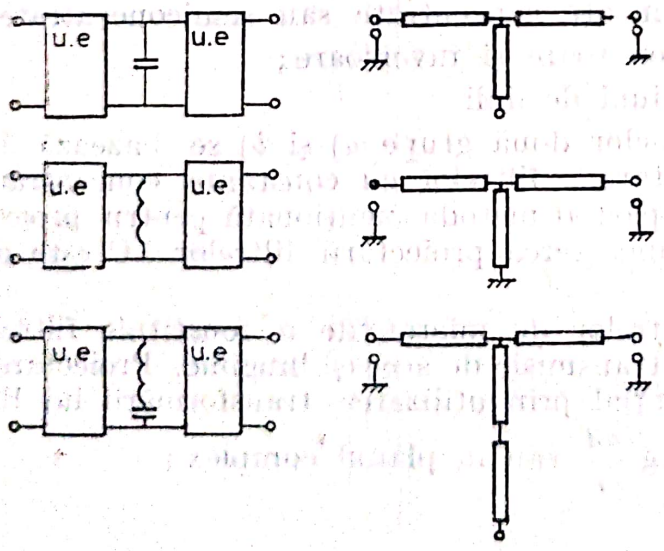


Fig. 6.1. Utilizarea elementelor unitate pentru realizabilitatea fizică a elementelor.

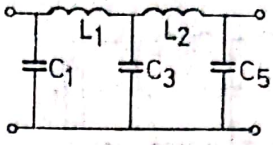
Al doilea procedeu, care va fi descris în continuare constă în aceea că se sintetizează circuitul LC cu procedee de sinteză identice cu cele folosite în cazul circuitelor cu constante concentrate şi în final se adaugă

Scanned with OKEN Scanner

atîtea elemente unitate, cîte rezultă necesare pentru obținerea unui circuit cu toate elementele cu un capăt la masă (fig. 6.2 și fig. 6.4).

Marele avantaj al acestei metode constă în aceea că folosește procedee de analiză și sinteză, programe de calcul sau cataloage deja întocmite [1] [2] care reduc substanțial calculul necesar pentru proiectarea

Fig. 6.2. Filtrul L.C.



filtrului. Rămîne numai să se utilizeze procedeul transformărilor echivalente Kuroda [13] sau Kuroda-Levy, pentru obținerea circuitului fizic realizabil (cu elementele cu un capăt la masă).

Un exemplu simplu de aplicație al transformărilor Kuroda a fost ilustrat în Cap. 5. În tabelul 5.2 sînt date relațiile de aplicație ale transformării Kuroda, în cazul în care în loc de un element unitate sînt conectate în cascadă două elemente unitate. (Transformarea I3 și I4). Aceste relații permit simplificarea calculelor numerice în cazul unui circuit cu mai multe elemente în care trasformările Kuroda trebuie aplicate în mod repetat.

În tabelul 5.2 sînt date transformările Kuroda-Levy pentru cazul unui circuit rezonant serie dispus transversal, sau un circuit rezonant derivație dispus serie, fiecare conectat în cascadă cu cîte un element unitate.

6.2. UTILIZAREA TRANSFORMĂRII RICHARDS

Pentru a ilustra aplicarea transformării Richards se va examina realizarea cu linii a unui filtru prototip Cebîșev de ordinul 3 (fig. 6.3).

În fig. 6.3*b* se arată caracteristica lui Richards de atenuare a filtrului. Ținînd seama de transformarea lui Richards rezultă schema echiva-

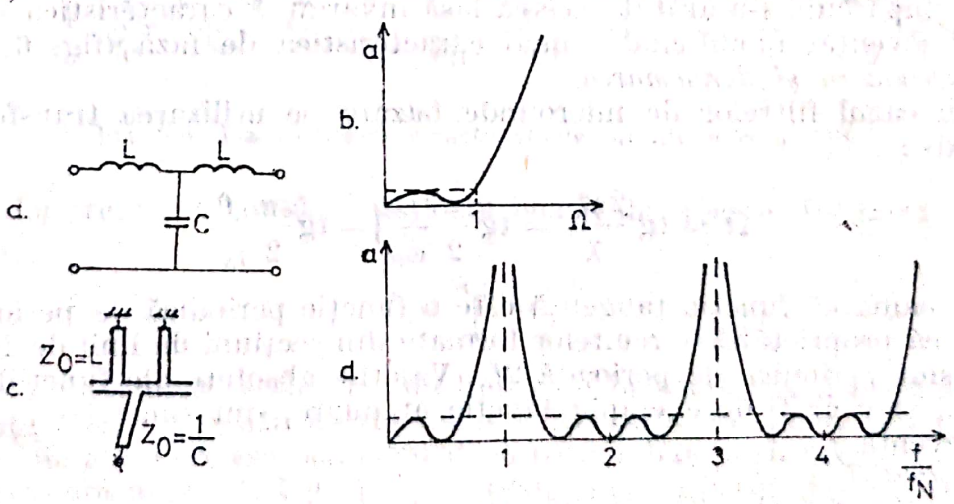


Fig. 6.3. Aplicarea transformării Richards: *a*) Schema filtrului prototip; *b*) Caracteristica de atenuare; *c*) Simularea elementelor cu linii (circuit fizic nerealizabil); *d*) caracteristica periodică de atenuare.

lentă din fig. 6.3*c* în care inductanțele sînt înlocuite cu linii de lungime $\lambda/4$ în scurt iar capacitatea cu linii de aceeași lungime în gol. În acest caz variabila este $\Omega = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_N}$, astfel încît pentru frecvențele $\omega = n\omega_N$ (n

impar) apar singularităţi în funcţie de Ω. Dacă ω parcurge intervalul de la zero la ω_N, Ω variază între zero şi infinit. Rezultă că toată dependenţa caracteristicii de atenuare — frecvenţă (din intervalul Ω = 0 şi Ω = ∞) în funcţie de ω, este comprimată între ω = 0 şi ω = ω_N. După ce ω depăşeşte valoarea ω_N (prima dată), semnul lui Ω se modifică şi Ω descreşte

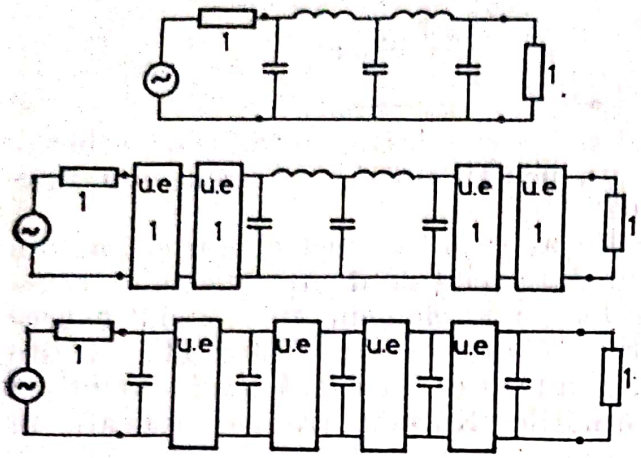


Fig. 6.4. Utilizarea elementelor unitate redundante pentru realizarea fizică a filtrului.

de la −∞ la zero, după cum ω creşte de la ω_N la $2\omega_N$. Procesul se repetă între $2\omega_N$ şi $4\omega_N$ ş.a.m.d., rezultînd răspunsul periodic ilustrat în fig. 6.3,*d*.

După cum se observă din fig. 6.3 caracteristica de atenuare a unui FTJ, a fost transformată într-o caracteristică de filtru opreşte bandă (FOB). Caracteristica de atenuare a unui FTS se transformă similar într-una de FTB.

Circuitul din fig. 6.3*c* nu poate fi realizat fizic, deoarece liniile nu pot fi conectate în acelaşi punct (punctul de masă) acestea trebuind şi putînd fi separate cu elemente unitate (u.e.) Dacă elementele unitate au impedanţa caracteristică egală cu rezistenţele de închidere ale filtrului aşa după cum s-a arătat acestea lasă invariantă caracteristica de atenuare-frecvenţă, modificînd numai caracteristica de fază (fig. 6.4).

Normarea şi denormarea

În cazul filtrelor de microunde bazate pe utilizarea transformării Richards :

$$\Omega = \operatorname{tg}\frac{2\pi l}{\lambda} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_N} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} \qquad (6.1)$$

ţinînd seama că funcţia tangentă este o funcţie periodică de perioadă π, rezultă că proprietăţile circuitelor formate din secţiuni de linii de lungimi egale, sînt periodice de perioadă $2f_N$. Valorile absolute ale funcţiilor respective, cum ar fi de exemplu funcţia atenuare, sînt simetrice în raport cu frecvenţa f_N.

Cazul I

În fig. 6.5 şi 6.6 se arată dependenţa de frecvenţă *f* a atenuării filtrelor de tip FTJ şi FTS cu linii şi similar dependenţa atenuării în funcţie de frecvenţa Ω.

Datorită transformării 6.1 domeniul $0 \leqq f \leqq f_N$ se transformă în domeniul $0 \leqq \Omega \leqq \infty$. Ţinînd seama că funcţia atenuare este o funcţie pară de frecvenţă, rezultă că aceasta prezintă o simetrie în jurul frecvenţei $f = f_N$ (unde $\Omega = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2} = \infty$) şi datorită periodicităţii frecvenţei Ω

(funcției tangente) caracteristica filtrului trece jos (fig. 6.5) se transformă într-o caracteristică de filtru oprește-bandă, iar caracteristica filtrului trece-sus într-o caracteristică de filtru trece-bandă (fig. 6.6). Frecvența limită de trecere f_t se transformă în punctul Ω_t.

Din fig. 6.6 se observă că pentru a obține o selectivitate optimă a FTB frecvența de normare f_N, datorită proprietăților de simetrie a carac-

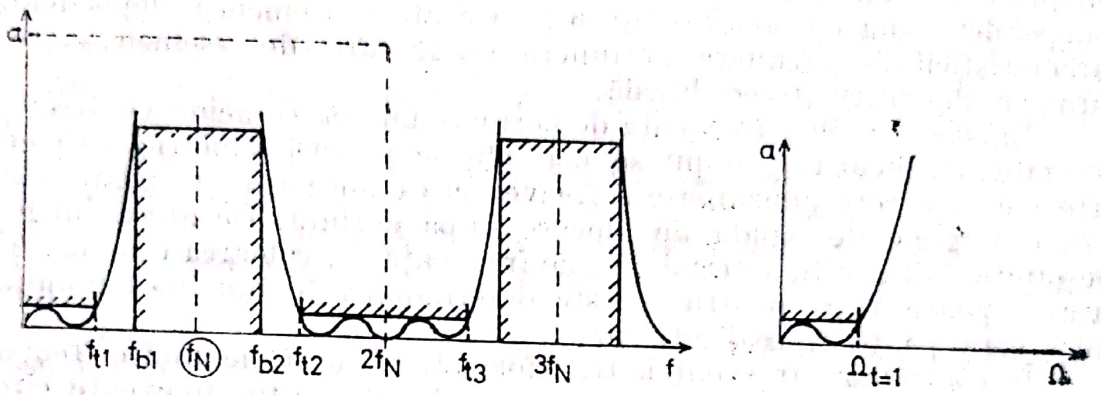


Fig. 6.5. Transformarea caracteristicilor de atenuare a filtrelor trece jos (FTJ).

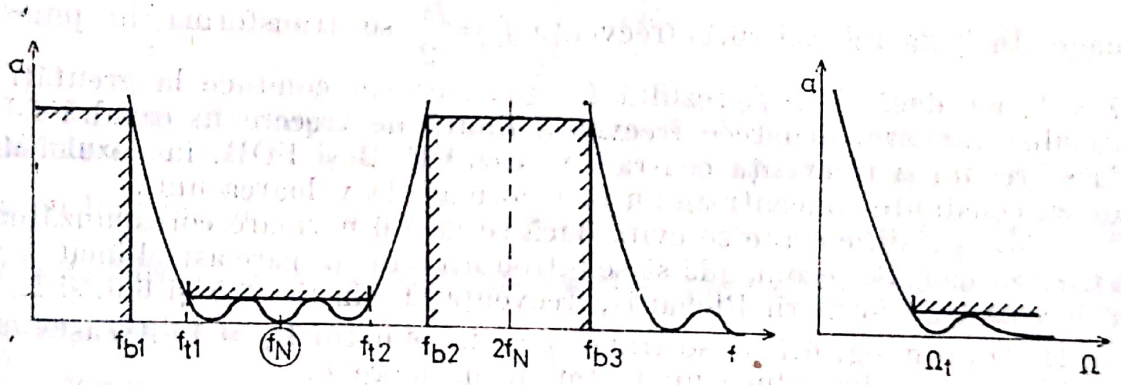


Fig. 6.6. Transformarea caracteristicilor de atenuare a FTS.

teristicilor trebuie dispusă în mijlocul benzii de trecere. În baza relației (5.32) :

$$l = \frac{\lambda_N}{4} = \frac{v}{4 f_N}$$

rezultă că lungimea secțiunilor de linii este în acest caz determinată de frecvența medie a benzii de trecere a FTB. Datorită simetriei aritmetice a curbei de atenuare este suficient dacă pentru banda de trecere se specifică frecvența limită f_t. Un mare dezavantaj îl constituie faptul că datorită periodicității, banda de trecere determină concomitent și lărgimea benzii de blocare.

Din fig. 6.6 se observă că următoarea bandă de trecere începe la frecvența :

$$f = 2f_N = f_t$$

Acesta este cazul I, în care FTB și FOB se obțin în baza periodicității caracteristicii de atenuare din FTS respectiv FTJ, caz în care frecvența de normare se alege la mijlocul benzii de trecere, respectiv mijlocul benzii

de blocare. O ilustrare a proiectării cu acest tip de normare o constituie exemplul 6.2.

Cazul II

Dacă în banda de frecvență $0 \leqq f \leqq f_N$ (fig. 6.7) nu ne mai limităm la caracterul de comportare tip filtru trece jos sau filtru trece sus, se pot prescrie condiții pentru banda de trecere respectiv banda de blocare, independent una de alta. În fig. 6.7 se arată o asemenea dependență a caracteristicii de atenuare în funcție de Ω care de asemenea are un caracter de filtru trece bandă.

În acest caz însă frecvența de normare nu mai coincide cu frecvența din mijlocul benzii f_0 și nu se mai obține aceeași simetrie aritmetică. Prin alegerea corespunzătoare a frecvenței de normare se poate obține însă o lărgime de bandă de blocare după dorință. Deoarece lungimea secțiunii de linie este determinată de frecvența f_N, valoarea cea mai mare care se poate alege pentru f_N este determinată de lungimea minimă a liniei care poate fi realizată fizic.

În continuare, frecvențele transformate Ω vor fi denumite frecvențe analoage, iar circuitul corespunzător în planul acestor frecvențe circuit reactiv analog. Prima etapă a proiectării circuitului reactiv analog o constituie transformarea condițiilor impuse în domeniul frecvențelor analoage. În baza relației (6.1) frecvența $f = \frac{f_N}{2}$ se transformă în punctul $\Omega = 1$, iar dacă $f_N \gg f_M$ rezultă $\Omega_M \ll 1$. Aceasta conduce la greutăți în calculul numeric, deoarece frecvența limită de trecere în cazul FTJ și FTS precum și frecvența centrală în cazul FTB și FOB, în cazul filtrelor cu constante concentrate au fost normate la valoarea unu.

Această dificultate se evită dacă se face o normare corespunzătoare a frecvențelor. Se recomandă să se introducă o modificare astfel încît după utilizarea transformării Richards, frecvența Ω_t din fig. 6.5 și 6.6. și $\Omega_0 = \sqrt{\Omega_{t1}\,\Omega_{t2}}$ din fig. 6.7 să se transforme în punctul $\Omega_t = 1$. Aceasta este posibil dacă se introduce un factor de normare a.

Factorul a, în cazul atenuării de tip trece-jos sau trece-sus se obține impunînd condiția :

$$\Omega_t = 1 = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_t}{f_N} \tag{6.2}$$

de unde rezultă

$$a = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_t}{f_N} \tag{6.3}$$

În mod similar se obține pentru cazul comportării de tip trece-bandă :

$\Omega_0^2 = \Omega_{t1}\,\Omega_{t2}$. Pentru $\Omega_0 = 1$ rezultă

$$\Omega_0 = 1 = a \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t2}}{f_N}} \tag{6.4}$$

Deci

$$a = \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t2}}{f_N}} \tag{6.5}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru frecvențele limită de trecere se obține :

$$\Omega_{t2} = \frac{1}{\Omega_{t1}} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t2}}{f_N}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N}}} \tag{6.6}$$

Cazul III

În acest caz, proiectarea FTB sau FOB nu se mai face pe baza transformării Richards.

Se proiectează filtrul corespunzător de tip FTJ, FTS, FTB sau FOB ca și în cazul realizării cu constante concentrate, iar elementele componente, respectiv capacitățile, inductanțele și circuitele rezonante se înlocuiesc prin circuite care echivalează funcțiile respective în planul s (Cap. 6.6).

Exemplul 6.5 ilustrează proiectarea unui filtru de bandă îngustă, folosind acest tip de normare

$$L'_i = Z_0 l'_i = a L_i Z_0$$

$$C'_i = \frac{c'_i}{Z_0} = \frac{a C_i}{Z_0}$$

În această etapă dacă toate inductanțele L'_i și capacitățile C'_i se înlocuiesc cu linii în scurtcircuit de impedanță caracteristică L'_i și respectiv cu linii în gol de impedanță caracteristică $\frac{1}{C'_i}$ și de lungimi egale cu $\lambda/4$, filtrul va îndeplini performanțele impuse. Lungimea efectivă a liniilor rezultă în baza relației $l = \frac{v}{4f_0}$.

Pentru proiectarea unui filtru trece bandă în acest caz de normare, trebuie ca filtrul prototip să fie de tip trece-sus (fig. 6.6).

După cum rezultă din fig. 6.6, trebuie îndeplinite relațiile :

$$f_N = \frac{f_{t1} + f_{t2}}{2}$$

$$\frac{f_{b2} + f_{b3}}{2} \leqq 2f_N$$

Constanta de normare a se calculează și în acest caz tot în baza relației :

$$a = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} = \operatorname{ctg} \frac{f_{t1}}{f_{t1} + f_{t2}}$$

Frecvența limită de blocare Ω'_b a FTS care are frecvența limită de trecere $\Omega_t = 1$, rezultă în baza relației :

$$\Omega'_b = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{b1}}{f_N}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru frecvența limită Ω_b a filtrului trece-jos care rezultă din transformarea FTJ—FTS [1], se obține :

$$\Omega_b = \frac{1}{\Omega_b'} = \frac{1}{a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{b1}}{f_N}}$$

În continuare se calculează elementele L_t și C_t ale filtrului trece jos prototip care posedă cele două frecvențe limită $\Omega_t = 1$ și Ω_b dată de relația 6.10 și se obțin ca elemente componente inductanțele L_t și capacitățile C_t.

Elementele l_t' și c_t' ale filtrului trece-sus denormat în raport cu frecvența, respectiv ale filtrului a cărui frecvență limită a fost $\Omega_t \neq 1$ ținînd seama și de transformarea FTJ—FTS [1] rezultă :

$$l_t' = \frac{a}{C_t} \qquad c_t' = \frac{a}{L_t}$$

Denormarea în raport cu impedanța Z_0 se face similar în cazul anterior [1] și se obține :

$$L_t' = Z_0 l_t' = \frac{Z_0 a}{C_t}$$

$$C_t' = \frac{c_t'}{Z_0} = \frac{a}{L_t Z_0}$$

Relații privind normarea și denormarea

Prima etapă proiectarea circuitelor reactanțe analoage constă în transformarea condițiilor atenuare-frecvență impuse în domeniul analog de frecvență. După cum rezultă din relația $\Omega = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_N}$ punctul $f = \frac{f_N}{2}$ se transformă totdeauna în punctul $\Omega = 1$, iar dacă $f_N \gg f_M$ rezultă $\Omega_M \ll 1$ (f_M este frecvența medie a FTB sau FOB din fig. 6.7).

Aceasta conduce la greutăți în efectuarea calculelor numerice, deoarece toate relațiile pentru filtrele prototip FTJ, FTS, au fost stabilite în condiția ca frecvența limită de trecere să fie $\omega_t = 1$. Această dificultate se înlătură prin normări și denormări corespunzătoare.

Normarea trebuie efectuată astfel încît frecvența Ω_t din fig. 6.5 și 6.6 și $\Omega_0 = \sqrt{\Omega_{t1} \Omega_{t2}}$ din fig. 6.6 să se transforme în punctul $\Omega = 1$.

Cazul I

Ținînd seama de relația 6.2, rezultă că în cazul I în care filtrul oprește banda se proiectează pe baza filtrului prototip trece-jos frecvența de normare f_N se alege egală cu frecvența medie a benzii de blocare, iar frecvențele normate se obțin în baza relației :

$$\Omega = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_N} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_N}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N}} \qquad (6.7)$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru acest caz, după cum rezultă din fig. 6.5, $f_N = \frac{f_{b1} + f_{b2}}{2}$

$\frac{f_{t2} + f_{t3}}{2} \leqslant 2 f_N$.

După normarea frecvențelor în raport cu f_N în baza relației 6.7 se obține și valoarea frecvenței limită de blocare

$$\Omega_b = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{b1}}{f_N} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{b1}}{f_N}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N}} \tag{6.8}$$

După aceasta se calculează elementele filtrului trece jos prototip, care posedă cele două frecvențe limită, de trecere $\Omega_t = 1$ și frecvența limită de blocare Ω_b dată de relația 6.8. În baza acestor relații se obțin ca elemente componenta inductanțelor L_i și capacităților C_i.

În continuare trebuie determinate elementele l'_i și c'_i ale filtrului trece-jos, denormat în raport cu frecvența, respectiv ale filtrului inițial a cărui frecvență limită a fost $\Omega_t (\Omega_t \neq 1)$.

Pentru acestea ținînd seama de relația 6.8 rezultă :

$$l'_i = \frac{L_i}{\Omega_t} = a L_i \tag{6.9}$$

$$c'_i = \frac{C_i}{\Omega_t} = a C_i$$

Denormarea în raport cu impedanța Z_0 se face similar cu cazul filtrelor cu constante concentrate [1] și se obține :

Cazul II

A. Filtrul trece-bandă (fig. 6.7). Frecvența de normare în acest caz nu se mai alege în mijlocul benzii de trecere ci aceasta trebuie să îndeplinească condiția

$$f_N \geqslant \frac{f_{b2} + f_{b3}}{2}$$

Constanta de normare a, necesară ca frecvența medie Ω_0 a filtrului prototip să aibă valoarea unu, în baza relației (6.5) a fost :

$$a = \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t2}}{f_N}}$$

În continuare se calculează toate transformatele frecvențelor caracteristice în baza relației :

$$\Omega = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_N}$$

și rezultă corespondența din fig. 6.8.

Cunoscînd frecvențele transformate Ω_t (fig. 6.10, *b*) în baza transformării FTJ—FTB [1 cap. 11] se calculează elementele filtrului trece jos normat și apoi elementele filtrului de bandă corespunzător. Ținînd

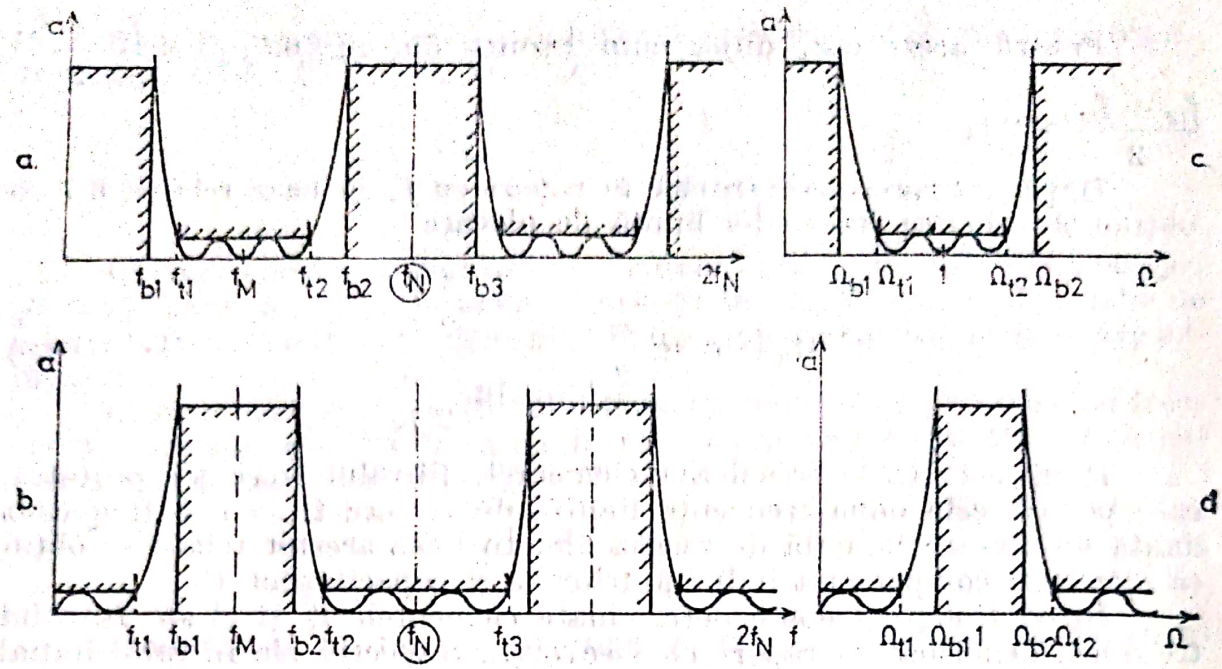


Fig. 6.7. Transformarea caracteristicilor de atenuare a FTB.

seamă că inductanțele L_i și capacitățile C_i, care se obțin sînt ale filtrului de bandă a cărui frecvență centrală este $\Omega_0 = 1$, cele ale filtrului de bandă final (cu $\Omega_0 \neq 1$) se obțin similar cu cazul precedent respectiv

$$l'_i = \frac{l_i}{\Omega_i} = a\,L_i$$

$$c'_i = \frac{c_i}{\Omega_i} = a\,C_i$$

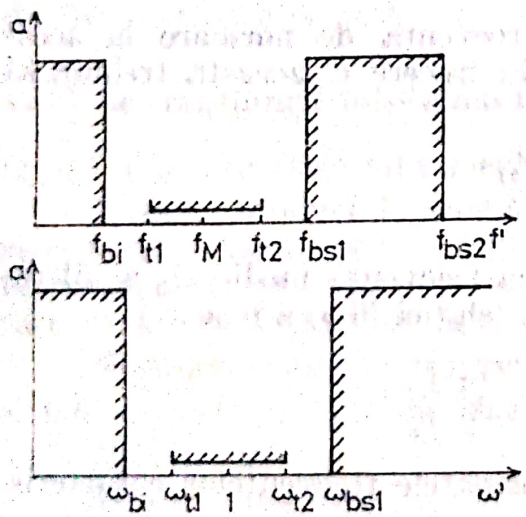


Fig. 6.8. Transformarea gabaritului de atenuare în domeniul analog de frecvență.

Denormarea în raport cu impedanța Z_0 rezultă

$$L'_i = Z_0\,l'_i = aL_i\,Z_0$$

$$C'_i = \frac{i}{Z_0} = \frac{aC_i}{Z_0} \qquad (6.10)$$

B. *Filtrul oprește-bandă*

Condițiile de atenuare frecvență în acest caz sînt arătate în fig. 6.9.

Frecvența de normare trebuie să îndeplinească condiția :

$$f_N \geqslant \frac{f_{t2} + f_{t3}}{2}$$

Constanta de normare a este dată și în acest caz de relația 6.5. Se calculează frecvențele caracteristice în baza relației

$\Omega = a\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{2}\,\frac{f}{f_N}$ și se obțin datele necesare ale FOB, în raport cu frecvențele Ω_i.

Scanned with OKEN Scanner

Cunoscînd aceste date în baza transformării FTJ—FOB, [1 Cap. 11] se calculează elementele FTJ prototip și apoi ale FOB. Dacă se notează cu L_i inductanțele și cu C_i capacitățile FOB a cărui frecvență medie este $\Omega_0 = 1$, atunci inductanțele l'_i și capacitățile c'_i ale filtrului de bandă a cărei frecvență medie $\Omega_0 \neq 1$ se obțin, în baza unui raționament similar cu cel anterior în baza relațiilor :

$$l'_1 = a l_i ; \quad c'_1 = a\, c_i.$$

Elementele finale L'_i și C'_i ale FOB, denormat și în raport cu impedanța Z_0 rezultă :

$$L'_i = Z_0\, l'_i = Z_0\, L_i$$

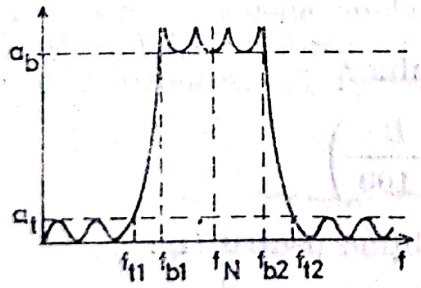
$$C'_i = \frac{c'_i}{Z_0} = \frac{aC_i}{Z_0} \tag{6.11}$$

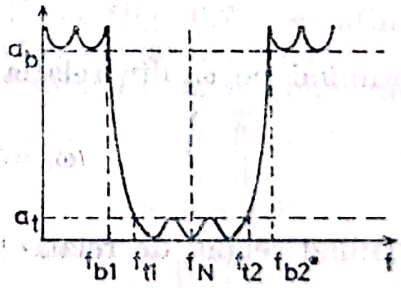
De menționat că în cazul în care frecvența de normare $f_N = 2f_M$ unde $f_M = \frac{f_{t1} + f_{t2}}{2}$ în cazul FTB și $f_M = \frac{f_{b1} + f_{b2}}{2}$ în cazul FOB, atunci valoarea constantei de normare rezultă $a = 1$.

Frecvența de normare f_N se poate alege egală sau chiar mai mare decît f_{b3} în cazul FTB și egală sau mai mare decît f_{t3} în cazul FOB. Valoarea acesteia este dictată de lungimea optimă pentru lungimea liniei pentru lungimea de undă rezultată (tab. 6.1)

Tabelul 6.1

Normarea în cazul I	FTB obținut din FTS
FOB obținut din FTJ	





$$f_N = \frac{f_{t1} + f_{t2}}{2}$$

$$a = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} = \operatorname{ctg} \frac{f_{t1}}{f_{t1} + f_{t2}}$$

$$B\,\% = 200 \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arcctg}\, a\right)$$

Frecvența de blocare

$$\Omega_b = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{b1}}{f_N} \qquad \Omega_b = \frac{1}{a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{b1}}{f_N}}$$

Scanned with OKEN Scanner

Relație între lărgimea de bandă B% și frecvența limită de trecere

Fie un FOB a cărui caracteristică de frecvență este ilustrată în fig 6.9.

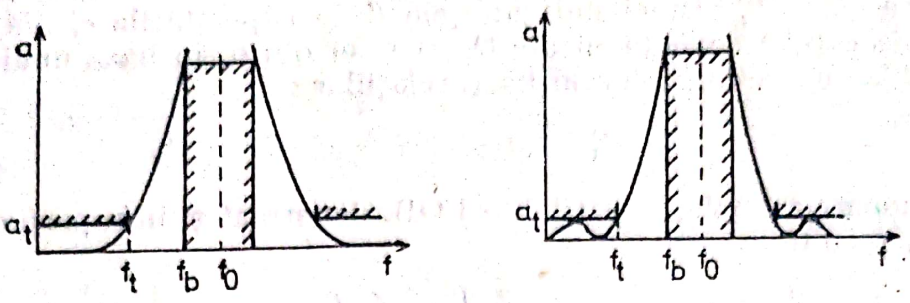


Fig. 6.9. Specificații pentru cazul FOB.

Transformarea Richards este

$$\Omega = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

unde ω_0 este frecvența de normare egală cu frecvența medie în acest caz.

Transformata frecvenței de tăiere ω_t rezultă

$$\Omega_t = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega_t}{\omega_0}\right) \tag{6.12}$$

Notînd lărgimea relativă de bandă (de blocare în acest caz), cu $B\%$, definită de relația (6.13)

$$B(\%) = \frac{2(\omega_0 - \omega_t)}{\omega_0}\cdot 100 \tag{6.13}$$

și exprimînd pe ω_t din relația (6.13) rezultă :

$$\omega_t = \omega_0\left(1 - \frac{B}{2\cdot 100}\right)$$

Ținînd seama de relația (6.12) se obține pentru Ω_t :

$$\Omega_t = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{B}{200}\right) \text{ sau } B\% = 200\left(1 - \frac{2}{\pi}\operatorname{arct}\,\Omega_t\right) \tag{6.14}$$

Rezultă că se obține același circuit pentru toate filtrele cu o lărgime de bandă relativă dată. Frecvența centrală este determinată de lungimea secțiunii de linie.

6.4. FILTRE, REALIZATE DIN SECȚIUNI DE LINII CALCULATE PE BAZA PROTOTIPULUI DIN CONSTANTE CONCENTRATE

Filtrele din clasa celor realizate din secțiuni de linii de lungimi identice se pot calcula pe baza filtrelor prototip constituite din constante concentrate.

Scanned with OKEN Scanner

Proiectarea pornește de la structuri de FTJ sau FTS în lanț și elementele (LC) se realizează prin secțiuni de linii $\left(\text{în } \frac{\lambda}{4}\right)$ în scurt sau în gol. Filtrele obținute direct în acest fel nu pot fi realizate fizic (deoarece diversele linii nu pot fi interconectate direct) și trebuie efectuate diverse transformări pentru a obține circuite realizabile. Transformările necesare sînt Kuroda care permit obținerea unor structuri echivalente în care secțiunile de linii în scurt sau în gol sînt separate cu elemente unitate $\left(\text{secțiuni de linii în } \frac{\lambda}{4}\right)$. În fig. 6.10 se ilustrează realizarea unui FTJ prototip (fig. 6.10*a*) cu secțiuni de linii. În fig. 6.10*a* este ilustrată simularea directă în care inductanțele sînt realizate cu linii $\left(\frac{\lambda}{4}\right)$ în scurt iar inductanțele cu linii $\left(\frac{\lambda}{4}\right)$ în gol, variantă care nu poate fi realizată fizic. În fig. 6.10 *b* se arată însă varianta în care liniile în gol și în scurt dispuse paralel sînt separate cu elemente unitate (u.e), circuit care poate fi realizat sub o formă menționată de microunde (depuse, linii coaxiale etc.)

Proiectarea filtrelor bazate pe filtre prototip de tip FTJ sau FTS se izbește de multe ori de greutatea că rezultă elemente de valori extreme care conduc la linii de impedanță caracteristice care nu pot fi realizate.

În cazul realizării filtrelor cu linii sînt mai avantajoase secțiunile de linii în gol, deoarece nu pun probleme de punere la masă, care în cazul circuitelor imprimate sau depuse se realizează mai dificil. În cazul liniilor în gol trebuie ținut seama însă că la capete apar capacități de scăpări, efect care se poate compune prin scurtarea corespunzătoare a liniei.

O altă formă de realizare, cu ajutorul căreia pot lua naștere o multitudine de circuite echivalente o constituie clasa circuitelor formate din secțiuni de linii omogene cuplate. În acest caz (fig. 6.78) se utilizează doi diporți, ceilalți doi diporți fie că se scurtcircuitează, fie că se lasă în gol sau se interconectează. În cazul filtrelor realizate din secțiune de linii

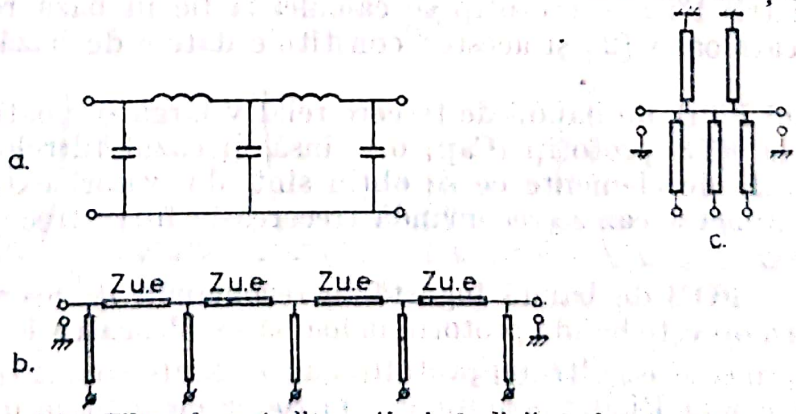


Fig. 6.10. Filtru format din secțiuni de linii de lungimi identice.

cuplate trebuie avut în vedere de asemenea că liniile în gol, în realitate sînt închise pe o capacitate, care se poate compensa printr-o scurtare corespunzătoare.

Filtrele ca cele din fig. 6.5 în jurul frecvenței f_N (frecvența corespunzătoare lui $\lambda/4$) posedă benzi de blocare și din acest motiv constituie filtre oprește-bandă (FOB).

Scanned with OKEN Scanner

Proiectarea acestor filtre este descrisă în (Cap. 6.4.1). O altă metodă de proiectare a filtrelor de bandă (FTB sau FOB) pe baza filtrului protip cu elemente concentrate o constituie cea în care din filtre prototip trece jos se calculează filtru cu constante concentrate de bandă și

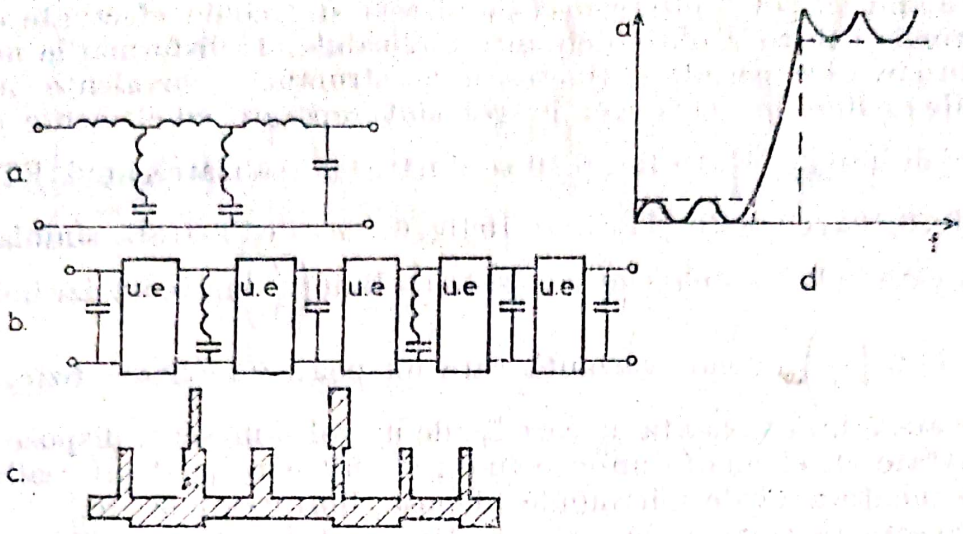


Fig. 6.11. Filtre eliptice — Filtru prototip trece jos :
a) Schema electrică ; *b*) caracteristica de atenuare ; *c*) Realizarea circuitului cu elemente unitate ; *d*) Realizarea cu secțiuni de linii.

acesta se realizează cu secțiuni de linii de lungimi egale. FTB cu constante concentrate poate fi calculat și direct pe bază de sinteză [1 Cap. 10].

Filtre Cauer (eliptice).

În cazul în care se presupune condiții de atenuare frecvență mai severe se utilizează din ce în ce mai mult filtrele prototip de tip Cauer (eliptice) [1 Cap. 7], filtre care prezintă poli de atenuare la frecvența finită și aproximare echiriplu în banda de trecere și minime egale în banda de blocare (fig. 6.11).

Parametrii FTJ — prototip se calculează fie în baza relațiilor din [1] fie din cataloage [2] și acestea constituie datele de bază ale proiectării.

În cazul FTB, de bandă de trecere relativ largă se poate porni proiectarea de la FTS prototip (Cap. 6.4) însă în cazul filtrelor de bandă îngustă valorile de elemente ce se obțin sînt de valori extreme și din acest motiv în acest caz se recomandă trecerea la filtru trece bandă prototip.

În cazul FOB de bandă îngustă se recomandă de asemenea să se treacă la filtru oprește bandă prototip în loc să se folosească FTJ prototip.

După proiectarea filtrului prototip cu constante concentrate se utilizează transformata Richards și apoi se introduc elementele unitate necesare realizării fizice. Rezultă în acest caz o mulțime de circuite echivalente din care se alege cel care practic se poate realiza cel mai avantajos.

Filtre optime (care nu se obțin din filtre prototip cu constante concentrate).

În cazul proiectării filtrelor pe baza filtrelor prototip, filtre care se realizează cu secțiuni de linii de transmisiuni este necesară introducerea de elemente unitate pentru utilizarea transformărilor Kuroda, în vederea

Scanned with OKEN Scanner

realizabilității fizice. Impedanța caracteristică a elementelor unitate este cea care rezultă din transformările Kuroda și nu se ține seama de aportul acestor elemente în obținerea selectivității necesare. Din acest motiv aceste filtre conțin elemente redundante. În cap. 6.6 se ilustrează metoda de proiectare a filtrelor de bandă în care elementele unitate necesare sînt utilizate efectiv pentru obținerea selectivității iar impedanța caracteristică a acestora este un parametru variabil care se utilizează pentru optimizarea filtrului. Aceste filtre care nu mai pot fi calculate pe baza filtrelor prototip au mai mulți parametri liberi pentru proiectare și nu conțin elemente redundante se numesc filtre optime.

6.4.1. Proiectarea filtrelor cu constante distribuite pe baza prototipului cu constante concentrate

Filtrele de microunde, realizate cu secțiuni de linii de transmisie de orice tip, au obligatoriu o caracteristică de atenuare — frecvență de tip fie trece bandă fie oprește bandă. Aceasta se datorește caracterului de periodicitate al funcțiilor care caracterizează liniile de transmisie. După cum s-a menționat un FTJ se transformă într-un FOB, iar un FTS într-un FTB. Pe de altă parte nici FOB sau FTB nu au benzi de trecere sau de blocare pînă la infinit pentru că și acestea la rîndul lor se repetă periodic. Fie de exemplu un filtru realizat cu linii tip trece bandă, obținut pe baza unui FTS (fig. 6.12*a*) și unul obținut pe baza unui FTB (fig. 6.12*b*).

În primul caz lărgimea benzii de blocare este determinată și de banda de trecere, în al doilea lărgimea benzii de blocare superioare se poate prescrie independent însă este limitată și nu poate fi extinsă pînă la infinit cum poate fi în cazul filtrelor cu constante concentrate. Lărgimea acestei benzi după cum se observă din fig. 6.12*b* depinde de valoarea frecvenței f_N, care teoretic poate fi aleasă oricît de mare se dorește, practic aceasta este însă determinată de lungimea secțiunilor de linii care pot fi realizate practic.

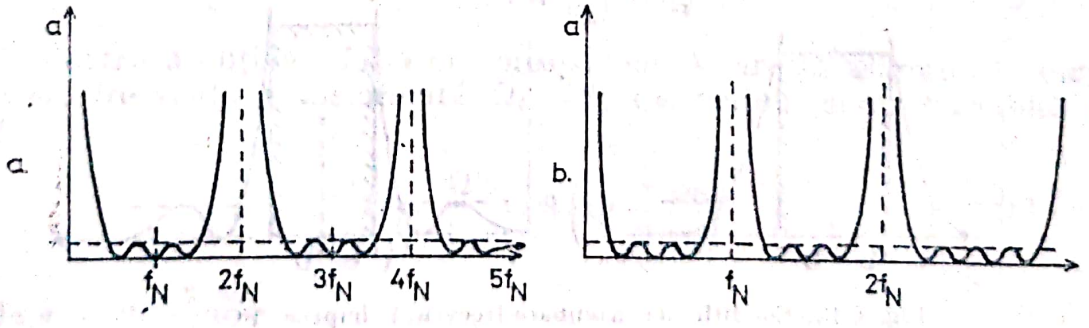


Fig. 6.12. Caracteristici de FTB obținute:
a) dintr-un FTS; *b*) dintr-un FTB.

Caracteristicile de transmisie ale filtrelor cu constante distribuite se transpun pe baza transformării lui Richards în planul s denumit planul frecvențelor analoage. Filtrul care realizează aceste condiții transpuse în planul S, se numește filtru prototip și acesta poate fi de orice tip cunoscut din teoria filtrelor cu constante concentrate [1], respectiv FTJ, FTS, FTB, FOB cu aproximarea Cebîșev, Butterworth etc.

Scanned with OKEN Scanner

6.4.2. Filtre opreşte-bandă de tip Butterworth sau Cebişev

După cum s-a arătat o posibilitate, nu însă cea mai generală de a proiecta filtre cu linii, de tip Butterworth sau Cebîşev, o constituie utilizarea proprietăţii de periodicitate a funcţiilor care le descriu. Aceasta este ilustrată în fig. 6.13.

În cazul filtrelor Butterworth, frecvenţa limită de trecere se defineşte de regulă în punctul în care puterea transmisă scade la jumătate (atenuarea este 3 dB). În cazul filtrului Cebîşev, frecvenţa limită de trecere se defineşte în punctul în care atenuarea atinge valoarea maximă permisă a_t.

După cum s-a arătat în [1 Cap. 13], este posibil ca şi în cazul filtrelor Butterworth să se definească frecvenţa limită de trecere la o atenuare maximă permisă a_t.

Relaţiile de dimensionare a elementelor filtrului prototip cu constante concentrate sînt următoarele (cazul $R_2/R_1 = r = 1$):

Filtre maxim—plate—Butterworth

Atenuarea este dată de relaţia

$$a = 10 \log (1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n})$$

(pentru $a_t = 3$ dB, $\varepsilon = 1$).

n este gradul filtrului iar Ω este dată de relaţia 6.7.

Gradul n rezultă din relaţia

$$n = \frac{\lg [10^{a_b} - 1]}{\lg \Omega_b}$$

Valorile elementelor w_i (fig. 6.14):

$$w_i = 2 \sin\left(2i - 1 \frac{\pi}{2n}\right)$$

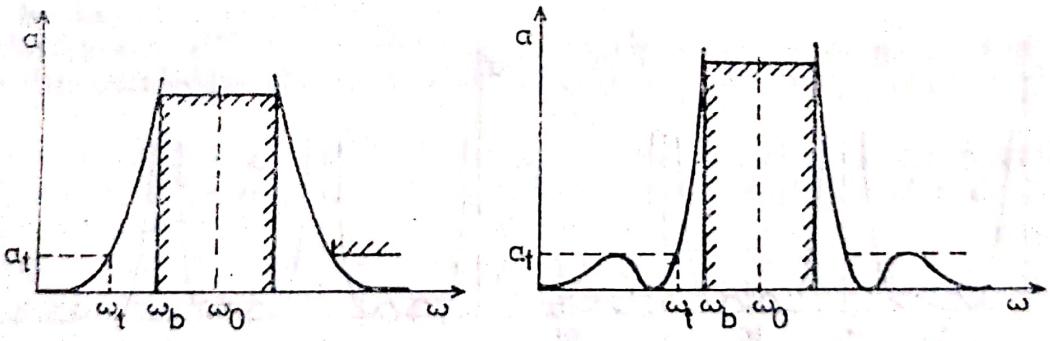


Fig. 6.13. Condiţii de atenuare-frecvenţă impuse FOB.

Filtre Cebîşev

Relaţia pentru atenuare:

$$a = 10 \lg (1 + K^2)$$

$$K = \begin{matrix} \varepsilon \cos (n \text{ arc cos } \Omega) & \Omega \leqslant 1 \\ \varepsilon \cos (n \text{ arc ch } \Omega) & \Omega \leqslant 1 \end{matrix}$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{a_t/10} - 1}$$

Scanned with OKEN Scanner

Gradul n este dat de relaţia :

$$n \geqslant \frac{\operatorname{arch} \sqrt{\frac{10^{0,1\,a_b}-1}{10^{0,1\,a_t}-1}}}{\operatorname{arch} \Omega_b}$$

Valorile elementelor sînt date de relaţiile (fig. 6.14).

$$w_i = a_i/b_i\,;\quad p = \frac{1}{n}\operatorname{arsh}\frac{1}{\varepsilon}$$

$$a_i = 2\,\sin(2i-1)\frac{\pi}{2n};\qquad b_0 = \operatorname{sh} p$$

$$b_i = \frac{b_0^2 + \sin^2(2i-1)\frac{\pi}{2n}}{b_{i-1}}$$

Pentru calculul numeric

$$\operatorname{arch} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)\quad x \geqslant 1$$

$$\operatorname{arch} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$$

Transformata Richards a fost definită astfel :

$$\Omega' = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_0} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_0}$$

Frecvenţa transformată de tăiere rezultă :

$$\Omega_t' = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega_t}{\omega_0}\right) = \frac{1}{a}$$

Pentru a obţine relaţia de corespondenţă care să asigure că pentru $\omega = \omega_t$, frecvenţa transformată $\Omega_t = 1$, s-a definit noua variabilă Ω, astfel :

$$\Omega = \frac{\Omega'}{\Omega_t'} = a\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

unde $a = \operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{2}\dfrac{\omega_t}{\omega_0}$.

În continuare este necesar ca valorile astfel obţinute să fie denormate.

Dacă se notează cu Z_0 impedanţa caracteristică a circuitului, şi că frecvenţa variabilă este Ω atunci pentru elementele denormate L şi C rezultă (6.10).

$L = w_L Z_0\, a$ (w_L este valoarea elementelor din fig. 6.14 care corespunde inductanţelor iar w_C cu care corespunde capacităţilor).

$$C = \frac{w_c}{Z_0}a$$

Scanned with OKEN Scanner

Caracteristica de atenuare în funcţie de frecvenţa Ω este dată în fig. 6.15.

Lărgimea de bandă B se defineşte astfel :

$$B(\%) = \frac{2(\omega_0 - \omega_t)}{\omega_0} \cdot 100 \text{ şi } \Omega_t = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{B}{200}\right) \qquad (6.15)$$

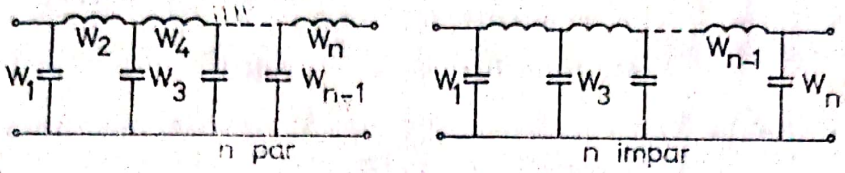


Fig. 6.14. Structura filtrelor polinomiale (Butterworth şi Cebîşev).

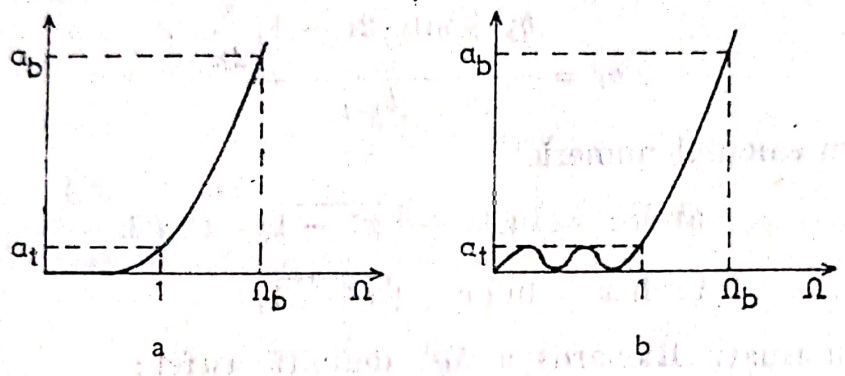


Fig. 6.15. Caracteristici de atenuare-frecvenţă ale FTJ : *a*) Butterworth ; *b*) Cebîşev.

În această etapă L ar trebui înlocuit cu o linie în scurtcircuit de impedanţa caracteristică L şi C cu o linie în gol de impedanţă caracteristică $1/C$.

Sub forma aceasta circuitul nu-i tehnic realizabil.

Sinteza cu elemente redundante folosind transformările lui Kuroda

Restricţiile referitoare la realizabilitate menţionate anterior pot fi uşor înlăturate, dacă se utilizează prima transformare a lui Kuroda.

Fie de exemplu un filtru prototip de ordinul 5 calculat pe baza relaţiilor de mai sus (fig. 6.16*a*) căruia i se ataşează cîte 2 elemente unitate la fiecare capăt (fig. 6.16*b* care nu modifică atenuarea filtrului.

Utilizînd transformarea lui Kuroda un element unitate (de 50 Ω) şi cu C_1'' adiacent este identic cu L_1' şi Z_6'. Similar C_5'' şi elementul unitate de 50Ω, este identic cu Z_7' şi L_5'.

Utilizînd în continuare transformarea lui Kuroda (L_2', $Z_6' \rightarrow C_2$, Z_7; L_1', 50 $\Omega \rightarrow C_1$, Z_6; L_4, $Z_7' \rightarrow C_4$, Z_8; L_5', 50 $\Omega \rightarrow C_5$, Z_9) se obţine o reţea în lanţ (cascadă) cu capacităţi transversale şi elemente unitate (fig. 6.16*d*).

Fig. 6.17, indică un circuit realizabil al filtrului proiectat.

Exemplul 6.1

Să se proiecteze un filtru opreşte bandă FOB, de tipul celui din fig. 6.15*b*, ale cărui frecvenţe caracteristice sînt

$$f_t = 7{,}5 \text{ GHz}$$

$$f_b = 9{,}75 \text{ GHz}$$

$$f_0 = 12 \text{ GHz}$$

Scanned with OKEN Scanner

Gradul filtrului trebuie să fie $n = 5$, iar atenuarea maximă din banda de trecere $a_t = 0{,}1$ dB.

Soluție

Se vor norma frecvențele după cum urmează:

$$\frac{1}{a} = \Omega'_t = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_t}{f_0} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{7{,}5}{12} = 1{,}497$$

Restul frecvențelor se vor norma astfel:

$$\Omega = \frac{\Omega'}{\Omega'_t} = \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_0}\right)\left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{7{,}5}{12}\right)$$

Pentru frecvența limită de blocare se obține

$$\Omega_b = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{9{,}75}{12}}{\Omega'_t} = 2{,}203$$

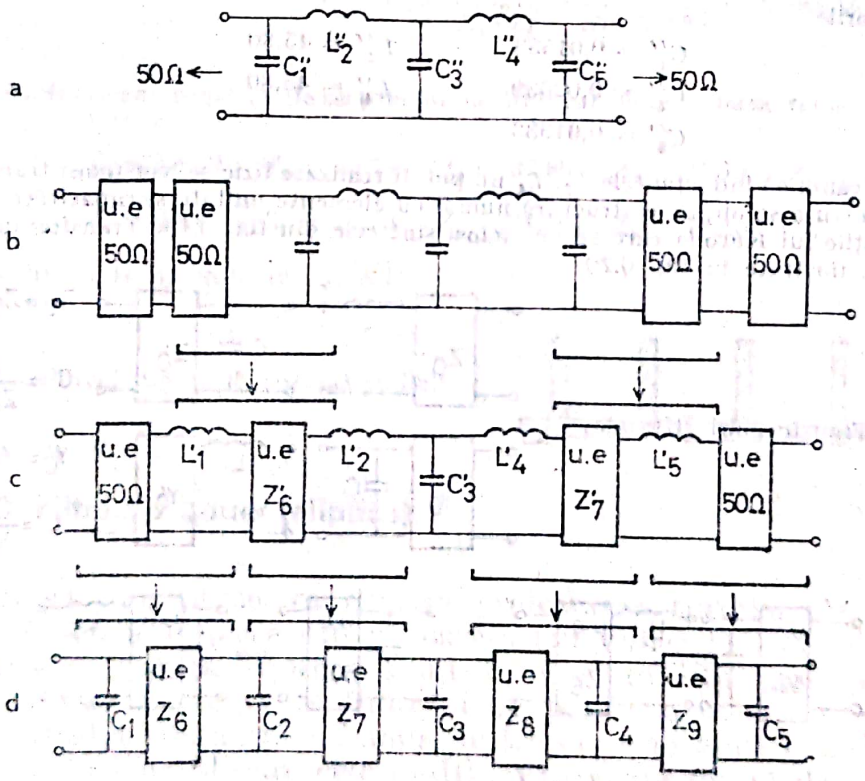


Fig. 6.16. Transformări echivalente Kuroda pentru obținerea unei structuri realizabile.

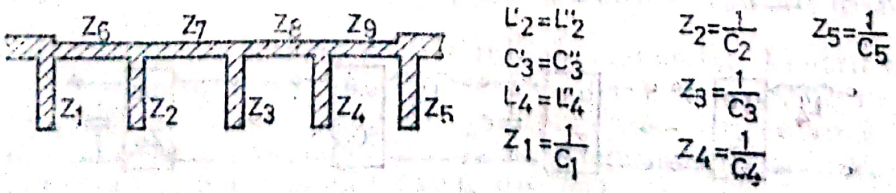


Fig. 6.17. Realizarea cu linii a filtrului.

Constanta ε [1] se calculează în baza relației:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1\alpha_t} - 1} = 0,15262042$$

$$\gamma = \operatorname{arsh} \frac{1}{\varepsilon} = \ln\left(\frac{1}{\varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} + 1}\right) = 0,5157443$$

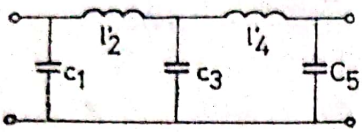


Fig. 6.18. FTJ de tip Cebișev T05.

Valorile elementelor filtrului prototip, obținute în baza relațiilor (6.14) sînt (fig. 6.18)

$$c_1 = 1,147 \qquad l_4 = 1,371$$
$$l_2 = 1,371 \qquad c_5 = 1,147$$
$$c_3 = 1,975$$

Acestea denormate în baza relațiilor:

$$C_i'' = \frac{c_i}{Z_0\,\Omega_t'} \text{ și } L_i'' = \frac{l_i\,Z_0}{\Omega_t'} Z_0 = 50\,\Omega$$

conduc la valorile

$$C_1'' = 0,01533 \qquad L_2'' = 45,80$$
$$C_3'' = 0,02639 \qquad L_4'' = 45,80$$
$$C_5'' = 0,01533$$

Ținînd seama că inductanțele L_2, L_4 nu pot fi realizate fizic se vor folosi transformatele lui Kuroda pentru a se obține o structură numai cu elemente unitate și capacități.

Identitățile lui Kuroda care se vor folosi sînt cele din fig. 6.19. Transformările ce se vor folosi sînt ilustrate în fig. 6.20.

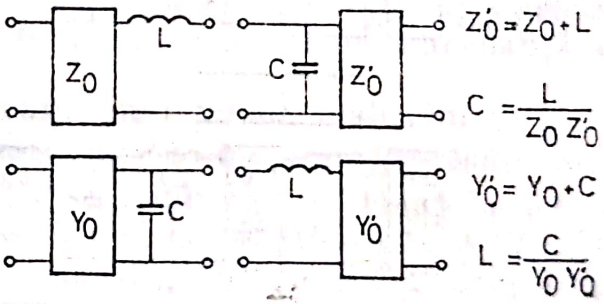


Fig. 6.19. Transformări Kuroda.

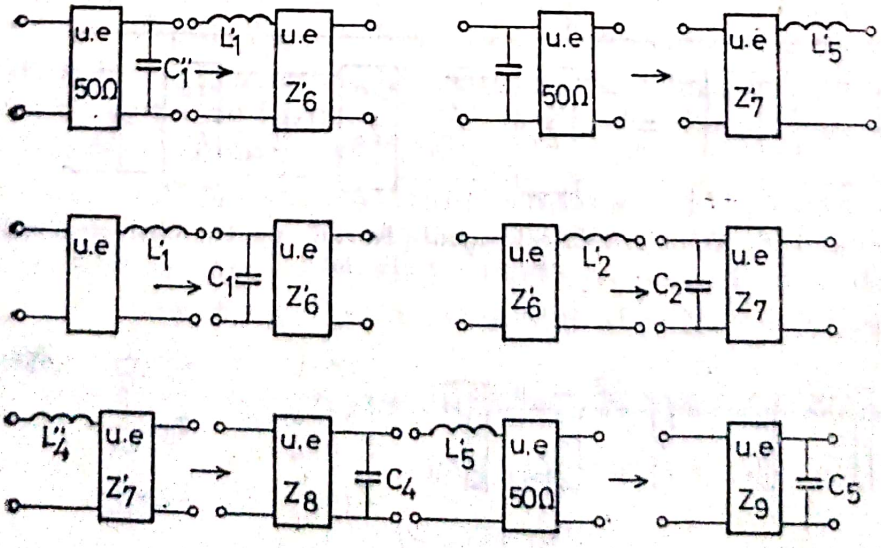


Fig. 6.20. Transformări Kuroda succesive.

Pentru elemente rezultă:

$$Z_6' = \frac{50}{1 + 50\, C_1''} = 28{,}304 \qquad Z_7 = Z_6' + L_2'' = 28{,}304 + 45{,}80 = 74{,}104$$

$$L_1' = C_1''\ 50 Z_6' = 21{,}695 \qquad C_2 = \frac{L_2''}{Z_6' Z_7} = \frac{45{,}80}{74{,}104 \cdot 28{,}304} = 0{,}021832$$

$$L_5' = L_1' = 21{,}695 \qquad Z_8 = Z_7' + L_3'' = 28{,}304 + 45{,}80 = 74{,}104$$

$$Z_7' = Z_6' = 28{,}304 \qquad C_4 = \frac{L_4''}{Z_7' Z_8} = \frac{45{,}80}{28{,}304 \times 74{,}101} = 0{,}021836$$

$$Z_6 = 50 + L_1' = 71{,}695 \qquad C_4 = \frac{L_4''}{Z_7' Z_8} = \frac{45{,}80}{28{,}304 \times 74{,}104} = 0{,}21836$$

$$C_1 = \frac{L_1'}{50 \cdot Z_6} = \frac{21{,}695}{50 \cdot 71{,}695} = 0{,}006052 \qquad Z_9 = 50 + L_5' = 71{,}695$$

$$C_5 = \frac{L_5}{Z_0 \cdot Z_9} = \frac{21{,}695}{50 \cdot 71{,}695} = 0{,}006052$$

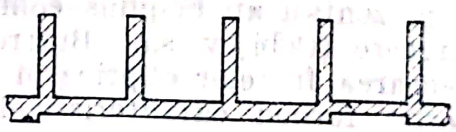
Impedanțele caracteristice ale secțiunilor de linii calculate în baza relațiilor $Z_c = \frac{1}{C}$.

$$Z_1 = 165{,}2 \quad Z_2 = 45{,}79 \quad Z_3 = 37{,}89 \quad Z_4 = 45{,}79 \quad Z_5 = 165{,}2$$

$$Z_6 = 74{,}10 \quad Z_7 = 71{,}70 \quad Z_8 = 74{,}10 \quad Z_9 = 74{,}10$$

Structura cu linii este ilustrată în fig. 6.21.

Fig. 6.21. Filtrul tip T05 realizat cu linii.



6.4.3. Filtre tip Cauer (eliptice)

În acest capitol se va descrie proiectarea filtrelor de microunde bazate pe funcțiile eliptice sau pe parametrii Cauer [1]. O caracteristică de atenuare frecvență tipică — unui FTJ — prototip care posedă doi poli de atenuare la frecvențe finite și un pol la $\omega = \infty$ este arătată în fig. 6.22*a*. Riplul atenuării în banda de trecere este a_b(dB), iar atenuarea minimă în banda de blocare este a_b(dB). Frecvența limită de trecere este normată la $\Omega = \Omega_t = 1$, iar frecvența limită de blocare la Ω_b. Marele avantaj al unei caracteristici de acest tip, constă în aceea că atenuarea de blocare definită ca $V = \frac{a_b - a_t}{\omega_b - 1}$ poate rezulta o valoare foarte mare, pentru un circuit cu un număr relativ mic de elemente. Pentru a obține aceeași pantă V în cazul aproximărilor Cebîșev sau Buttrerworth rezultă un număr mult mai mare de elemente componente. Proiectarea filtrelor trece jos prototip se poate face pe baza programelor de calcul deja întocmite [1] sau a cataloagelor existente [2].

Pentru proiectare se utilizează transformarea Richards

$$S = \text{th}\frac{\pi}{2}\frac{\omega}{\omega_x}$$

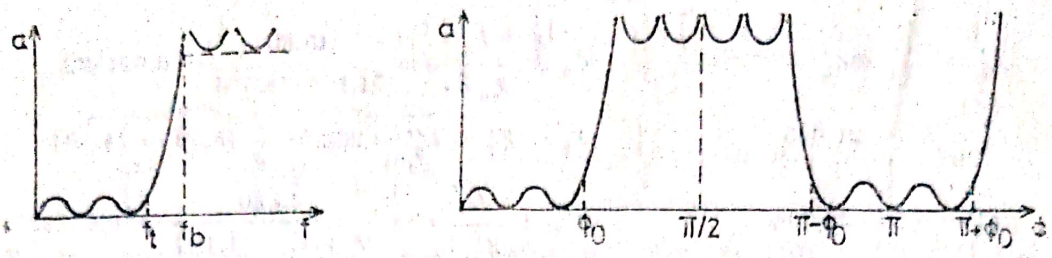


Fig. 6.22. *a*) Caracteristica FTJ tip Cauer; *b*) Caracteristica filtrului Cauer realizat cu constante distribuite.

Axa imaginară (jΩ) a planului S este legată de axa imaginară (axa frecvențelor reale) a planului s, prin relația

$$\Omega = \text{tg}\Phi$$

unde Φ este lungimea electrică de bază a liniilor de transmisie comensurabile. Alegerea lungimii Φ_0 care corespunde frecvenței limită de trecere stabilește panta dintre frecvențele limită de trecere ale celei de a 2-a benzi de trecere și prima bandă de trecere respectiv

$$\frac{\Pi - \Phi_0}{\Phi_0}$$

Alegerea unei valori prea mici pentru Φ_0 conduce la impedanțe caracteristice Z_{0i} ale secțiunilor de linii de valori extreme.

În paragrafele anterioare s-a tratat proiectarea filtrelor cu linii, care prezentau un răspuns echiriplu sau maxim plat, numai în banda de trecere (Cebîșev sau Buttrerworth). În continuare se va descrie proiectarea filtrelor eliptice în cazul utilizării elementelor distribuite. Datorită formei caracteristicelor de atenuare frecvență, cît și celei constructive aceste filtre sînt cunoscute și sub denumirea de *filtre eliptice digitale.* Acest tip de filtre este indicat pentru lărgimea de bandă relativă mai mari de 30%. Schemele de principiu și caracteristicile atenuare-frecvență ale filtrelor trece jos și trece sus eliptice sînt ilustrate în fig. 6.23*a* și 6.23*b*.

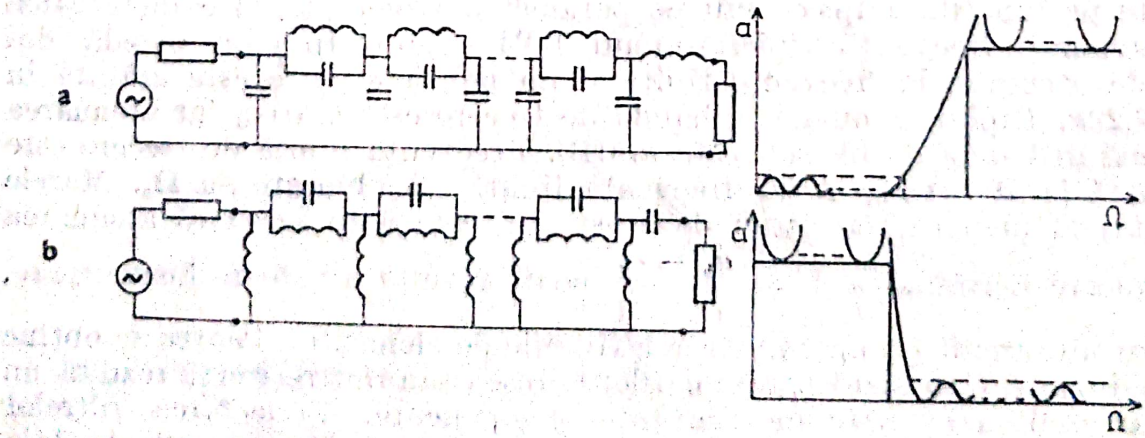


Fig. 6.23. Schemele de principiu și caracteristicile de atenuare: *a*) ale filtrului prototip trece jos; *b*) ale FTS.

Scanned with OKEN Scanner

Notînd cu ω_t respectiv ω_b frecvența limită de trecere și frecvența limită de blocare din cazul filtrelor cu constante concentrate prototip [1] [2] și Ω, Ω_t și Ω_b frecvențele normate în baza transformatei Richards modificate se obțin următoarele relații:

$$\Omega = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f'}{f_N}$$

$$\Omega_t = \frac{1}{a} \operatorname{tg} \frac{\pi f_{t1}}{2 f_N} = \operatorname{tg} \frac{\pi f_{t1}}{f_{t1} + f_{t2}} \tag{6.16}$$

unde f_{t1} și f_{t2} sînt frecvențele limită de trecere inferioară și superioară ale FTB sau FOB eliptic.

Lărgimea de bandă relativă rezultată este dată de relația

$$B\% = 200 \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \Omega_t\right)$$

Dacă sînt cunoscute valorile L și C ale filtrului eliptic-prototip trece jos inductanțele L_{TS} și capacitățile C_{TS} ale filtrului trece sus sînt date de relațiile $L_{TS} = C^{-1}$; $C_{TS} = L^{-1}$. În tabelul 6.1 sînt date notațiile și relațiile de normare folosite în cazul filtrelor eliptice digitale.

Exemple de proiectare

Exemplul 6.2

Să se proiecteze un FOB care trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

a) Frecvențele limită de trecere $f_{t_1} = 1$ GHz și $f_{t_2} = 2$ GHz;

b) Coeficientul de reflexie din banda de trecere $|\rho| = 20\%$.

c) atenuarea de blocare a_b trebuie să fie mai mare de 30 dB în banda 1,050 GHz $\leqslant f \leqslant$ 1,950 GHz.

Rezultă: $f_b = 1{,}05$ GHz

Ținînd seama de notațiile și relațiile din tabelul (6.1) rezultă

$$\frac{1}{a} = \Omega_t = \operatorname{tg} \frac{\pi f_{t_1}}{f_{t_1} + f_{t_2}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

și

$$\Omega_b = \frac{\operatorname{tg} \dfrac{\pi f_b}{f_{t_1} + f_{t_2}}}{\Omega_t} = \frac{\operatorname{tg} \dfrac{\pi\, 1{,}05}{3}}{\sqrt{3}} = 1{,}13 \tag{6.17}$$

De menționat că transformarea Richards (specificațiile c) și (6.17) cresc factorul de selectivitate (panta atenuării din zona de tranziție) al rețelelor cu constante distribuite, în comparație cu filtrul prototip cu constante concentrate. În exemplul de mai sus factorul de selectivitate al filtrului trece sus cu constanta distribuită, din care se obține FTB este $\frac{f'_s}{f'_{c1}} = \frac{1{,}05 \text{ GHz}}{1{,}0 \text{ GHz}} = 1{,}05$, față de factorul 1.13 rezultat (relația 6.16) pentru filtrul prototip.

În baza relațiilor din [1] sau [2] filtrul trece jos care îndeplinește condițiile de mai sus este C—06—20 C cu $\theta = 66°$.

Caracteristicile acestui filtru sînt:

— Valoarea maximă a coeficientului de reflexie din banda de trecere $|\rho| = 0{,}20$

$$(VS\,WR_{max} = 1{,}5 : 1)$$

Pentru frecvență limită de blocare se alege: $\Omega_b = 1{,}124$.

Valoarea atenuării minime din banda de blocare $a_b = 31{,}5$ dB.

Frecvențele polilor de atenuare

$$\Omega_{\infty 1} = 1{,}143\,;\ \Omega_{\infty 2} = 1{,}405\,;\ \Omega_{\infty} = \infty$$

Scanned with OKEN Scanner

Schema și valorile filtrului prototip sînt arătate în fig. 6.24*a*.

Frecvențele caracteristice ale FOB, normat se obțin în baza relației : $\Omega = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_N}$;

$$\frac{f}{f_N} = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \Omega/a$$

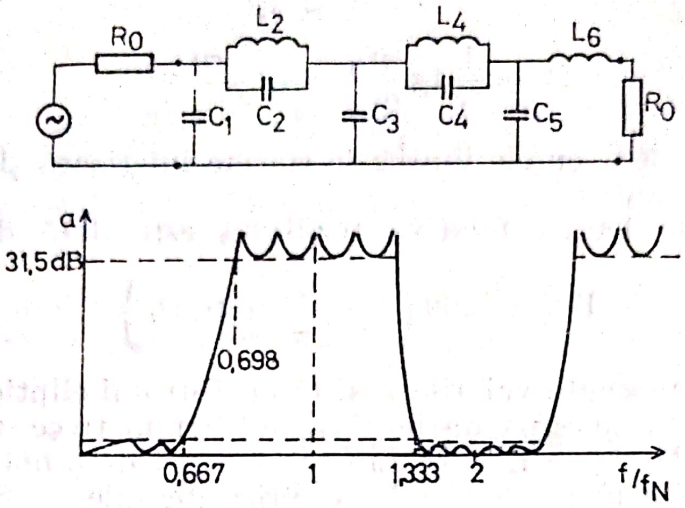


Fig. 6.24. Filtrul digital-eliptic FOB :

$R_0 = 1$ $\quad C_1 = 0{,}735$

$L_2 = 0{,}974$ $\quad C_2 = 0{,}520$

$L_4 = 0{,}720$ $\quad C_3 = 1{,}059$

$L_6 = 1{,}126$ $\quad C_4 = 1{,}062$

$\quad C_5 = 1{,}026$

Se obține :

$$\frac{f_{t1}}{f_N} = \frac{2}{\pi} (\operatorname{arctg} \sqrt{3})\ 1 = 0{,}667$$

$$\frac{f_b}{f_N} = \frac{2}{\pi} (\operatorname{arctg} \sqrt{3})\ 1{,}124 = 0{,}698$$

$$\frac{f}{f_N} = \frac{2}{\pi} (\operatorname{arctg} \sqrt{3})\ 1.143 = 0{,}703$$

$$\frac{f}{f_N} = \frac{2}{\pi} (\operatorname{arctg} \sqrt{3})\ 1.405 = 0{,}752$$

$$\frac{f}{f_N} = \frac{2}{\pi} (\operatorname{arctg} \infty) = 1{,}0.$$

Factorul de selectivitate al filtrului cu constante distribuite este

$$\frac{f'_b}{f'_{t1}} = \frac{0{,}698}{0{,}667} = 1{,}045$$

În fig. 6.24*b* sînt date valorile filtrului caracteristic al FOB rezultat din FTJ și periodicitații acestuia.

Filtrul din fig. 6.24 pentru a putea fi realizat fizic este necesar să fie transformat prin adăugarea unor elemente unitate, similar cu procedeul utilizat în exemplul 6.1.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru aceasta se adaugă cîte două, respectiv trei elemente unitate, în partea stîngă respectiv dreapta a filtrului (fig. 6.25*a*).

În prima etapă, circuitului din fig. 6.25*a* i se aplică o transformare de tip III-4 și respectiv I+3, așa după cum se indică prin demarcarea secțiunilor respective și pe baza relațiilor din tabelul 5.2 rezultă circuitul și valorile din fig. 6.25*b*.

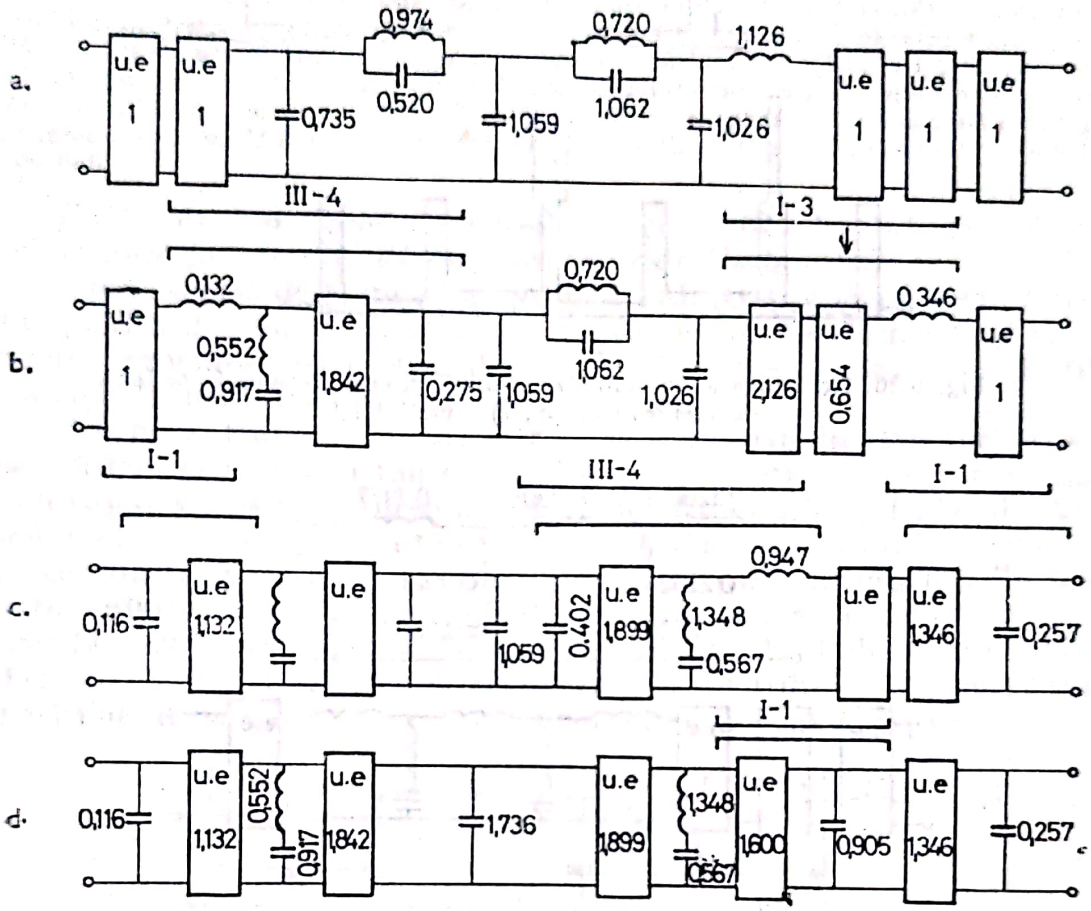


Fig. 6.25. Transformări succesive pentru realizarea filtrului digital cu elemente unitate.

Acestui circuit i se pot aplica trei transformări. Două transformări de tip I-1 transformă inductanțele longitudinale în capacități dispuse transversal, iar transformarea de tip III-4 permite obținerea unui circuit (fig. 6.25*c*) în care printr-o singură transformare I1 să se obțină circuitul final în care toți dipolii sînt separați între ei prin elemente unitate și dispuși cu un capăt la masă. Valorile elementelor care rezultă ca urmare a efectuării transformărilor sînt ilustrate pe schemele din fig. 6.25*c*—*d*.

Ținînd seama că circuitele rezonante serie se pot realiza prin conectarea în cascadă a două elemente unitate de impedanțe caracteristice diferite (fig. 6.26*a*) iar capacitățile prin linii de lungime $\frac{\lambda}{4}$ în gol, o schemă fizic realizabilă este ilustrată în fig. 6.26*c*.

În cursul transformărilor cu ajutorul elementelor unitate așa după cum se va arăta în exemplul care urmează [33], pot apărea și elemente negative. Acestea fie că se combină cu elemente adiacente pozitive pentru a rezulta elemente fizic realizabile fie că se vor realiza cu ajutorul unor circuite cu linii echivalente cu celule Brune (fig. 5.72).

Fie pentru exemplificare filtrul trece jos de tip C 0,5 20 50 (fig. 6.27*a*). Pentru separarea celor 5 dipoli constitutivi sînt necesare cel puțin 4 elemente unitate (fig. 6.27*b*). În prima etapă așa după cum se observă din fig. 6.27*b* și 6.27*c*, se utilizează două transformări, una de tip I3 și una de tip I1. În etapa a doua se aplică circuitului arătat pe fig. 6.27*c* o transformare de tip III-1, care, așa după cum se observă, introduce o inductanță negativă de valoare — 0,2456. Aceasta se combină serie cu inductanță adiacentă 0,3457 și rezultă o inductanță finală de valoare finală 0,1001.

În etapa a 3-a se aplică circuitului din fig. 6.27*d* trei transformări de tip I-1 și rezultă circuitul final al filtrului (fig. 6.27*e*) în care toți dipolii sînt separați prin elemente unitate și fiecare are cîte un capăt la masă.

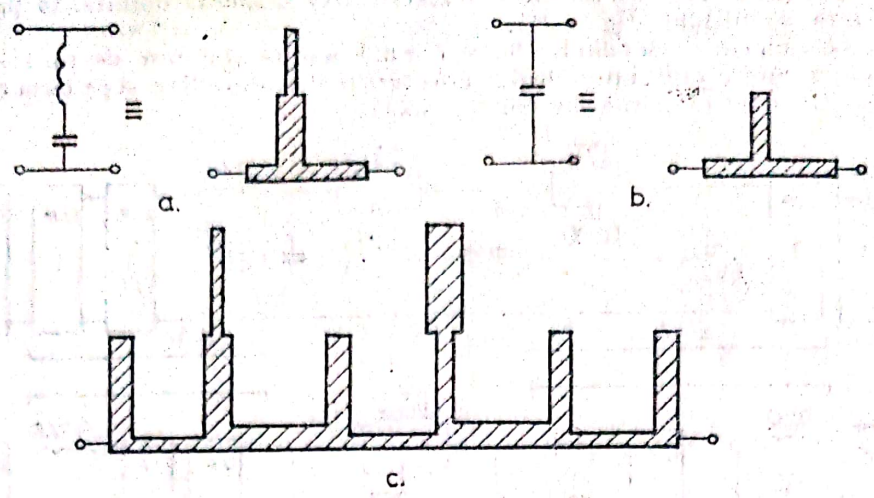


Fig. 6.26. Echivalența cu linii: *a*) a unui circuit rezonant serie; *b*) a unei capacități; *c*) a unui FTJ.

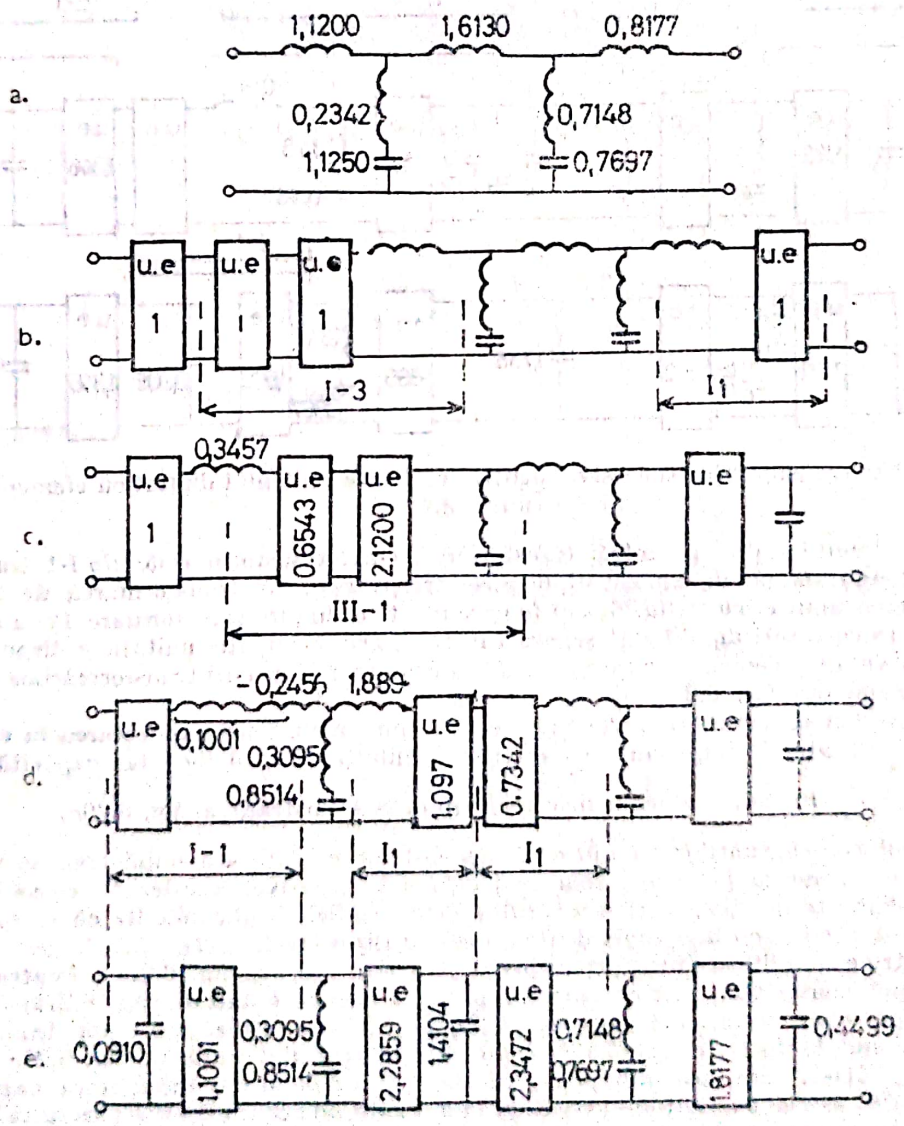


Fig. 6.27. Realizarea unui filtru cu elemente unitate utilizînd transformări succesive Kuroda-Levy: *a*) Schema filtrului prototip trece jos; *b*) adăugarea elementelor unitate; *c* și *d*) transformări Kuroda-Levy succesive; *e*) circuitul final.

Scanned with OKEN Scanner

În continuare se va analiza posibilitatea compensării elementelor negative care apar în decursul utilizării transformărilor echivalente Kuroda și Kuroda-Levy. Fie în acest sens un FTJ prototip de tip Cauer C05.20.50 (fig. 6.27*a*).

Deoarece circuitele rezonante serie în cascadă cu elemente unitate pot fi realizate cu linii cuplate, se vor efectua transformări echivalente, pentru transpunerea în brațele transversale a inductanțelor serie. Pentru aceasta, așa după cum se indică în fig. 6.27*b* se adaugă în partea stîngă trei elemente unitate, iar în partea dreaptă un element unitate. În prima etapă se efectuează o transformare de tip I-3 și una de tip I-1 și se obține circuitul echivalent din fig. 6.27*c*. După cum se observă, în urma aplicării transformării III-1, în fig. 6.27*d*, apare o industanță de valoare negativă (−0,2456). Aceasta însă înseriată cu inductanța adiacentă 0,3457, rezultă de valoare 0,1001. În ultima etapă se aplică trei transformări de tip I1, circuitului din fig. 6.27*d* și se obține circuitul final din fig. 6.27*e*, care principial poate fi realizat cu linii.

Utilizarea transformării Kuroda în cazul filtrelor calculate pe baza filtrelor trece jos cu poli disperși la frecvențe finite ($\neq 0$)

Dacă funcția de transmisie are poli la frecvențe finite ($\neq 0$) în componența filtrului nu vor mai apare numai elemente simple L și C ci și circuite rezonante serie sau derivație. Exemple de structuri de filtre cu astfel de poli sînt ilustrate în fig. 6.28.

Pentru a transforma structurile de acest tip în structuri care să poată fi realizate cu constante distribuite, respectiv cu toți rezonatorii cu un capăt la masă se folosesc relațiile lui Kuroda-Levy (tabelul 5.2). În tabelul 5.2 sînt indicate și alte echivalențe deduse cu ajutorul transformărilor Kuroda-Levy, cum ar fi cele rezultate în cazul utilizării a două elemente unitate conectate în cascadă (I3—I4) sau a transformării a doi dipoli LC, cum este cazul echivalențelor III3 și III4. Echivalențele III1—III4 au ca scop simplificarea calculelor în cazul utilizării repetate a transformărilor Kuroda-Levy în cazul unor circuite mai complexe.

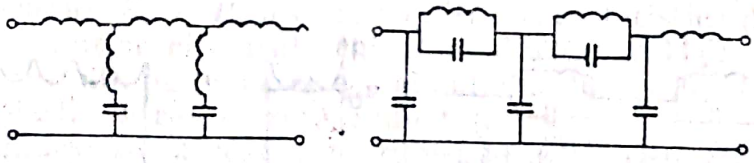


Fig. 6.28. Structuri de FTJ cu pol la frecvențe finite ($\neq 0$).

6.4.4. Calculul filtrelor de bandă FTB și FOB pe baza filtrului prototip

Fie un FTJ de tip Cauer (grad 5) prototip (fig. 6.29), a cărui caracteristică atenuare frecvență este ilustrată în fig. 6.28. Pentru a se obține o caracteristică de filtru trece bandă FTB, utilizînd elemente cu constante distribuite, FTJ trebuie transformat într-o structură de filtru trece sus FTS.

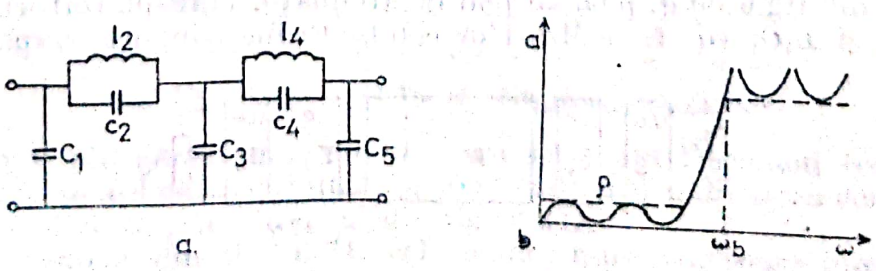


Fig. 6.29. FTJ tip Cauer (C05).

Transformarea Richards în cazul FTJ [7] pentru a obține $\Omega_t = 1$ a rezultat : $p' = a$ th s unde $a = \text{ctg}\,\frac{\pi}{2}\frac{\omega_t}{\omega_N} = \text{ctg}\,\Phi_0$.

Transformarea FTJ—FTS [1], a rezultat de tipul :

$$p = \frac{1}{p'}$$

Dacă în cazul utilizării constantelor distribuite transformarea rezultă :

$$p = \frac{1}{a \text{ th } s} = \frac{\tan \Phi_0}{S} \tag{6.18}$$

Această transformare conduce la o caracteristică de tip pseudotrece sus (fig. 6.30) în funcție de variabila S și o structură de tipul celei din fig. 6.30 [1].

Dacă se notează cu $L_k \cdot C_k$ elementele componente ale FTJ, atunci elementele FTS rezultă [1] :

$$L'_k = \frac{a}{C_k}; \quad C'_k = \frac{a}{L_k} \tag{6.19}$$

Caracteristica de atenuare frecvență a filtrului cu constante distribuite rezultat, este arătată în fig. 6.30*b*.

Evident după cum s-a arătat, structura din fig. 6.30*a* nu poate fi realizată fizic. Ca și în cazul filtrelor de tip Cebîșev sau Butterworth, soluția constă în adăugarea unor elemente unitate (redundanțe) la cele

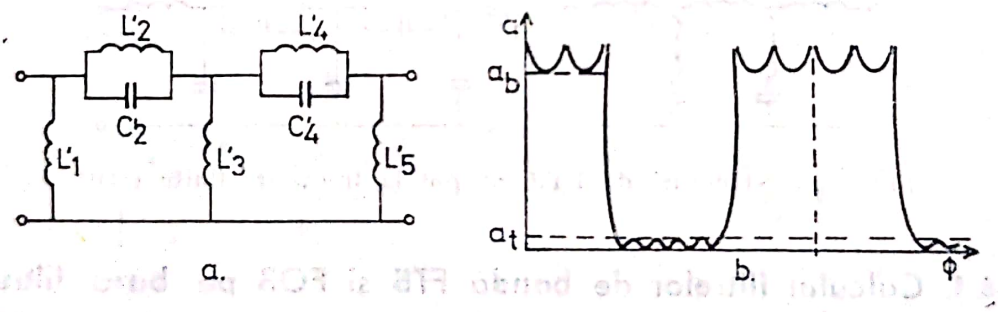


Fig. 6.30. *a*) FTS derivat din FTJ ; *b*) Caracteristica de atenuare a filtrului de bandă rezultat.

două capete (intrare și ieșire) (fig. 6.31), de impedanță caracteristică egală cu rezistențele de sarcină și care nu modifică caracteristica atenuare-frecvență.

În continuare se vor efectua transformări echivalente în structura filtrului din fig.6.30 *a*, pînă ce poli de atenuare, corespunzători circuitelor L_2C_2 și L_4C_4 vor fi realizați de celula Brune care așa după cum s-a

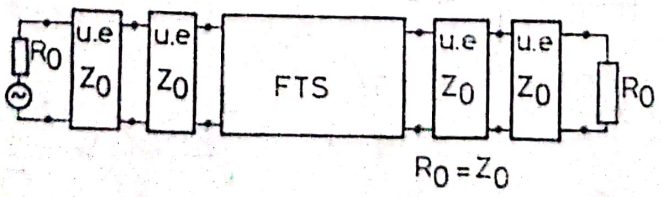


Fig. 6.31. Adăugarea elementelor unitate redundantă la capetele FTS.

arătat (Cap. 5), se pot relativ comod realiza cu ajutorul liniilor cuplate (fig. 6.32).

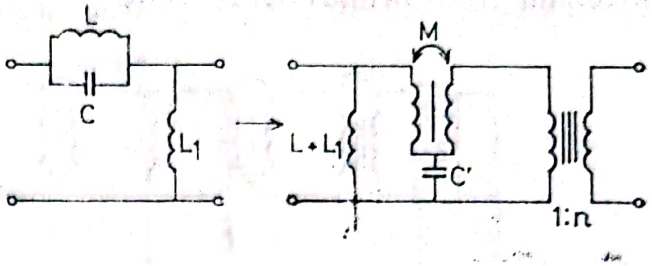


Fig. 6.32. Echivalența celulei Brune în cascadă cu inductanța $L + L_1$.

Relațiile de echivalență sînt:

$$M = \frac{(L + L_1)^2}{L}; \quad L_p = \frac{L_1(L + L_1)}{L}$$

$$C' = \frac{LC}{M}; \quad n = \frac{L_1}{L + L_1} \tag{6.20}$$

Pentru a se obține o structură corespunzătoare, circuitul din fig. 6.30*a* se descompune ca în fig. 6.33 și aplicînd transformarea echivalentă din fig. 6.32 se obține circuitul echivalent din fig. 6.33*b*.

Celule Brune singure nu pot fi realizate cu circuite formate din secțiuni de linii, ci numai dacă sînt conectate în cascadă cu elemente unitate.

Pentru acesta se adaugă 3 elemente unitate redundante de impedanță caracteristică $Z_0 = R$ care nu modifică caracteristica de atenuare — frecvență și se obține circuitul echivalent din fig. 6.34.

În circuitul din fig. 6.34, cele trei inductanțe L_a, L_b, L_c din fig. 6.33 au fost înglobate într-o singură inductanță L_r.

În continuare se va interverti ordinea legării în cascadă a elementelor unitate cu transformatorul ideal, ținîndu-se seama de echivalență (5.30*c*) și se obține circuitul echivalent din fig. 6.34*b*.

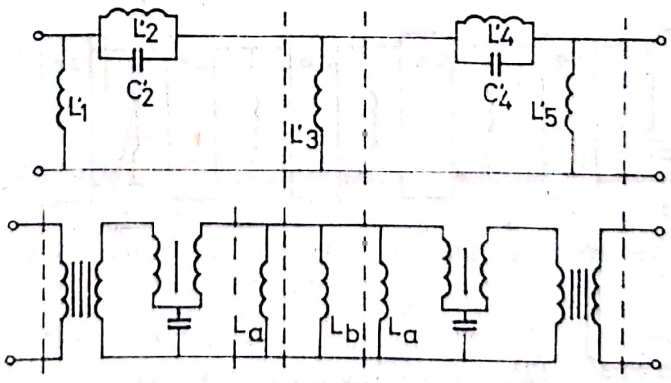


Fig. 6.33. Realizarea FTS în celule Brune echivalente.

Pentru obținerea unui circuit care să poată fi comod realizat cu linii cuplate se aplică circuitului din fig. 6.34*b* transformarea echivalentă de tip II-5 și se obține circuitul din fig. 6.34*c*.

În circuitul din fig. 6.34, cele două transformatoare ideale de la intrare și ieșire au fost combinate într-unul singur la intrare, elementele din interiorul filtrului, modificîndu-se în mod corespunzător.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru obținerea unor valori convenabile de elemente, inductanța lor se descompune în 3 inductanțe parțiale conectate în paralel, și apoi utilizînd transformări Kuroda de tip I convenabile, se obține eliminarea

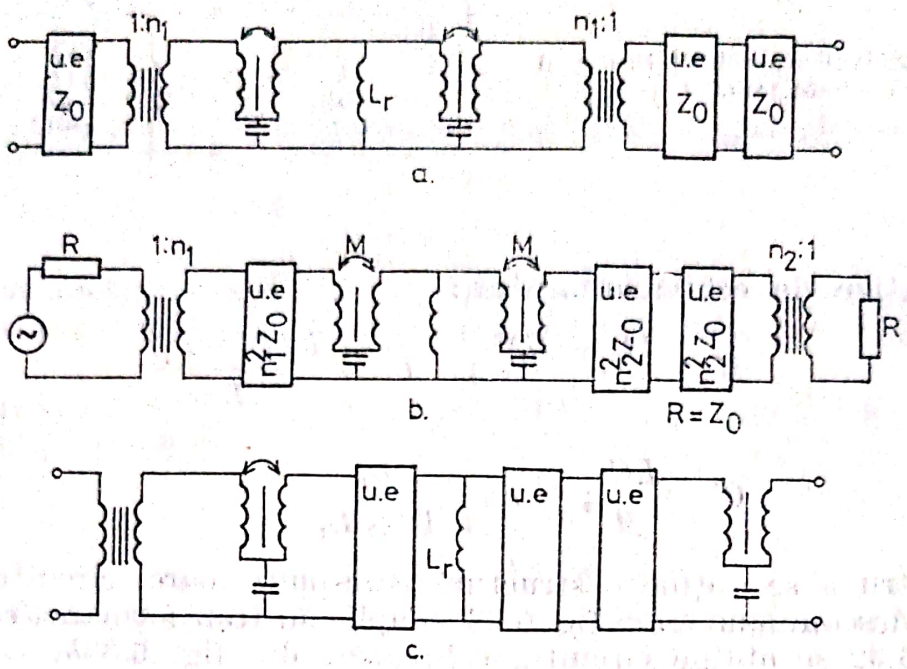


Fig. 6.34. *a*) Circuit echivalent al FTS, căruia i s-au adăugat elemente unitate; *b*) intervertirea ordinei de conectare a elementelor unitate cu transformatoarele ideale; *c*) circuitul final.

transformatorului ideal de la intrare și un circuit echivalent, care poate fi realizat cu linii cuplate respectiv fig. 6.35*a*.

Pentru realizarea întregului circuit cu linii cuplate se utilizează echivalențele din fig. 5.72 și fig. 6.78 și se obține în final circuitul care realizează filtrul propus, cu linii ca în fig. 6.35*b*.

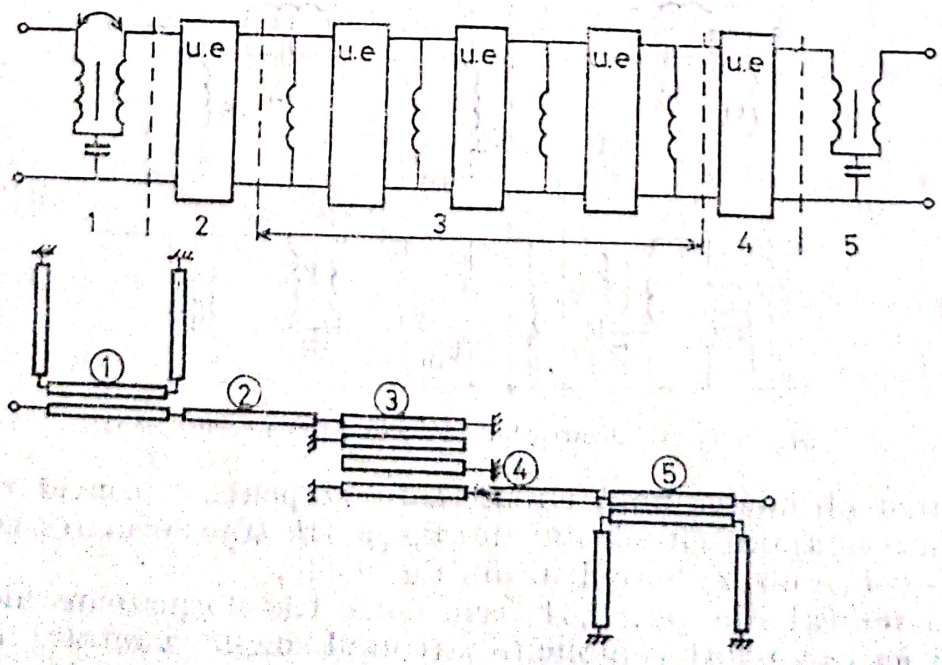


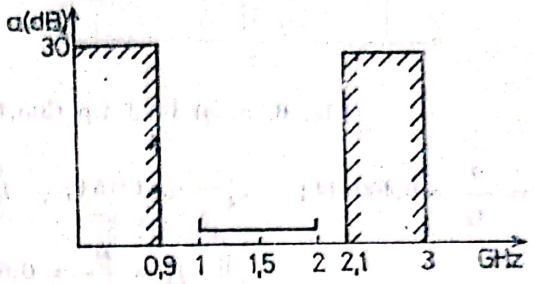
Fig. 6.35. Realizarea cu linii cuplate a filtrului de bandă.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplul 6.3

Să se proiecteze un filtru trece bandă, pe bază unui filtru prototip tip trece sus, care să îndeplinească condițiile de atenuare frecvențe indicate în fig. 6.36 și are rezistențele de închidere egale cu 50Ω. Coeficientul de reflexie ρ în banda de trecere nu trebuie să întreacă 10%.

Fig. 6.36. Gabarit de atenuare-frecvență.



Soluție

Filtrul se va proiecta pe baza unui FTS tip eliptic ca în fig. 6.37.

Frecvența (pivot) de normare se alege, frecvența medie a benzii de trecere (Cap. 6.3) respectiv :

$$f_N = \frac{f_{t1} + f_{t2}}{2} = 1{,}5 \text{ GHz}$$

Constanta $a = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Frecvența limită de trecere a filtrului prototip trece jos (tabelul 6.2) este :

$$\Omega_b = \frac{1}{a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{b1}}{f_N}} = \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{0{,}9}{1{,}5}} = 1{,}2584085$$

Filtrul trece jos prototip (eliptic) se calculează fie pe baza programelor de calcul [1] fie a catalogului din [2]. Pentru Ω_b se alege în cazul cînd se folosește catalogul [2], valoarea cea mai apropiată (însă mai mică, pentru a avea asigurate îndeplinirea condițiilor impuse) și rezultă un filtru de tipul C05.15.53 cu $\Omega_b = 1{,}252\,135\,658$.

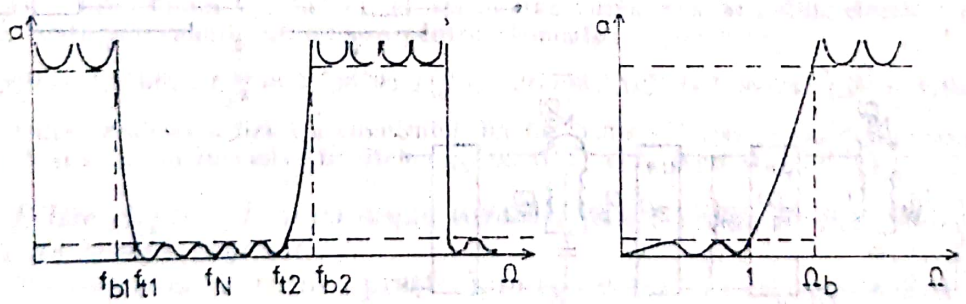


Fig. 6.37. *a*) Caracteristica filtrului de bandă; *b*) Caracteristica FTJ—prototip.

Valorile elementelor sînt (fig. 6.38)

$c_1 = 0{,}943266$; $c_3 = 1{,}441776$; $c_5 = 0{,}603992$; $L_2 = 1{,}107503$; $L_4 = 0{,}685564$;

$c_2 = 0{,}267686$; $c_4 = 0{,}876116$; $a_{min} = 31{,}6$ dB

În continuare este necesar să se calculeze valorile elementelor normate ale filtrului trece sus, rezultat în baza transformării FTJ-FTS [1 Cap. 11].

Valorile elementelor se calculează pe baza transformării FTJ-FTS și se adaugă denormarea cu frecvența, ținînd seama că inițial frecvența limită de trecere a fost diferită de 1.

Rezultă pentru $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$: $\quad l_1' = \frac{a}{c_1} = 0{,}612076 \quad c_2' = \frac{a}{l_2} = 0{,}5211308$

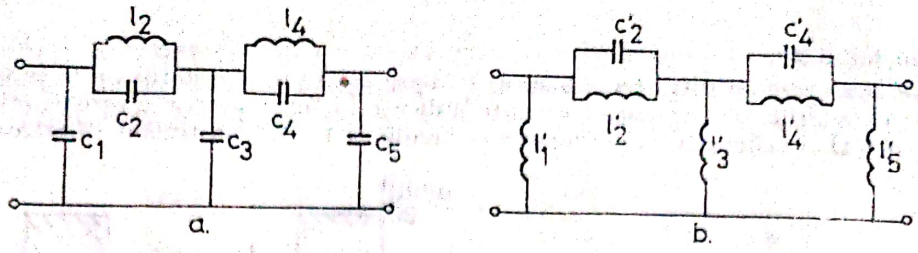


Fig. 6.38. *a*) FTJ tip C05.15.53 ; *b*) FTS transformat.

$$l'_3 = \frac{a}{c_3} = 0{,}400444\,; \qquad c'_4 = 0{,}842154\,; \qquad l'_5 = \frac{a}{c_5} = 0{,}95589\,; \qquad l'_2 = \frac{a}{c_2} = 2{,}15682$$

$$l'_4 = \frac{a}{c_4} = 0{,}658988$$

În continuare urmează aplicarea unor transformări Kuroda, în vederea realizabilității fizice. În prima etapă se aplică transformarea din fig. 5.74, circuitelor *A* și *B* din fig. 6.38*b* și se obține circuitul din fig. 6.39*a*.

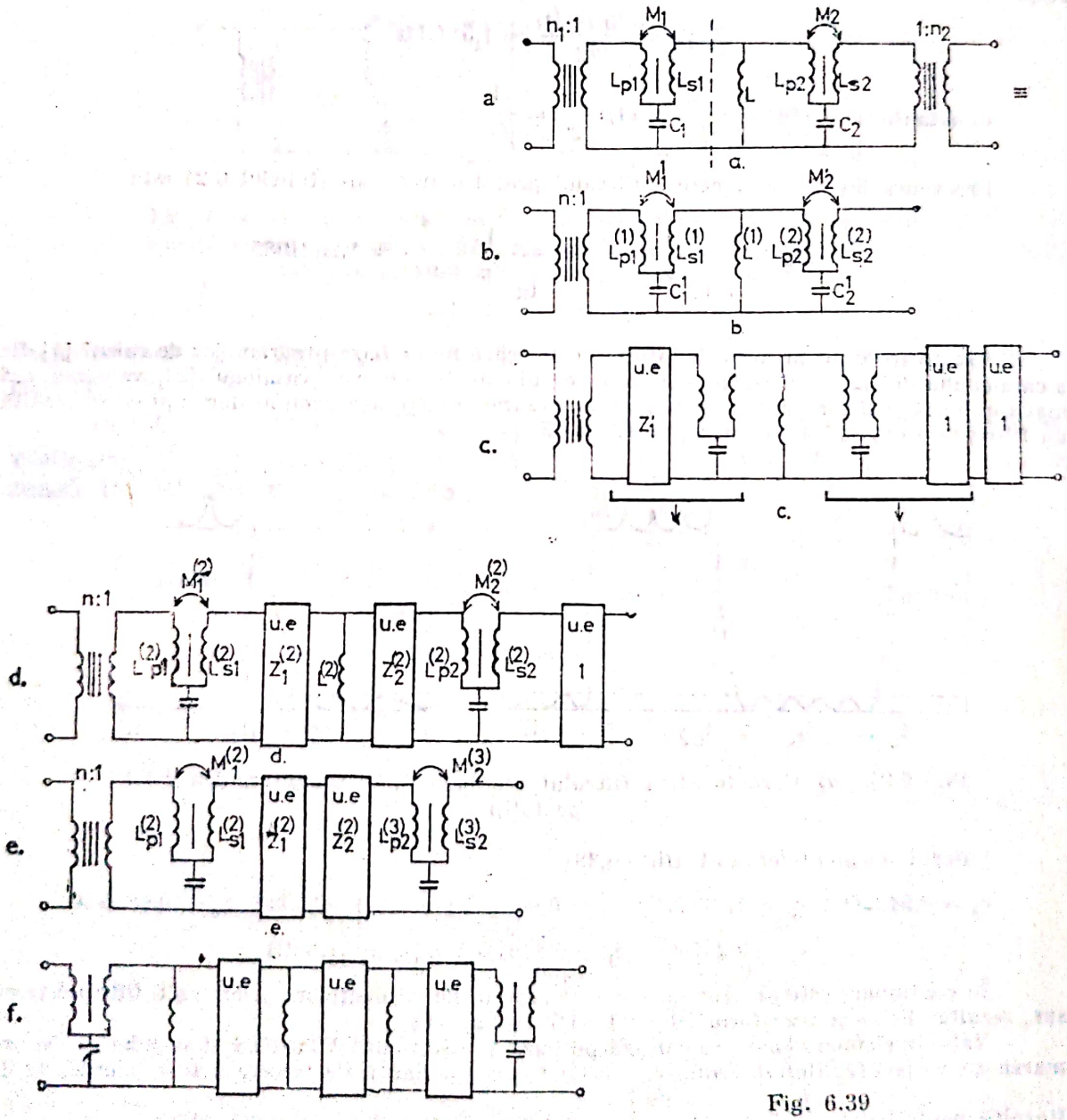


Fig. 6.39

Valorile elementelor rezultă :

$n_1 = 0{,}22105\,;\ L_{p2} = 2{,}34245\,;\ L_{p1} = 16{,}0805\,;\ L_{s2} = 6{,}6855\,;\ L_{s1} = 0{,}78577\,;\ M_2 = 3{,}95713\,;$
$M_1 = 3{,}55467\,;\ C_2 = 0{,}140238\,;\ C_1 = 0{,}3163\,;\ n_2 = 0{,}591927\,;\ L = 0{,}287553$

Scanned with OKEN Scanner

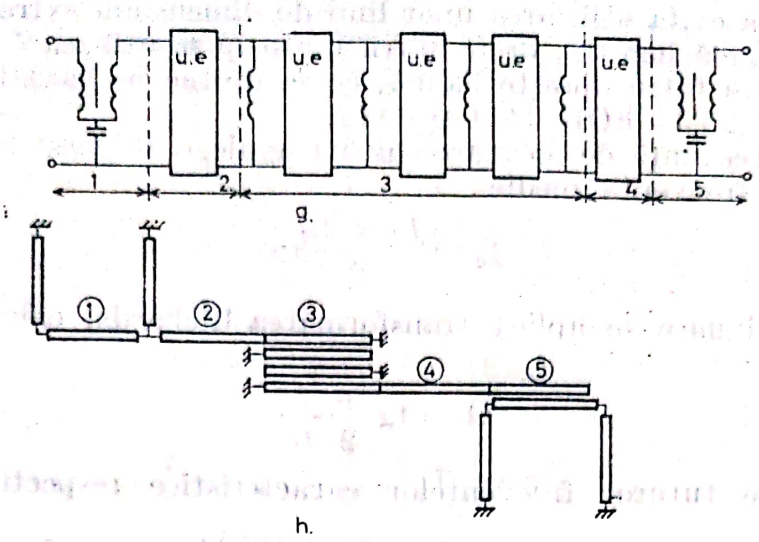


Fig. 6.39. Transformarea Kuroda succesive pentru realizarea filtrului cu linii cuplate.

În continuare cele două transformatoare ideale n_1 și n_2 se unifică într-unul singur n (fig. 6.39*b*) modificîndu-se corespunzător valorile elementelor se obține:

$$n = n_1/n_2 = 0{,}373448;\quad L^1_{p1} = 5{,}63426;\quad L^1_{p2} = 0{,}82074;\quad L^1_{s1} = 0{,}275316;\quad L^1_{s2} = 2{,}34245;$$
$$M'_1 = 1{,}245477;\quad M^1_2 = 1{,}38656;\quad C^1_1 = 0{,}90274;\quad C^1_2 = 0{,}400248;\quad L^1 = 0{,}100752$$

În etapa următoare se adaugă 3 elemente unitate de impedanță 1, unul în partea stîngă (fig. 6.39*c*) în care se intervertește transformatorul ideal $n:1$, iar în partea dreaptă 2 elemente unitate. Impedanța Z^1_1 rezultă de valoarea $Z^1_1 = 7{,}17034$.

Aplicînd transformarea III-3, tabel 5.2 circuitelor A și B din fig. 6.39*c*, se obține circuitul echivalent din fig. 6.39*d*; cu următoarele valori de elemente:

$$L^{(2)}_{p1} = 67{,}0198;\quad L^{(2)} = 0{,}100752;\quad C^2_2 = 0{,}03993;\quad L^{(2)}_{s1} = 25{,}883;\quad Z^{(2)}_2 = 0{,}735122;$$
$$M^{(2)}_1 = 41{,}6494;\quad L^{(2)}_{p2} = 17{,}2614;\quad C^{(2)}_1 = 0{,}026995;\quad L^{(2)}_{s2} = 11{,}1916;\quad Z^{(2)}_1 = 0{,}985_02;$$
$$M^{(2)}_2 = 13{,}899$$

Circuitului C din fig. 6.39*d*, i se aplică transformarea și se obține circuitul echivalent din fig. 6.39*e*, cu valorile următoare pentru elemente:

$$Z^{(3)}_2 = 1{,}57667;\quad L^{(3)}_{p2} = 1{,}73679;\quad L^{(3)}_{s2} = 1{,}07758;\quad M^{(3)}_2 = 1{,}36804;\quad C^{(3)}_2 = 0{,}40568$$

Pentru realizarea fizică a circuitului din fig. 6.39*e* se procedează, după cum se indică în cap. 5 și se obțin succesiv circuitele din fig. 6.39*f* și *h*. (vezi și fig. 6.78)

Filtre eliptice de microunde care utilizează celule Brune. Filtre oprește bandă de bandă îngustă

Proiectarea filtrului oprește bandă cu poli la frecvențe finite necesari pentru a realiza pante ale atenuării crescute pornește de la datele inițiale impuse, respectiv gabaritul de atenuare frecvență (fig. 6.40) și valoarea rezistenței de închidere.

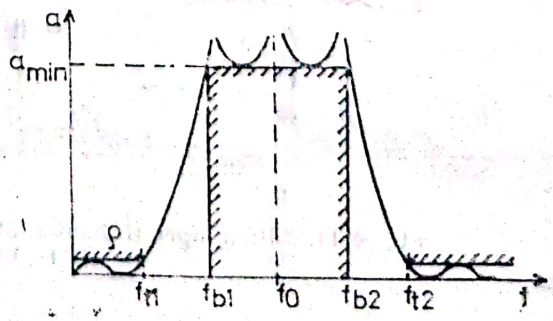


Fig. 6.40. Gabarit de atenuare — frecvențe impus filtrului.

Pentru a evita utilizarea unor linii de dimensiuni extreme, în cazul filtrelor de bandă îngustă, drept filtru prototip se utilizează nu un filtru trece sus, ci un filtru oprește bandă, ce se obține pe baza transformării de frecvență FTJ—FOB [1 Cap. 11].

Drept frecvență de normare (pivot) se alege în acest caz $f_N = 2f_0$, unde f_0 este frecvența medie

$$f_0 = \frac{f_{t1} + f_{t2}}{2}.$$

În continuare se aplică transformarea Richards, calculîndu-se în baza relației:

$$\Omega = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_N}$$

transformatele tuturor frecvențelor caracteristice respectiv f_{t1}, f_{t2}, f_{b1}, f_{b2} și f_0.

Prin alegerea frecvenței pivot $f_N = 2f_0$, frecvența f_0 se transformă în $\Omega = 1$ și nu mai este necesară, o denormare pentru ca Ω_t (frecvența limită a FTJ — prototip, să aibă valoarea 1).

Pentru obținerea FTJ necesar transformării FTJ—FOB se calculează constanta care caracterizează lărgimea de bandă relativă:

$$\delta = \omega_{t2} - \omega_{t1}$$

unde Ω_{t2} și Ω_{t1}, sînt transformatele în baza relației lui Richards ale frecvențelor f_{t1} și f_{t2}.

Frecvența limită de blocare a FTJ, care transformat de FOB se calculează în baza relației [1] [2]:

$$\Omega_b = \frac{\Omega_{t2} - \Omega_{t1}}{\Omega_{b2} - \Omega_{b1}}$$

Cunoscînd frecvența limită de blocare și condițiile de atenuare impuse se poate calcula pe baza programelor de calcul [1] sau alege din catalog [2] filtrul trece jos eliptic care îndeplinește aceste condiții.

De exemplu structura din fig. 6.41*b*.

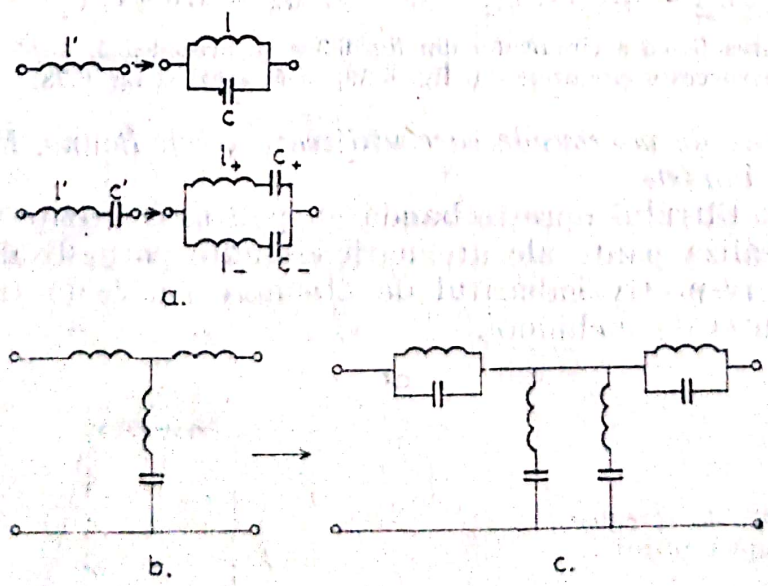


Fig. 6.41. Filtru oprește-banda obținut pe baza transformării FTJ—FOB.

Scanned with OKEN Scanner

Relațiile de transformare din FTJ în FOB sînt cele indicate în [1] respectiv (fig. 6.41) :

$$c = \frac{1}{l} = \frac{c'}{a}$$

$$l = \frac{1}{c} = \frac{1'}{a}$$

$$l_+ = \frac{1}{c_-} = \frac{a}{c}(1 + \tilde{\Omega}^2_{-\infty})$$

$$l_- = \frac{1}{c_+} = \frac{a}{c'}(1 + \tilde{\Omega}^2_{+\infty})$$

unde $$\Omega_\infty = \sqrt{\left(\frac{1}{2a\,\Omega'_\infty}\right)^2 + 1} \pm \frac{1}{2a\,\Omega'_\infty}$$

Filtrul obținut (fig. 6.41*c*) sub această formă nu poate fi realizat cu linii și trebuie adăugate la cele două capete (fig. 6.42) elemente unitate redundante, care să contribuie prin transformări ulterioare Kuroda-Levy, la obținerea unei structuri tehnic realizabilă.

Ținînd seama de echivalenta tip II-*b* tabelul 5.2 se obține circuitul echivalent din fig. 6.42, *b*.

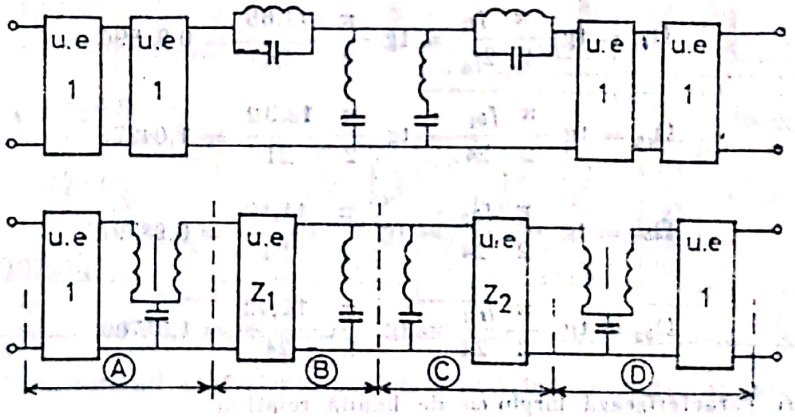


Fig. 6.42. Transformări echivalente utilizînd elemente unitate redundante.

În continuare circuitele *A*, *B*, *C*, *D* se realizează cu circuite cuplate, pe baza echivalenței din fig. 5.72 și fig. 5.73. Se obține în final circuitul cu linii cuplate, care realizează filtrul propus.

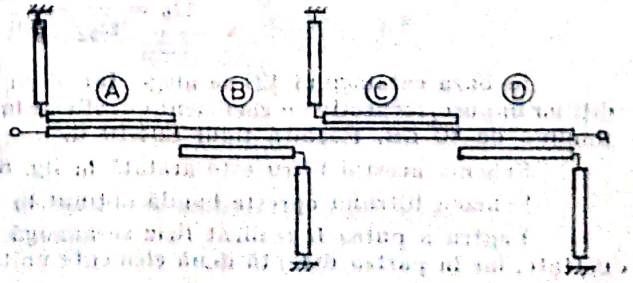


Fig. 6.43. Realizarea filtrului FOB cu linii cuplate.

Exemplul 6.4

Să se proiecteze un filtru oprește bandă, similar cu cel din exemplul 3 respectiv care să îndeplinească următoarele condiții de atenuare — frecvență (fig. 6.44).

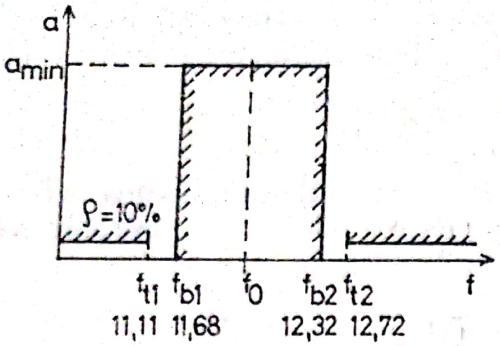


Fig. 6.44. Condiții de atenuare-frecvență impuse filtrului.

Frecvența centrală $f_0 = 12$ GHz

Lărgimea benzii de blocare 64 MHz, respectiv

$$f_{b1} = f_0 - 32 \text{ MHz} = 11{,}68 \text{ GHz}$$

$$f_{b2} = f_0 + 32 \text{ MHz} = 12{,}32 \text{ GHz}$$

Atenuarea minimă în banda de blocare $a_{min} = 40$ dB

Benzile de trecere $0 \leqslant f \leqslant f_{t1} = 11{,}19$ GHz, $12{,}72 \leqslant f \leqslant 15$ GHz

Coeficientul de reflexie maxim în benzile de trecere $\rho \leqslant 10\%$

Rezistențele de închidere $R = 50\Omega$.

Soluție :

Pentru obținerea unor dimensiuni de linii tehnice realizabile, filtrul se va proiecta pe baza unui prototip de tip FOB.

După cum s-a arătat în acest caz se aleg frecvențele pivot (f_N) astfel încît la mijlocul benzii de blocare ($f_0 = 12$ GHz) lungimea electrică a liniei Φ să fie de 45°, respectiv $f_N = 2f_0 = 24$GHz.

În continuare se aplică transformarea Richards și se calculează transformatele frecvențelor specifice, respectiv :

$$\Omega = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f}{24} \text{ și se obține}$$

$$\Omega_{t1} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f_{t1}}{2f_0} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{11{,}68}{24} = 0{,}95896$$

$$\Omega_{t2} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f_{b1}}{24} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{12{,}32}{24} = 1{,}04279$$

$$\Omega_{b1} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f_{b2}}{24} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{11{,}19}{24} = 0{,}98291$$

$$\Omega_{b2} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f_{t2}}{24} = \text{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{12{,}72}{24} = 1{,}01709$$

Constanta care caracterizează lărgimea de bandă relativă

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\Omega_{t2} - \Omega_{t1}} = \frac{1}{0{,}08383} = 11{,}9289$$

Se alege $\delta = 1/12$.

Frecvența de blocare a FTJ normat care se transformă în FOB este

$$\widetilde{\Omega}_b = \frac{\Omega_{t2} - \Omega_{t1}}{\Omega_{b2} - \Omega_{b1}} = 2{,}4523$$

În baza catalogului [2] se alege filtrul cu $\widetilde{\Omega}_b$ cel mai apropiat care corespunde condițiilor impuse, respectiv un coeficient de reflexie în bandă de trecere de $\rho = 10\%$ și o atenuare minimă de 40 dB. Rezultă tipul C04.10 C.

Schema acestui filtru este arătată în fig. 6.45.

Schema filtrului oprește bandă obținut în urma transformării este dată în fig. 6.46.

Pentru a putea fi realizat fizic se adaugă în prima etapă în partea stîngă un element unitate, iar în partea dreaptă două elemente unitate (fig. 6.47).

Scanned with OKEN Scanner

Aplicînd o transformare de tip II-a și una de tip II-b (tabelul 5.2) așa după cum este indicat pe fig. 6.47*a*, se obține circuitul din fig. 6.47*b*.

Pentru realizarea fizică, mai este necesar să se aplice două transformări, de tip IIb (fig. 6.47*c*) și se obține schema finală a circuitului filtrului fig. 6.47*c*.

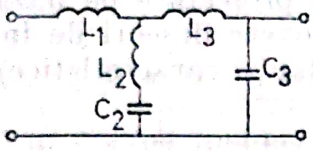


Fig. 6.45. FTJ—prototip tip C04 :

$L_1 = 0{,}696791$ $C_2 = 1{,}178927$

$L_2 = 0{,}118340$ $C_4 = 0{,}805168$

$L_3 = 1{,}287303$

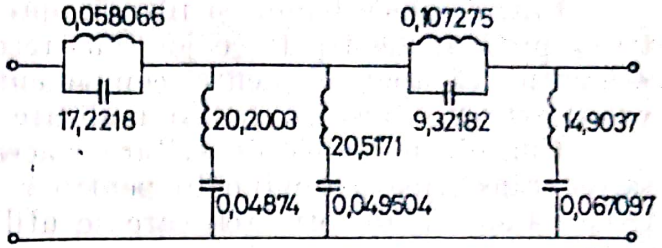


Fig. 6.46. Filtru oprește bandă obținut în baza transformării FTJ—FOB.

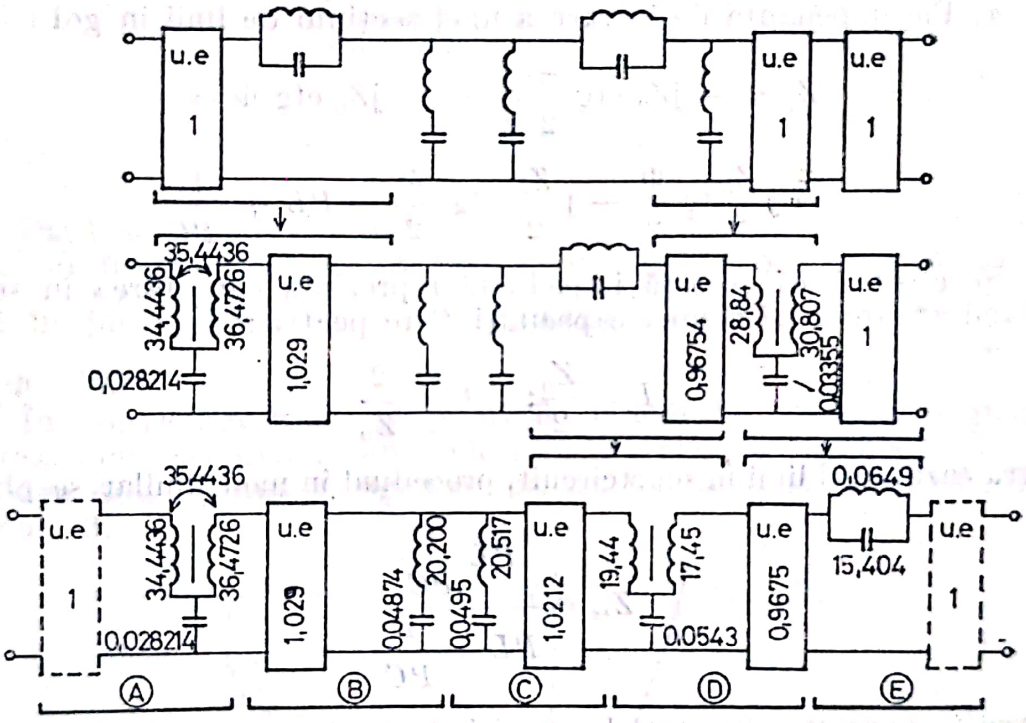


Fig. 6.47. Transformări echivalente succesive utilizînd elemente unitate succesive.

Pentru a putea fi realizat cu linii cuplate circuitului din fig. 6.47*c*, se adaugă circuitelor *A* și *E* cîte un element unitate de impedanță caracteristică 1. Aplicînd echivalențele se obține schema de principiu cu linii cuplate din fig. 6.48.

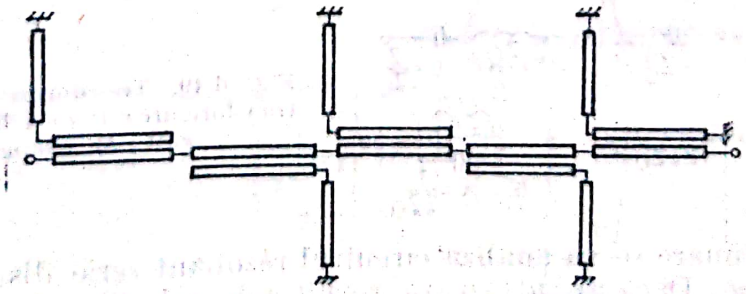


Fig. 6.48. Circuitul cu linii cuplate care realizează caracteristica impusă.

6.5. PROIECTAREA FILTRELOR DE MICROUNDE CU AJUTORUL TRANSFORMĂRII SEMIUNGHI

Filtrele trece bandă și filtrele oprește bandă proiectate pe baza filtrelor prototip de tip trece jos sau trece sus se lovesc deseori de inconvenientul că apar elemente componente (impedanțe caracteristice) de valori extreme care nu pot fi realizate tehnic.

Una din metodele de evitare a acestui inconvenient constă în utilizarea transformării semiunghi pentru a obține un filtru prototip de tip trece bandă. Transformarea care se utilizează în acest caz este dată de relația :

$$P = \mathrm{j}\ \mathrm{tg}\ \frac{\Phi}{2} \quad \text{unde } \Phi = \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_0} \tag{6.21}$$

a) Fie impedanța de intrare a unei secțiuni de linii în gol :

$$Z_g = -\mathrm{j}Z_0\ \mathrm{ctg}\ \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_0} = -\mathrm{j}Z_0\ \mathrm{ctg}\ \Phi =$$

$$= j\frac{Z_0}{2}\mathrm{tg}\frac{\Phi}{2} - \mathrm{j}\frac{Z_0}{2}\ \mathrm{ctg}\ \frac{\Phi}{2} = PL + \frac{1}{PC}$$

Se observă că această impedanță reprezintă conectarea în serie a unei inductanțe L și a unei capacități C respectiv :

$$L = \frac{Z_0}{2}; \quad C = \frac{2}{Z_0} \tag{6.22}$$

Pentru cazul unei linii în scurtcircuit, procedînd în mod similar se obține :

$$Z_{sc} = \frac{PL\,\frac{1}{PC}}{PL + \frac{1}{PC}}$$

respectiv conectarea în paralel a unei inductanțe și capacități de valori :

$$L = 2Z_0; \quad C = \frac{1}{2Z_0} \tag{6.23}$$

Aceste identități sînt ilustrate în fig. 6.49.

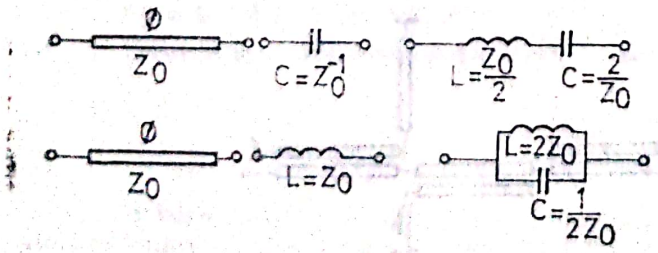


Fig. 6.49. Transformarea Richards și transformarea P *a*) a liniei în scurtcircuit ; *b*) a liniei în gol.

În continuare se va analiza circuitul rezonant serie dispus transversal (fig. 6.40*a*). Dacă se utilizează rezultatele relațiilor (6.22) și (6.23) se obține circuitul din fig. 6.50*c*, iar dacă se identifică admitanțele din fig. 6.50*c* și *d*, rezultă relațiile dintre elementele acestora.

Scanned with OKEN Scanner

Relaţiile de echivalenţă rezultă

$$Z_A = Z_D = \frac{Z_1}{2}\left(1 + \frac{1}{b^2}\right)$$

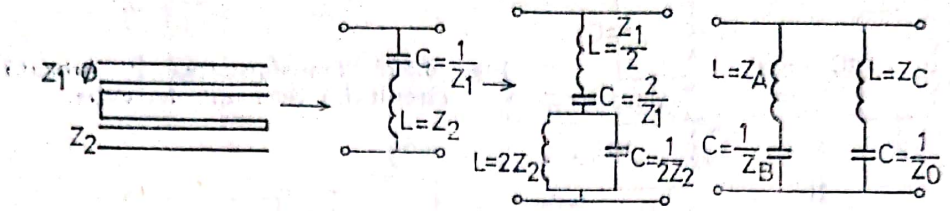


Fig. 6.50. Circuite echivalente: *a*) circuit cu linii; *b*) circuit obţinut în baza transformării Richards; *c*) şi *d*) circuite echivalente obţinute în baza transformării P.

$$Z_B = Z_C = \frac{Z_1}{2}(1 + b^2)$$

unde $$b = \sqrt{k+1} + \sqrt{k} \text{ şi } k = \frac{Z_2}{Z_1} \qquad (6.24)$$

Dacă se aplică transformarea P unui filtru prototip trece jos se obţine un filtru opreşte bandă FOB cu o caracteristică de atenuare simetrică în jurul punctului $\Omega = 1$, rezultînd lungimea electrică $\frac{\Phi}{2} = 45°$ sau $\Phi = 90°$.

În consecinţă toate proprietăţile circuitului cu linii original, se păstrează cu excepţia că lungimile comensurabile se înjumătăţesc. Acest procedeu este ilustrat în fig. 6.51 pentru un filtru prototip (eliptic) de ordinul 3.

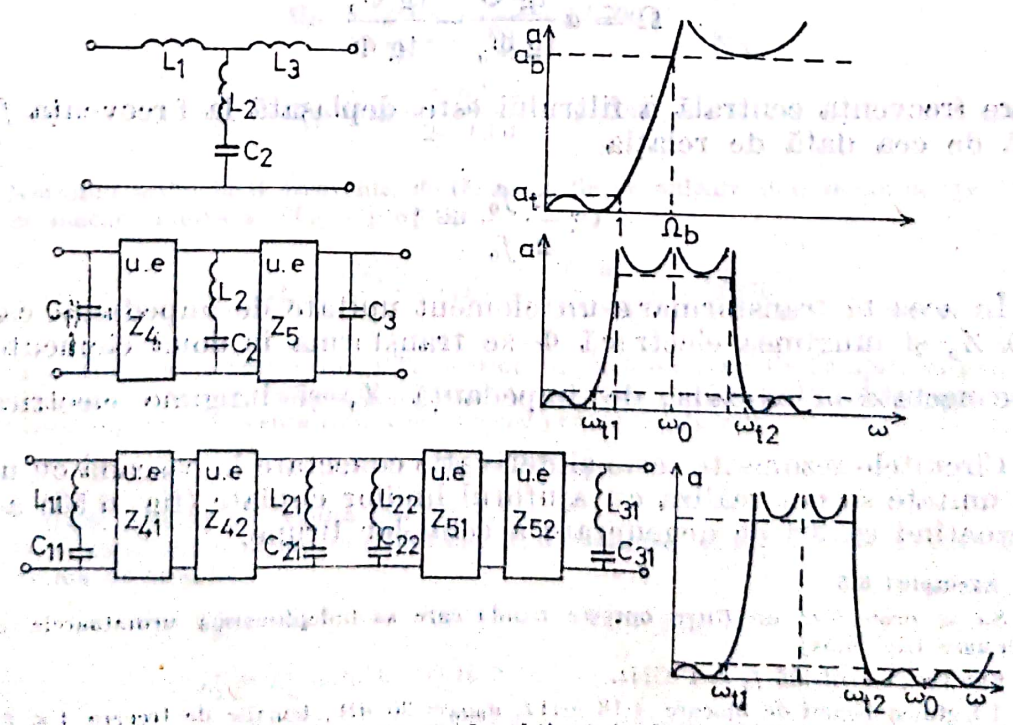


Fig. 6.51. Filtru de microunde obţinut în baza transformării P.

b) Cazul liniei în scurtcircuit se obțin următoarele relații din transformarea Richards (fig. 6.52).

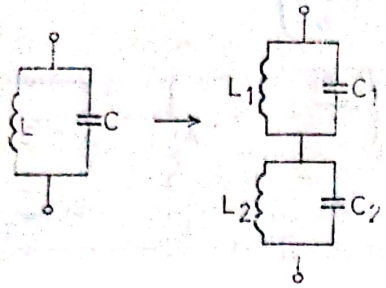


Fig. 6.52. Transformarea P aplicată circuitului rezonant derivație.

Relațiile de echivalență pentru cazul ilustrat în fig. 6.52 sînt:

$$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{2L}(1 + b^2) = C_2$$

$$\frac{1}{L_2} = \frac{1}{2L}\left(1 + \frac{1}{b^2}\right) = C_1$$

unde $$b = \sqrt{k+1} + \sqrt{k} \text{ și } k = LC \qquad (6.25)$$

Prin aplicarea transformării $\left(P = j \operatorname{tg} \frac{\Phi}{2}\right)$ jumătate de unghi, toate secțiunile de linii vor avea lungimea $\lambda_0/8$, la frecvența centrală.

Acesta este un caz particular $\left(\Phi_0 = \frac{\pi}{4}\right)$ al transformării generale a filtrelor de microunde FTJ—FTB

$$\Omega = a\frac{\operatorname{tg}\Phi}{\operatorname{tg}\Phi_0} - \frac{\operatorname{tg}\Phi_0}{\operatorname{tg}\Phi}$$

în care frecvența centrală a filtrului este deplasată la frecvența f_0' care diferă de cea dată de relația

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f_0}{f_0} = 1$$

În această transformare un element unitate de impedanță caracteristică Z_0 și lungimea electrică Φ se transformă în două elemente unitate conectate în cascadă, de impedanță Z_0 și lungime electrică $\frac{\Phi}{2}$.

Circuitele rezonante serie și derivație conectate în cascadă cu un element unitate se pot realiza cu ajutorul liniilor cuplate (fig. 6.53) acestea reprezentînd cazuri de degenerare a celulelor Brune.

Exemplul 6.5

Să se proiecteze un filtru oprește bandă care să îndeplinească următoarele condiții de atenuare (fig. 6.54).

Frecvența centrală $f_0 = 1$ GHz.

Lărgimea benzii de blocare ± 18 MHz, $a_{min} = 30$ dB; benzile de trecere $0 \leqslant f \leqslant 0{,}95$ GHz și $1{,}05 \leqslant f \leqslant 1{,}5$ GHz.

Scanned with OKEN Scanner

Rezistențele de închidere $R_0 = 50\Omega$

Soluție. Filtrul se va calcula pe baza transformării P. Normarea frecvențelor. Drept frecvență pivot se alege frecvența centrală $f_0 = 1$ GHz.

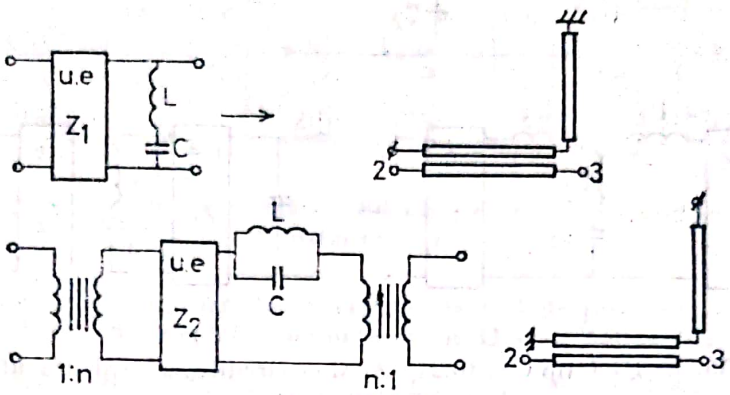


Fig. 6.53. Realizarea cu linii cuplate a circuitelor rezonante în cascadă cu elemente unitate.

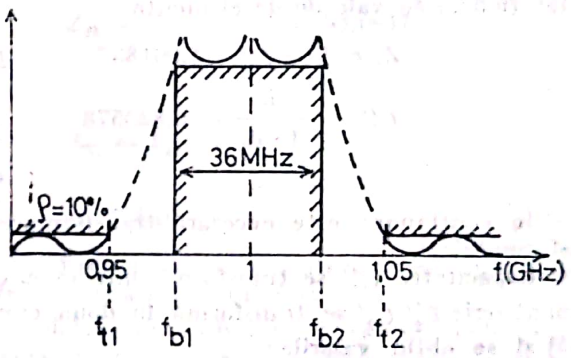


Fig. 6.54. Condiții de atenuare-frecvență impuse filtrului.

Transformarea Richards

$$\Omega_{t_1} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{0{,}95}{1{,}00} = 12{,}7062 = \frac{1}{a}$$

$$\Omega'_{b1} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{0{,}982}{1{,}00} = 35{,}358$$

Normînd astfel încît frecvența de tăiere să fie de valoare unu se obține, pentru frecvența de blocare limită a FTJ — prototip

$$\Omega_b = \frac{\Omega_{b1}}{\Omega_{t_1}} = a\,\Omega'_{b1} = \frac{35{,}358}{12.7062} = 2{,}78276$$

În continuare se proiectează FTJ — prototip de tip eliptic fie cu ajutorul programelor de calcul [1], fie ales din catalogul 2. Rezultă că filtrul tip C03.10.21 îndeplinește condițiile de atenuare impuse. Frecvența limită de trecere pentru acesta este

$$\Omega_b = 2{,}7904$$

Valorile elementelor rezultă din fig. 6.55*a*.

Denormînd aceste elemente ținînd seama de valoarea lui $\Omega_{t_1} = a^{-1} = 12.7062$ se obține ținînd seama de relațiile

$$L'_k = aL_k \qquad C'_k = aC_k$$

$$L'_1 = L'_3 = 6{,}18369 \cdot 10^{-2}$$

$$L'_2 = 0{,}779946 \cdot 10^{-2} \qquad C'_2 = 7{,}779978 \cdot 10^{-2}$$

Scanned with OKEN Scanner

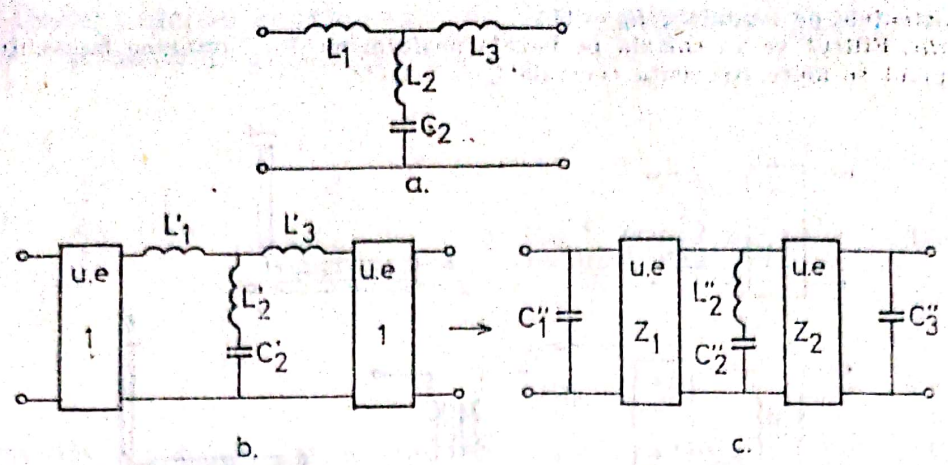


Fig. 6.55. *a*) FTJ tip C03.10.21 ; *b*) și *c*) circuite echivalente utilizînd transformările Kuroda.

Pentru realizabilitatea tehnică se adaugă la cele două extremități cîte două elemente unitate (fig. 6.55*b*), și în baza transformării Kuroda (tabelul 5.2) se obține schema echivalentă din fig. (6.55*c*) cu valorile de elemente :

$$Z_1 = 1 + L_1' = 1{,}061837 \qquad L_2'' = L_2' = 0{,}779946 \cdot 10^{-2}$$

$$C_1'' = \frac{L}{1 \cdot Z_1} = 5{,}823578 \qquad C_2'' = C_2' = 7{,}779978 \cdot 10^{-2}$$

$$C_1'' = C_1''$$

În continuare este necesară transformarea FTJ din fig. 6.55*a* în FOB, cu ajutorul transformatei P.

Capacitatea C_1'' se transformă într-un circuit rezonant serie (fig. 6.56*a*), iar circuitul rezonant serie L_2'' C_2'' se transformă în două circuite rezonante serie în baza relațiilor (fig. 5.56*b*) și se obțin valorile :

$$C = \frac{2}{Z_0} = 2\,C_1'' = 11{,}647\ 156 \cdot 10^{-2}$$

$$L = \frac{Z_0}{2} = \frac{1}{2} C_1'' = 8{,}5857869$$

Pentru calculul elementelor din fig. 6.56*b* se calculează

$$k = \frac{Z_2}{Z_1} = L''C'' = 6{,}0679\ 627 \cdot 10^{-4}$$

$$b = \sqrt{k+1} + \sqrt{k} = 1{,}024\,9365$$

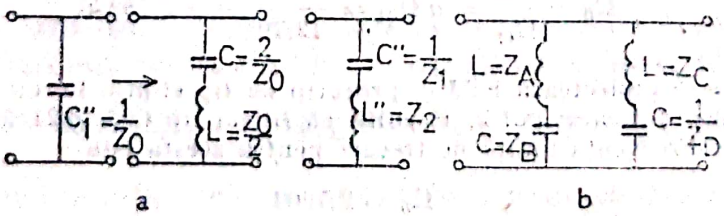


Fig. 6.56. Transformări echivalente utilizînd transformarea P.

Pentru valorile elementelor se obține

$$Z_A = \frac{Z_1}{2}\left(1 + \frac{1}{b^2}\right) = Z_D = 12{,}544906$$

$$Z_B = \frac{Z_1}{2}(1 + b^2) = Z_C = 13{,}178029$$

Scanned with OKEN Scanner

Cunoscînd impedanțele $Z_A = Z_D$ și $Z_B = Z_C$ rezultă direct valorile elementelor din fig. 6.56, *b*.

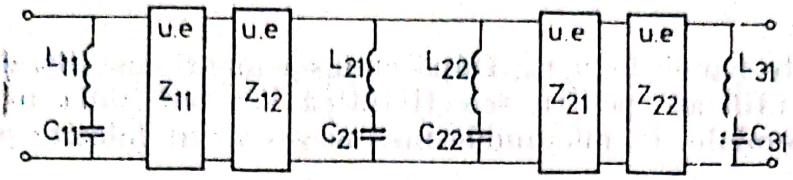


Fig. 6.57. Schema finală a filtrului obținută cu ajutorul transformării P.

În continuare se denormează toate elementele față de rezistența nominală $R = 50\,\Omega$ înmulțind toate valorile impedanțelor normate cu 50 Ω și se obține (fig. 6.57):

$$L_{11} = L'' \cdot 50 = 429{,}289 \qquad L_{22} = Z_C \cdot 50 = 658{,}901$$

$$C_{11} = C''/50 = 2{,}32943 \cdot 10^{-3} \qquad C_{22} = \frac{50}{Z_D} = 1{,}594272 \cdot 10^{-3}$$

$$Z_{11} = Z_{12} = Z_1\,50 = 53{,}0918 \qquad Z_{21} = Z_{22} = Z_2 50 = 53{,}0918$$

$$L_{21} = Z_A\,50 = 627{,}245$$

$$C_{21} = \frac{50}{Z_B} = 1{,}51768 \cdot 10^{-3} \qquad L_{31} = L_{11}$$

$$C_{31} = C_{11}$$

În baza 5.10.2, ca urmare a transformării P fiecare element unitate se transformă în două elemente unitate de aceeași impedanță caracteristică conectate în cascadă.

Ținînd seama de echivalența cu linii cuplate a unui circuit rezonant serie în cascadă cu un e.u (fig. 6.58, *a*), se obține în final schema de principiu a circuitului cu linii, care realizează filtrul impus.

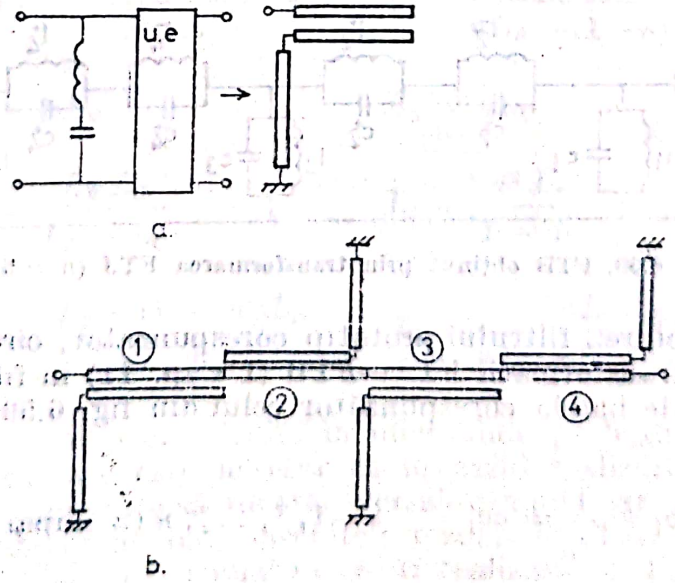


Fig. 6.58. Construcția filtrului eliptic cu linii cuplate.

Din cauza transformării P, toate secțiunile de linii comensurate sînt de lungime, $\frac{\lambda}{8}$, care pentru frecvența de 1 GHz, rezultă de 37,5 mm.

Scanned with OKEN Scanner

6.6. PROIECTAREA FILTRELOR DE MICROUNDE FĂRĂ UTILIZAREA TRANSFORMĂRII RICHARDS. UTILIZAREA INVERSOARELOR

Filtre de bandă îngustă. După cum s-a menționat filtrele de bandă eliptice sînt utilizate pentru selectivitatea lor mai bună în comparație cu cele polinomiale. În microunde însă acestea sînt folosite pentru cazul

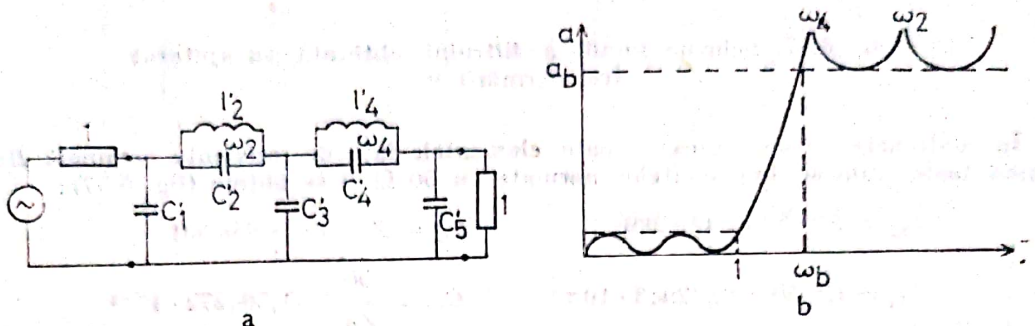


Fig. 6.59. FTJ prototip tip C05; *a*) schema de principiu; *b*) caracteristica de atenuare-frecvență.

benzilor foarte înguste pentru că prezintă atenuări datorită pierderilor în bandă de trecere mai mici.

Proiectarea filtrelor eliptice de bandă îngustă se face pe baza filtrului prototip (fig. 6.59 *a*) iar caracteristica atenuare-frecvență este arătată în fig. 6.59 *b*.

Proiectarea filtrului prototip trece jos a fost tratată în [1 Cap. 7]. Gradul n al filtrului s-a stabilit neluîndu-se în considerație efectul pierderilor elementelor. În cazul în care factorul de calitate Q_n este finit, în special pentru filtre de bandă foarte înguste, caracteristica atenuare-frecvență diferă substanțial față de cazul $Q_n = \infty$. În cap. 7 se arată pe larg efectul pierderilor.

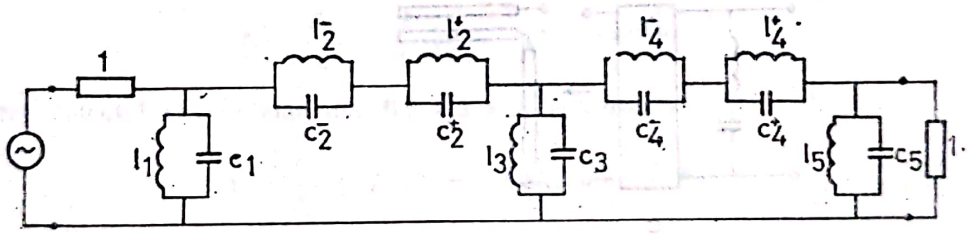


Fig. 6.60. FTB obținut prin transformarea FTJ ($n = 5$).

După stabilirea filtrului prototip corespunzător, circuitul se transformă în baza transformării FTJ—FTB (1 Cap. 11) în filtru prototip de bandă. Filtrul de bandă corespunzător celui din fig. 6.59 este indicat în fig. 6.60.

$$c_j = \frac{1}{l_j} = a c'_j \qquad j = 1, 3, \ldots, n \ (n \text{ impar})$$

$$c_k^+ = \frac{1}{l_k} = 2a\, c'_k \left(1 - \frac{\omega_k}{2a}\right) \qquad k = 2, 4 \ldots n-1$$

$$c_k^- = \frac{1}{l_k^+} = 2a\, c'_k \left(1 + \frac{\omega_k}{2a}\right) \qquad \omega_k = \frac{1}{l'_k\, c'_k}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$l_k = \frac{1}{c_k^-} = 2\,a l_k \left(1 - \frac{\omega_k}{2a}\right) \qquad a = \frac{f_0}{\delta}$$

$$l_k^- = \frac{1}{c_k^+} = 2a l_k \left(1 + \frac{\omega_k}{2a}\right) \qquad \delta = \omega_{t2} - \omega_{t1} \tag{6.26}$$

Relațiile de transformare (6.26) sînt relațiile de transformare FTJ—FTB din [1 Cap. 11], modificată pentru cazul filtrelor de bandă îngustă.

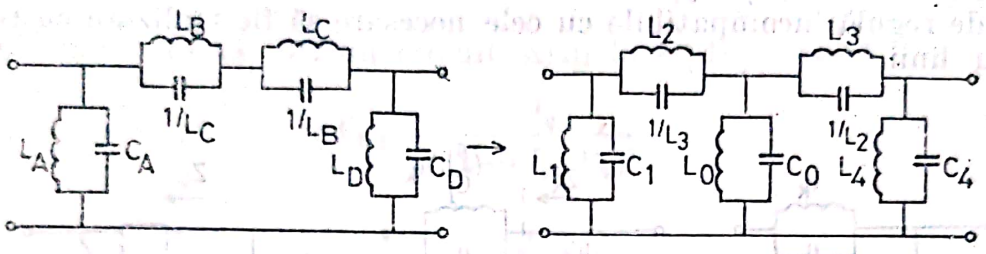


Fig. 6.61. Utilizarea transformării Geffe.

Dacă se încearcă să se realizeze circuitul din fig. 6.60 cu constanta concentrată în înaltă frecvență, sau cu linii de transmisiuni în microunde, apar capacități parazite în punctele a_1 și a_2 care nu pot fi înglobate în cele existente în circuit.

Pentru cazul circuitelor cu constanta concentrată există soluția utilizarii transformatei Norton pentru a izola circuitele derivație, așa după cum se vede în fig. 6.61 (Echivalența Geffe).

$$C_1 = \frac{nL_c - (1-n)\,L_A}{nL_A\,L_C} \qquad L_1 = \frac{nL_A\,L_B}{nL_B - (1-n)\,L_A}$$

$$L_2 = nL_B \qquad L_3 = nL_C$$

$$L_x = \frac{L_B\,L_C}{L_B + L_C} \qquad L_0 = \frac{n^2 L_x}{1-n} \tag{6.27}$$

$$C_4 = \frac{nL_B - (1-n)\,L_D}{nL_B\,L_D} \qquad L_4 = \frac{nL_C\,L_D}{nL_C - (1-n)\,L_D}$$

Pentru realizarea circuitului în microunde pe baza prototipului cu constante concentrate este necesar ca în cazul realizării cu linii TEM toate circuitele rezonante să fie transversale (shunt), iar în cazul circuitelor cu ghiduri de unde toate circuitele rezonante să fie dispuse serie.

În primul rînd se va analiza cazul realizării cu linii, respectiv cu dispunerea circuitelor transversal.

Circuitele dispuse serie, pot fi convertite în dispunere paralel utilizînd circuite inversoare. Folosind inversori și transformata Geffe, se obține circuitul din fig. 6.62, care este echivalent cu cel din fig. 6.60.

Scanned with OKEN Scanner

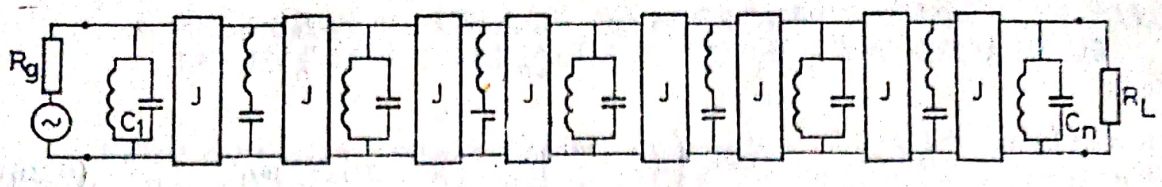


Fig. 6.62. FTB obținut utilizînd transformarea Geffe și inversori.

În fig. 6.63 se arată o porțiune din filtrul eliptic.

Elementele l_j și c_j, formează circuitul transversal dorit, însă de valori de regulă incompatibile cu cele necesare să fie realizate cu rezonatori cu linii.

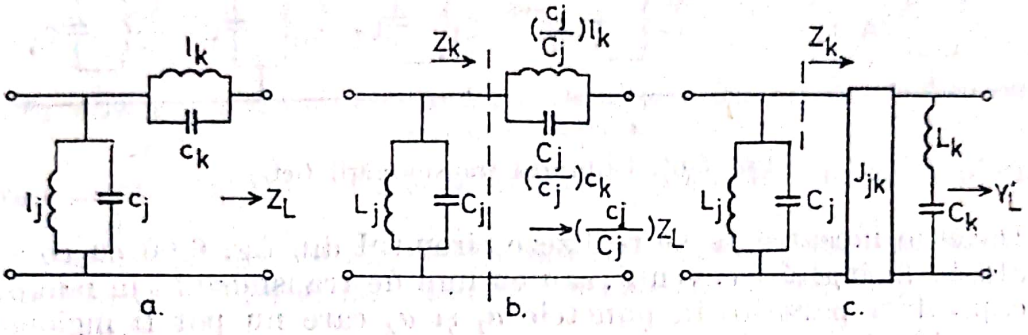


Fig. 6.63. Circuite echivalente.

Această greutate se înlătură după cum rezultă din fig. 6.63,a multiplicînd toate capacitățile cu $\frac{C_j}{c_j}$ și inductanțele și rezistențele de sarcină cu $\frac{c_j}{C_j}$. În continuare se introduce circuitul inversor (fig. 6.63) pentru a transforma circuitul serie în circuit paralel.

Valoarea constantei (admitanței) circuitului inversor, după cum s-a văzut în cap. 5 este dată de relația

$$J_{jk} = \sqrt{\frac{C_j\, c_k}{L_k\, c_j}} \qquad (6.28)$$

Valorile c_j și c_k sînt cele provenite din filtrul, normalizat trece jos după transformările menționate.

Valorile C_j și L_k sînt valori alese care se pot realiza prin rezonatori cu linii.

Cu acest procedeu, după cum rezultă și din exemplul 5 toți rezonatorii sînt transversali și prezintă nivele de impedanță acceptabilă. Problema nerezolvată încă este a nivelelor impedanțelor terminale, care în decursul transformărilor au suferit modificări și au devenit de valoare R_g și R_L. În cazul filtrelor de bandă îngustă acestea sînt ca ordin de mărime de cîteva ori mai mari decît valoarea dorită de 50 Ω.

Scanned with OKEN Scanner

Folosind inversori capacitivi, terminaţiile de 50 Ω pot fi transformate, să posede valorile dorite.

Relaţiile de inversare sînt

$$J_{0,1}^2 = \frac{1}{50 R_G}$$

$$J_{n,n+1}^2 = \frac{1}{50 R_L} \qquad (6.29)$$

Folosind o fantă într-un circuit strip line [31] rezultă

$$\omega C_{0,1} = \frac{J_{0,1}}{1-(J_{01} R_G)^2}$$

$$\omega C_{n,n+1} = \frac{J_{n,n+1}}{1-(J_{n,n+1})^2} \qquad (6.30)$$

Pentru cazul filtrelor de bandă îngustă aceste relaţii devin :

$$C_{0,1} = J_{0,1}$$

$$C_{n,n+1} = J_{n,n+1}$$

Pentru a obţine frecvenţa corectă a primului şi a ultimului rezonator, capacităţile acestora (C_1 şi C_n — (fig. 6.62) se reduc corespunzător cu valorile $C_{0,1}$ şi $C_{n,n+1}$.

Prototipul de filtru trece bandă se poate acum uşor converti în filtru eliptic de microunde realizat cu linii de transmisiuni TEM.

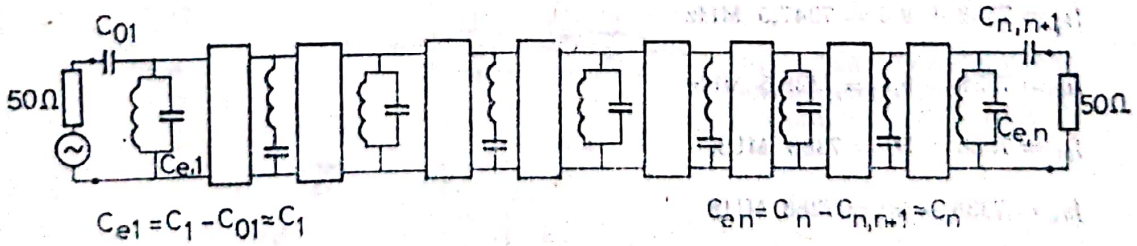


Fig. 6.64. Circuit final al filtrului trece bandă utilizînd inversoare.

Realizarea circuitului cu linii este indicată în fig. 6.64.

Realizarea capacităţilor şi inductanţelor în tehnica microundelor constituie o problemă deosebită.

În [35] se arată că o fantă realizată în tehnica micro-strip (fig. 6.65) este echivalentă cu un circuit în π de capacităţi, iar o discontinuitate (fig. 6.65) este echivalentă cu o capacitate.

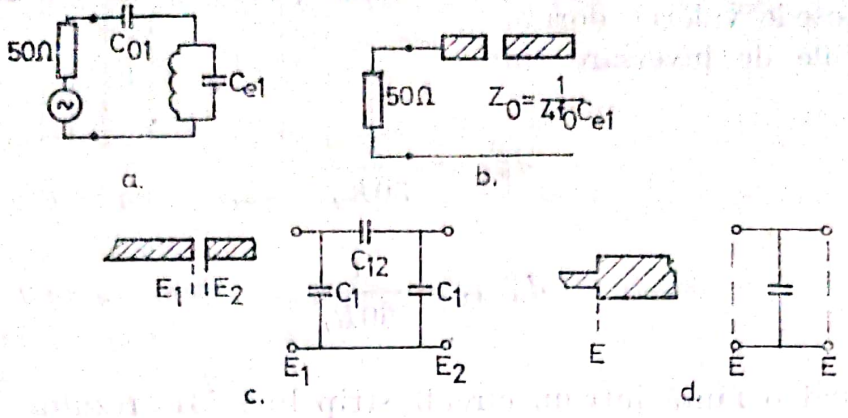


Fig. 6.65. *a*) Circuitul de intrare al filtrului ; *b*) Circuit în π echivalent al fantei ; *c*) Capacitatea echivalentă a unei discontinuităţi în tehnica microstrip.

Exemplul 6.6

Să se proiecteze un filtru eliptic trece bandă, de bandă foarte îngustă, ale cărui condiţii impuse de atenuare frecvenţă sînt (fig. 6.66) :

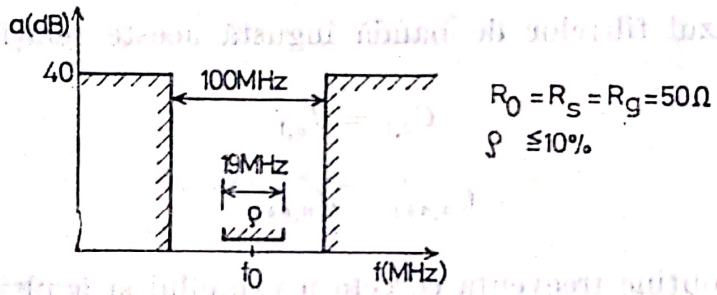


Fig. 6.66. Gabarit atenuare-frecvenţă impus filtrului.

Valorile frecvenţelor specifice rezultă :

$f_0 = 7338$ MHz

$f_{t_1} = 7338 + 9{,}5 = 7347{,}5$ MHz

$f_{t_2} = 7338 - 9{,}5 = 7328{,}5$ MHz

$f_{b_1} = 7338 + 50 = 7388$ MHz

$f_{b_2} = 7338 - 50 = 7288$ MHz

Pentru valorile normale se obţine :

$$\omega_{t_1} = \frac{f_{t_1}}{f_0} = 0{,}99870707$$

$$\omega_{02} = \omega_{t_1}^{-1} = 1{,}0012946$$

$$\omega_{b_1} = \frac{f_{b_1}}{f_0} = 1{,}993186$$

$$\omega_{b_2} = \omega_{b_1}^{-1} = 1{,}0068605$$

Scanned with OKEN Scanner

În continuare proiectarea se efectuează pe baza transformării de frecvență FTJ—FTB. Calculul frecvenței limită de trecere a filtrului trece jos prototip

$$\Omega_b' = \frac{\omega_{b2} - \omega_{b1}}{\omega_{t2} - \omega_{t1}} = \frac{0{,}0136745}{0{,}0025876} = 5{,}2846266$$

Se alege un FTJ — tip Cauer de tip C03 10.11 a cărei frecvență limită de blocare este

$$\Omega_b = 5{,}240843$$

Aceasta permite realizarea condițiilor impuse cu o oarecare rezervă. Rezultă $a_b = 47$ dB și $a_t = 0{,}043$ dB.

Pentru constanta de transformare a [1 cap. 11) se obține

$$a = \frac{\Omega_b}{\omega_{b2} - \omega_{b1}} = \frac{5{,}240843}{0{,}0136745} = 383{,}256$$

Celula aleasă este de tipul (fig. 6.67)

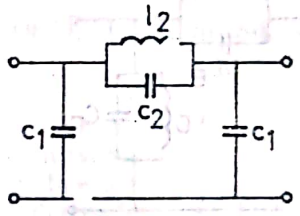


Fig. 6.67. FTJ — prototip tip C03.

Pentru valorile elementelor se obține

$c_1 = c_3 = 0{,}838402$; $\omega_\infty = 6{,}03767419$

$c_2 = 0{,}025587$

$l_2 = 1{,}072133$

Transformarea FTJ—FTB

Elementele c_1, l_2, c_2 se transformă astfel (fig. 6.68) :

$$c = \frac{1}{l} = ac_1 = 383{,}256 \times 0{,}834802 = 319{,}94287$$

$$= c^{-1} = 3{,}12555 \cdot 10^{-3}$$

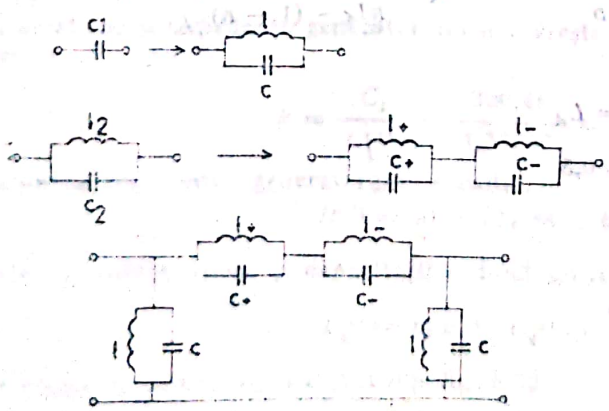


Fig. 6.68. Transformarea elementelor în cazul transformării FTJ—FOB.

În cazul filtrelor de bandă foarte îngustă se pot utiliza pentru calculul frecvențelor transformate ale polilor, relațiilor aproximative :

$$\Omega_{\infty+} = 1 + \frac{\omega_\infty}{2a} = 1{,}00787681$$

$$\Omega_{\infty-} = 1 - \frac{\omega_\infty}{2a} = 0{,}9921232$$

Scanned with OKEN Scanner

De unde $1 + \Omega^2_{\infty+} = 2{,}0158156$

$1 - \Omega^2_{\infty+} = 1{,}98430844$

$$c_+ = \frac{1}{l_+} = aC_2(1 + \Omega^2_{\infty-}) = 383{,}256 \times 0{,}025587 \times 1{,}98430844 = 19{,}458864$$

$l_- = 0{,}05139046$

$$c_- = \frac{1}{l_-} = ac_2(1 + \Omega_{\infty+}) = 19{,}767836$$

$l_+ = 0{,}05058722$

În continuare se utilizează transformarea Geffe pentru a izola, circuitele derivație între ele. Relațiile de transformare sînt:

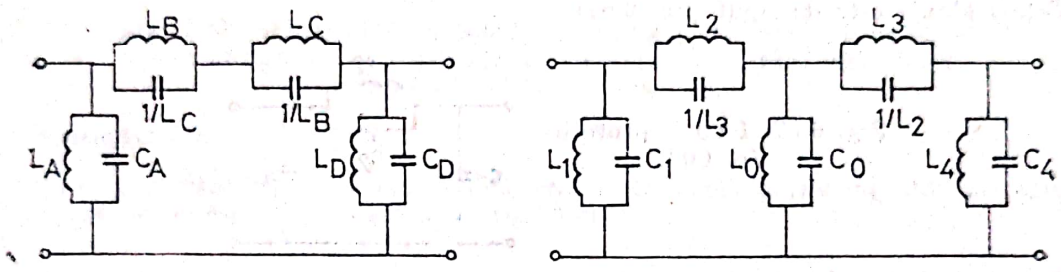


Fig. 6.69. Utilizarea transformării Geffe.

Notînd cu n constanta de transformare, rezultă

$$C_1 = \frac{nL_c - (1-n)L_A}{nL_A L_C} \qquad L_1 = \frac{nL_A L_B}{nL_B - (1-n)L_A}$$

$$L_2 = nL_B \qquad L_3 = nL_C$$

$$L_x = \frac{L_B L_C}{L_B + L_C} \qquad L_0 = \frac{n^2 Lx}{1-n}$$

$$C_4 = \frac{nL_B - (1-n)L_D}{nL_B L_D} \qquad L_4 = \frac{nL_C L_D}{nL_C - (1-n)L_D}$$

Pentru valorile elementelor

$L_A = 3{,}12555 \cdot 10^{-3}$ $\qquad L_D = L_A$

$L_B = 5{,}058722 \cdot 10^{-2}$ $\qquad n = 0{,}5$

$L_C = 5{,}139046 \cdot 10^{-2}$

se obțin valorile

$C_1 = 0{,}3004848 \cdot 10^3$

$L_1 = 3{,}3313804 \cdot 10^{-3}$

$L_2 = nL_B = 25{,}29361 \cdot 10^{-3}$

$L_x = 2 \cdot 549^2833 \cdot 10^{-2}$

$L_0 = 12{,}746416 \cdot 10^{-3}$

$C_4 = 0{,}3001758 \cdot 10^3$

$L_4 = 3{,}327955 \cdot 10^{-3}$

Scanned with OKEN Scanner

Se vor introduce circuite inversoare, care să permită realizarea circuitului în microunde, cu linii microstrip TEM. Se va căuta ca toate circuitele rezonante să fie dispuse transversal. Schema de principiu a circuitului care rezultă este (fig. 6.70).

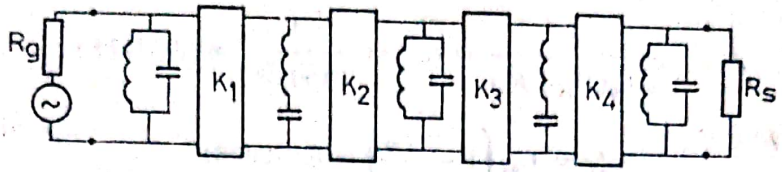


Fig. 6.70. Realizarea filtrului utilizînd circuite inversoare.

Admitanța inversorilor este dată de relația

$$J_{jk} = \sqrt{\frac{C_j\, c_k}{L_j\, c_j}}$$

$J = K^{-1}$ admitanța inversorului
c_j — capacitatea circuitului rezonant conectat transversal
c_k — capacitatea circuitului rezonant conectat serie

Circuitele rezonante derivație se realizează cu linii în $\frac{\lambda}{2}$ în gol, iar cele serie cu linii în gol de lungime $\frac{\lambda}{4}$ (fig. 6.71).

Ținînd seama de relația care dă valoarea admitanței inversorului și de cele ale impedanțelor caracteristice ale liniilor care realizează circuitele rezonante serie și derivație (fig. 6.71). Se obțin relațiile:

$$C_j = \frac{1}{4\, f_0\, Z_{Rj}}\,; \qquad L_k = \frac{Z_{Rk}}{8 f_0}$$

unde Z_{Rj} este impedanța liniei în $\frac{\lambda}{2}$ și Z_{Rk} a liniilor în $\lambda/4$ circuitele rezonante serie).

Înainte de a se introduce circuite inversoare se efectuează o primă transformare astfel încît impedanța caracteristică a liniei care realizează primul circuit rezonant derivație (L_1C_1) să fie de exemplu de 50 Ω.

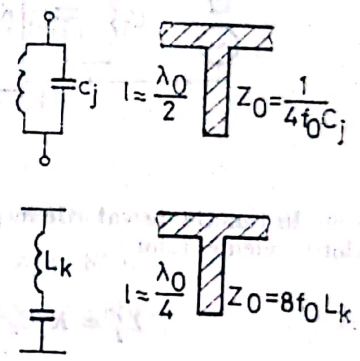


Fig. 6.71. Realizarea circuitelor rezonante derivație și serie cu linii în λ/2 și λ/4.

În baza relației $C_j = \frac{\pi R_0}{2 f_r Z_R}$ se obține valoarea capacității $C_1^{(1)} = 1{,}57007$.

În acest caz și impedanța generatorului se mărește în raportul în care a scăzut capacitatea respectiv

$$k = \frac{C_1}{C_1^{(1)}} = \frac{300{,}48}{1{,}57607} = 191{,}38$$

Valoarea rezistenței generatorului rezultă:

$$R_i^{(t)} = 50 \times 191{,}38 = 9569\ \Omega$$

Valorile inductanțelor și capacităților după această transformare rezultă

$$L_i^{(t)} = L_i\, k \quad \text{și} \quad C_i^{(t)} = \frac{C_i}{k}$$

Se obține în acest caz circuitul din fig. 6.72.

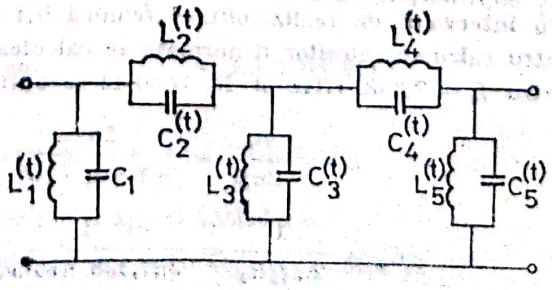


Fig. 6.72. FTB obținut prin transformarea FTJ—FTB.

Pentru adaptarea în final a impedanței filtrului transformat la rezistența generatorului (50 Ω), trebuie calculate valoarea capacităților $C_{01} = C_{n1}$ și a capacităților $C'_{01} = C'_{n1}$, în baza relațiilor :

$$C_{01} = \frac{1}{\sqrt{R_0(R_g - R_0)}} = C_{n1} = \frac{1}{\sqrt{190{,}38}} = 0{,}072475$$

$$C'_{01} = C_{01}\left(1 - \frac{R_0}{R_g}\right) = 0{,}0720964$$

$$C'_1 = C_1 - C'_{01} = 1{,}4979736$$

$$L'_1 = L_1 = 0{,}637487$$

Schema cu circuite inversoare rezultă (fig. 6.73).

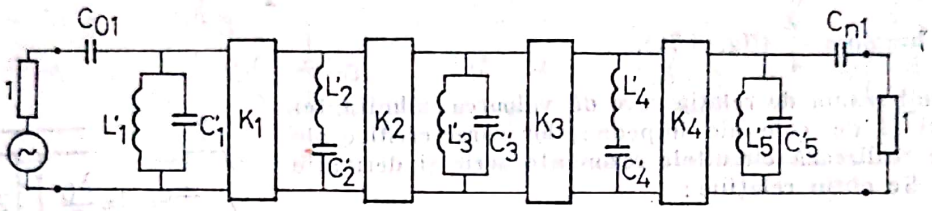


Fig. 6.73. Circuit cu inversoare.

În funcție de valorile impedanțelor relative ($K = J^{-1}$) a inversoarelor se obține pentru valorile elementelor :

$$L'_2 = K_1^2 C_2 = 0{,}813418 \qquad L'_4 = \frac{K_1^2 K_3^2}{K_2^2} = 0{,}322778$$

$$C'_2 = L_2/K_1^2 = 1{,}2101915 \qquad C'_4 = \frac{K_2^2}{K_1^2 K_3^2} L_4 = 3{,}1472058$$

$$L'_3 = \frac{K_2^2}{K_1^2} L_3 = 1{,}5611705 \qquad L'_5 = \frac{K_2^2 K_4^2}{K_1^2 K_3^2} L_5 = 0{,}6369126$$

$$C'_3 = \frac{K_1^2}{K_2^2} C_3 = 0{,}640545 \qquad C'_5 = \frac{K_1^2 K_3^2}{K_2^2 K_4^2} C_5 - C'_{01} = 1{,}496406$$

Pentru impedanțele inversoarelor s-au ales valorile :

$$K_1 = 2\,;\ K_2 = 1{,}6\,;\ K_3 = 1\,;\ K_4 = 1{,}25$$

astfel încît impedanțele caracteristice ale liniilor care realizează circuitele rezonante să fie cuprinse în intervalul de realizabilitate tehnică $0{,}4 \leqslant Z_0 \leqslant 2{,}5$.

Pentru calculul valorilor denormate se calculează mai întîi valorile nominale.

Pentru $f_0 = 7{,}338$ GHz și $R_0 = 50\ \Omega$ se obțin

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi f_0} = \frac{50}{2\pi 7{,}338 \cdot 10^9} = 1{,}0844572 \text{ nH}$$

$$C_0 = \frac{1}{2\pi f_0 R_0} = \frac{1}{2\pi 7{,}338 \cdot 10^9 50} = 0{,}43378289 \text{ pF}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru valorile denormate ale elementelor calculate pe baza relațiilor :

$L = lL_0$; $C = cC_0$ rezultă

$C_{01} = C_{n1} = 0{,}0314384$ pF $\qquad L_1' = 0{,}6913274$ nH

$C_1' = 0{,}6497953$ $\qquad L_2' = 0{,}882117$ nH

$C_2' = 0{,}52496037$ pH $\qquad L_3' = 1{,}6930226$ nH

$C_3' = 0{,}2778574$ pF $\qquad L_4' = 0{,}3500389$ nH

$C_4' = 1{,}365204$ pF $\qquad L_5' = 0{,}6907045$ nH

$C_5' = 0{,}6491153$ pF

Frecvențele de rezonanță a circuitelor rezonante rezultă

$f_{r1} = 7{,}5091358$ GHz ; $\qquad f_{r4} = 7{,}2805329$ GHz

$f_{r2} = 7{,}3959466$ GHz ; $\qquad f_{r5} = 7{,}516455$ GHz

$f_{r3} = 7{,}338$ GHz

Impedanțele caracteristice ale circuitelor rezonante derivație se calculează pe baza relației $Z_0 = \dfrac{1}{4f_rC}$ iar a celor rezonante serie pe baza relației $Z_0 = 8f_rL$

Pentru impedanțele caracteristice ale circuitelor rezonante se obține

$$Z_1 = \frac{1}{4 \cdot 7 \cdot 5091358 \cdot 0{,}6497953} = 51{,}2358\ \Omega$$

$$Z_3 = 122{,}614\ \Omega$$

$$Z_5 = 51{,}2395\ \Omega$$

$$Z_2 = 8 \cdot 7{,}3959466 \cdot 10^9 \cdot 0{,}882117 = 52{,}219\ \Omega$$

$$Z_4 = 20{,}38775\ \Omega$$

Lungimile de undă corespunzătoare frecvențelor de rezonanță de mai sus calculate în baza relației $\lambda = \dfrac{c}{f}$ rezultă :

$\lambda_1 = 3{,}995133$ cm ; $\qquad \dfrac{\lambda_1}{2} = 1{,}997567$ cm

$\lambda_2 = 4{,}056276$ cm ; $\qquad \dfrac{\lambda_2}{4} = 1{,}01407$ cm

$\lambda_3 = 4{,}0883074$ cm ; $\qquad \dfrac{\lambda_3}{2} = 2{,}044154$ cm

$\lambda_4 = 4{,}1205775$ cm ; $\qquad \dfrac{\lambda_4}{4} = 1{,}030144$ cm

$\lambda_5 = 3{,}991243$ cm ; $\qquad \lambda_{5/2} = 1{,}9956$ cm.

$z_{01} = 100\ \Omega$; $\quad z_{02} = 80\ \Omega$; $\quad z_{03} = 50\ \Omega$; $\quad z_{04} = 62{,}5\ \Omega$

Scanned with OKEN Scanner

Schema finală a circuitului cu constante concentrate și inversoare este (fig. 6.74):

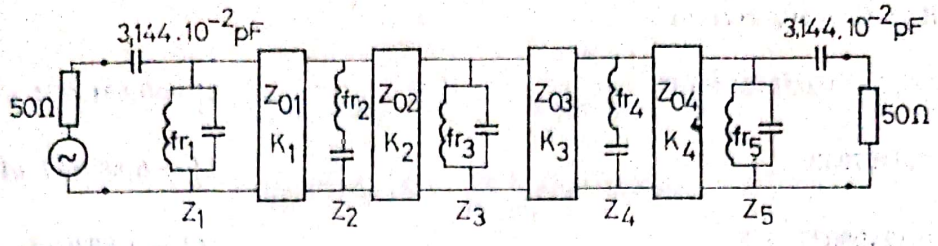


Fig. 6.74. Schema finală a filtrului de bandă.

Schema finală a circuitului cu linii TEM este

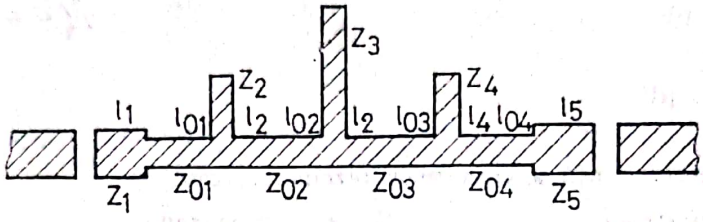


Fig. 6.75. Realizarea cu linii TEM a filtrului de bandă.

6.7. PROIECTAREA FILTRELOR CU LINII PE BAZĂ DE SINTEZĂ

În proiectarea filtrelor cu linii conectate în cascadă de o deosebită importanță este linia de lungime $\frac{\lambda_N}{4}$. Spre deosebire de impedanțele liniei în $\frac{\lambda_N}{4}$ în gol sau scurtcircuit care în baza relațiilor

$$Z_{sc} = j\omega Z \text{ și } Z_g = \frac{1}{j\omega\left(\frac{1}{Z}\right)}$$

pot fi privite ca impedanțele unor dipoli, matricea elementului unitate

$$A = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}} \begin{bmatrix} -1 & j\,\omega Z \\ \frac{j\omega}{Z} & 1 \end{bmatrix}$$

se privește ca un cuadripol, fără circuit analog cu constante concentrate.

Cu aceste 3 elemente și cu ajutorul transformării lui Richards se pot proiecta circuitele formate din elemente de linii de lungimi egale, pe baza metodelor cunoscute din teoria circuitelor cu constante concentrate.

Normarea frecvențelor și analogia circuitelor

După cum se observă din relația [4]:

$$\frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}$$

Scanned with OKEN Scanner

proprietățile circuitelor formate din secțiuni de linii de lungimi egale sînt periodice, de perioadă $2f_N$. Valorile absolute ale funcțiilor respective, cum ar fi de exemplu atenuarea sînt simetrice în raport cu frecvențele f'_N. În fig. 6.76 se arată dependența de frecvență f a atenuării filtrelor cu linii și similar dependența atenuării în funcție de variabila Ω.

Datorită transformării lui Richards:

$$\Omega = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_N}$$

domeniul $0 \leqslant f \leqslant f_N$ se transformă în domeniul $0 \leqslant \Omega \leqslant \infty$, atenuarea din fig. 6.76 este de tip trece jos iar cea din fig. 6.76 *b* de tip trece sus. Limita benzii de trecere f_t se transformă în punctul Ω_t:

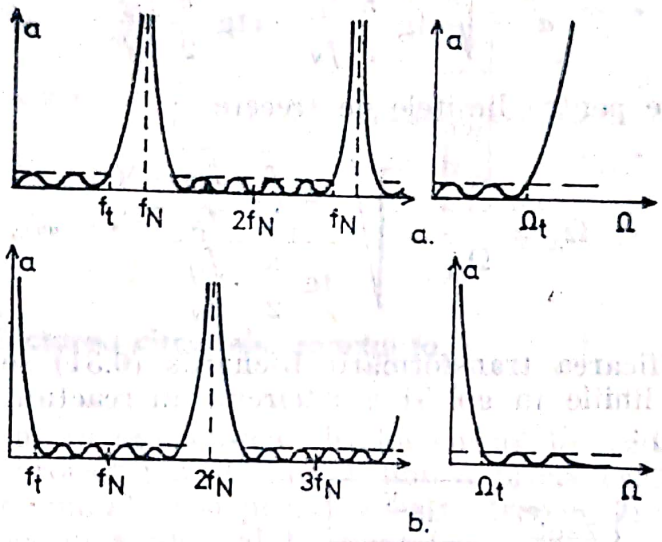


Fig. 6.76. Transformarea caracteristicilor de frecvență:
***a*) tip trece jos; *b*) trece sus; *c*) de bandă.**

Din fig. 6.76 se observă că pentru o selectivitate optimă a filtrului trece bandă, frecvența f_N datorită proprietăților de simetrie este dispusă în mijlocul benzii de trecere.

Rezultă că în baza relației

$$l = \frac{\lambda_N}{4} = \frac{v}{4f_N}$$

lungimea liniei este determinată de frecvența medie a benzii de trecere. Din cauza simetriei aritmetice a curbei de atenuare este suficient dacă pentru banda de trecere se specifică f_t.

6.7.1. Transformarea Richards modificată

Ca și în cazul filtrelor calculate pe bază și filtru prototip se recomandă și în acest caz să se introducă o modificare în transformarea Richards, astfel încît frecvențele Ω_t și $\Omega_0 = \sqrt{\Omega_{t1} \cdot \Omega_{t2}}$ din fig. 6.76 să se transforme în punctul $\Omega = 1$. Aceasta este posibil dacă transformarea Richards se definește astfel:

$$p = a \operatorname{th} \frac{\pi}{2} s \qquad (6.31)$$

Factorul a pentru cazul atenuării de tip trece jos sau trece sus se obține impunînd condiția ca $\Omega_t = 1 = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_t}{f_N}$. De unde

$$a = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_t}{f_N} \tag{6.32}$$

În mod similar se obține pentru cazul comportării tip trece bandă $\Omega_0^2 = \Omega_{t1}\Omega_{t2}$. Pentru $\Omega_0 = 1$ rezultă

$$\Omega_0 = 1 = a \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{t2}}{f_N}}$$

De unde :

$$a = \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t2}}{f_N}} \tag{6.33}$$

Similar se obține pentru limitele de trecere

$$\Omega_{t2} = \frac{1}{\Omega_{t1}} = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{t2}}{f_N}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{t1}}{f_N}}} \tag{6.34}$$

Prin modificarea transformării Richards (6.31) se obține pentru analogia dintre liniile în gol și scurtcircuit în reactanțele corespunzătoare (fig. 6.77) :

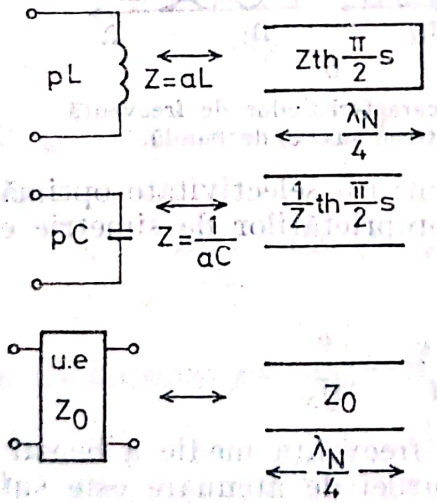


Fig. 6.77. Analogie între dipoli.

În fig. 6.77 se arată analogia dintre elementul unitate și cuadripolul cu linii. Noile relații se obțin din 6.31 ținînd seama că $p = aS$.

$$[A] = \frac{1}{\sqrt{1 - S^2}} \begin{bmatrix} 1 & Z_0 S \\ \frac{1}{Z_0} S & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - p^2}} \begin{bmatrix} a & Z_0 p \\ \frac{p}{Z_0} & a \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{th}^2 \frac{\pi S}{2}}} \begin{bmatrix} 1 & \operatorname{th} \frac{\pi s}{2} \\ \operatorname{th} \frac{\pi s}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

Scanned with OKEN Scanner

În fig. 6.78 sînt arătate echivalențele obținute în baza relației 6.31 între linii cuplate în $\frac{\lambda_N}{4}$ și circuitele echivalente cu elemente unitate. Z_{0e} este impedanța caracteristică pentru modul par, iar Z_{00} pentru modul impar

Fig. 6.78. Analogie între circuite formate din linii cuplate și circuite reactive:

a) $Z_{0e} = aL$

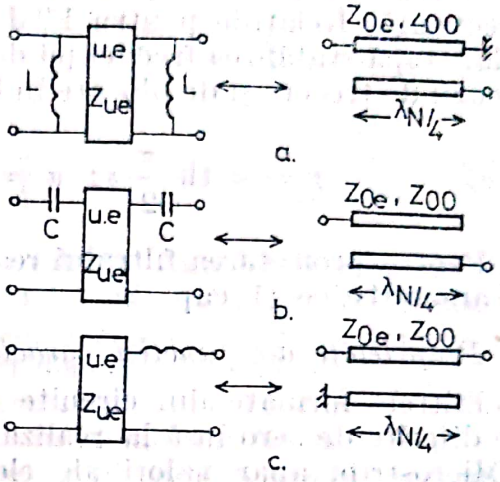
$$Z_{00} = \frac{aLZ_{ue}}{Z_{ue} + 2aL}$$

b) $$Z_{00} = \frac{1}{aC}$$

$$Z_{00} = 2\,Zue + \frac{1}{aC}$$

c) $Z_{0e} = a + Z_{ue} + \sqrt{aL(Z_{ue} + aL)}$

$Z_{0u} = aL + Z_{ue} - \sqrt{aL(Z_{ue} + aL)}$



6.7.2. Proiectarea circuitelor reactanță

Prima etapă în proiectarea filtrelor constă în rezolvarea problemei aproximării. În proiectarea filtrelor cu linii se proiectează mai întîi circuitul reactant corespunzător și pentru aceasta trebuie transpuse condițiile impuse în domeniul analog al frecvențelor.

Transformarea condițiilor impuse

Pentru efectuarea transformării trebuie mai întîi să se determine frecvența de normare f_N. Condițiile care dictează în acest caz sînt cele impuse în banda de blocare. În fig. 6.79 se indică calitativ schema de toleranțe a atenuării impusă unui FTB. Frecvența limită de blocare superioară f_{bs2}, fixează condiția pentru determinarea lui f_N.

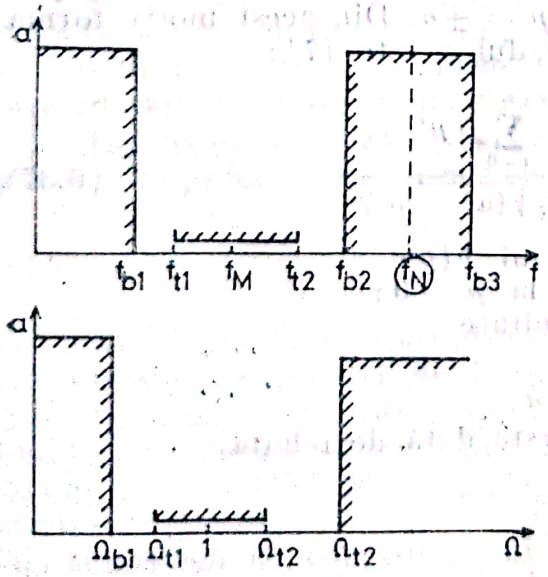


Fig. 6.79. Transformarea gabaritelor de frecvență.

După cum se observă din fig. 6.76, după cum se alege f_N se obține gabaritul de atenuare în domeniul frecvență pentru un FTJ sau FTS.

Din cauza periodicității funcțiilor filtrelor cu linii, condițiile impuse FTB se pot transforma în domeniul analog de frecvență, numai dacă frecvența maximă de blocare superioară f_{bs2} îndeplinește condiția:

$$f_{bs} \leqslant 4f_M - f_{t2} \qquad (6.35)$$

După cum se observă din fig. 6.77*c*, datorită simetriei atenuării în raport cu f_N valoarea limită inferioară a frecvenței f_N este :

$$f_{N\,min} = \frac{1}{2}(f_{b1} + f_{b2}) \tag{6.36}$$

Relațiile care se vor stabili se referă la FTB din domeniul analog de frecvență. Relațiile pentru FTJ și FTS derivă similar într-o formă simplă. După stabilirea frecvenței de normare f_N, se obțin limitele analoge ale benzii de trecere și de blocare în baza relațiilor (6.31) și (6.33) respectiv

$$p = a\ \text{th}\frac{\pi}{2}s;\quad a = \sqrt{\text{ctg}\frac{\pi}{2}\frac{f_{t2}}{f_N}\,\text{ctg}\frac{\pi}{2}\frac{f_{t1}}{f_N}}$$

Pentru proiectarea filtrului reactiv se pornește de la stabilirea funcției caracteristice (1 cap. 5).

Proprietăți ale funcției caracteristice

Filtrele formate din circuite cu linii pot realiza poli la frecvențe finite diferite de zero însă la realizarea sub formă de circuite cu Stripline sau Microstrip, apar valori ale elementelor greu de realizat.

În acest capitol se vor examina numai filtre care au poli în domeniul analog al frecvențelor la $\Omega = 0$ și $\Omega = \infty$.

Ținînd seama de matricea lanț a elementului unitate

$$A = \frac{1}{\sqrt{a^2 - p^2}}\begin{bmatrix} a & pZ \\ \dfrac{p}{Z} & a \end{bmatrix}$$

și relația dintre parametrii lanț și funcția caracteristică

$$K(p) = \frac{1}{2}(A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22})$$

se observă că funcția $K(p)$, a circuitelor cu elemente unitate conține poli pe axa reală a planului p, în punctele $p = \pm a$. Din acest motiv forma generală a funcției caracteristice de gradul n este [7]:

$$K(p) = \frac{F(p)}{G(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{k} f_i\, p^i}{p^{n_0}\sqrt{(a^2 - p^2)^n}} \tag{6.37}$$

unde k este gradul numărătorului lui $F(p)$
n_0 — multiplicitatea polilor la $p = 0$;
n — numărul elementelor unitate

Pentru $k \geqslant n_0 + n \quad m = k$
iar pentru $k \leqslant n_0 + n \quad m = m_0 + n$

Multiplicitatea polilor la $p = \infty$ este dată de relația

$$n_\infty = m - n_0 - n$$

Coeficienții f_i ai polinomului de la numărător $F(p)$ se determină cu ajutorul procedeului de aproximare astfel încît să îndeplinească condițiile impuse. Relațiile în acest caz fiind mai complicate proiectarea se va exem-

Scanned with OKEN Scanner

plifica mai întîi pentru cazul aproximării maxim plate unde $F(p)$ se determină simplu.

Pentru ca circuitul să fie simplu de realizat tehnic numărul minim al elementelor unitate n_{min} trebuie să satisfacă relația $n_{min} > n_0 + n_\infty$.

Aceasta este necesar pentru a avea posibilitatea ca în dispunerea circuitului fiecare element care realizează un pol de atenuare să poată fi spațial separat prin elemente unitate.

Lungimea totală l_t a circuitului care realizează filtre cu linii interconectate se obține din relația

$$l_t = n \frac{\lambda_N}{4} \tag{6.38}$$

În cazul filtrelor cu linii și în special în tehnica filmelor subțiri, lungimea circuitelor este o mărime care determină complexitatea (volumul). Din relația (6.38) se observă că se poate păstra aceeași lungime a circuitului chiar dacă se mărește gradul filtrului și deci și numărul m al elementelor unitate, dacă se micșorează lungimea de undă λ_N corespunzătoare, deci mărirea frecvenței de normare. Deci în cazul filtrelor cu linii nu există o relație directă între dimensiunea fizică a filtrului și gradul acestuia.

Realizarea circuitului

În realizarea circuitelor reactanțe analoage și în cazul filtrelor reactanță, din funcția caracteristică K(p) se determină funcția de transmisie $H(p)$

$$H(p) = \frac{E(p)}{G(p)} \tag{6.39}$$

Polinomul $E(p)$ se determină din relația lui Feldtkeller:

$$E(p)\ E(-p) = F(p)F(-p) = +G(p) - G(p) \tag{6.40}$$

Elementele circuitului se pot determina prin descompunerea fie a reactanțelor în scurtcircuit sau în gol [1] [2], fie pornind de la impedanța de intrare de lucru. În ambele cazuri se recomandă ca normarea să se facă în raport cu rezistența internă a generatorului.

În cele ce urmează se va ilustra realizarea circuitului prin descompunerea impedanței de lucru normată, respectiv

$$Z(p) = \frac{E(p) - F(p)}{E(p) + F(p)} \tag{6.41}$$

deoarece în acest caz, raportul transformatorului ideal de la ieșire, respectiv valoarea rezistenței de închidere rezultă direct.

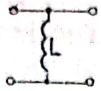
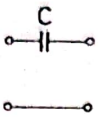
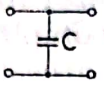
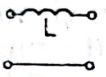
Dacă în relația (6.41) se înlocuiește $F(p)$ prin $F(-p)$ nici valoarea absolută a funcției caracteristice și deci nici atenuarea nu se modifică însă se obține circuitul dual, care poate fi important din punct de vedere al realizării practice.

Sinteza este relativ simplă deoarece nu există poli la frecvențe finite, diferite de zero. În tabelul 6.2 sînt recapitulate relațiile de calcul pentru extragerea polilor de la frecvențele zero și infinit.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 6.2

Extragerea polilor de atenuare de la $p = 0$ și $p = \infty$

Frecvența polului p	$Z(p)$	Circuitul	Relația de descompunere	Funcția rest
0	0		$L = \lim_{p\to 0} \frac{Z}{p}$	$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{Z} - \frac{1}{pL}$
	∞		$C = \lim_{p\to 0} \frac{1}{pZ}$	$Z_1 = Z - \frac{1}{pC}$
∞	0		$C = \lim_{p\to \infty} \frac{1}{Z}$	$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{Z} - pC$
	∞		$L = \lim_{p\to 0} \frac{Z}{p}$	$Z_1 = Z - pL$

Impedanța caracterististică Z_{ue} a unui Element Unitate (u.e) se calculează în acest caz din impedanța de descompunere pe baza relației

$$Z_{ue} = Z(a) \tag{6.42}$$

După Richards [16] funcția rest după extragerea acestui element unitate este

$$Z_1(p) = Z_{ue}\frac{pZ_{ue} - aZ(p)}{pZ(p) - aZ_{ue}} \tag{6.43}$$

Gradul funcției $Z_1(p)$ sub această formă este cu o unitate mai mare decît al lui $Z(p)$. Se observă că pentru $p = a$ atît polinomul de la numărător cît și cel de la numitor se anulează și deci fracția se simplifică cu $p-a$. Se va arăta că atît numărătorul cît și numitorul lui $Z_1(p)$ conțin încă o rădăcină comună și anume

$$p = -a, \text{ dacă } Z(a) = -Z(-a) \tag{6.44}$$

Această condiție în cazul extragerii unui element unitate este îndeplinită.

Dacă în relația (6.40) se înlocuiește numitorul $G(p)$ al funcției caracteristice prin valoarea sa din relația (6.37) se obține:

$$E(p)\ E(-p) - F(p)F(-p) = -p^2(a^2 - p^2)^m \tag{6.46}$$

Se observă că pentru $p = \pm a$ este îndeplinită condiția

$$E(a)\ E(-a) - F(a)\ F(-a) = 0 \tag{6.47}$$

și deci $Z(a) = -Z(-a)$.

În concluzie prin extragerea unui element unitate gradul lui $Z(p)$ scade cu o unitate.

De menționat că după extragerea celor n elemente unitate, se mai pot extrage în continuare elemente unitate care au caracter de trece tot și deci nu influențează caracteristica de atenuare.

Scanned with OKEN Scanner

După extragerea tuturor polilor lui $K(s)$, rămîne o constantă drept impedanță de descompunere, care reprezintă rezistența de închidere sub formă normată.

Relații de echivalență

În realizarea circuitului analog reactanță principial polii pot fi extrași în orice ordine, ca apoi cu relațiile de echivalență din tabelul 5.2 circuitul să se transforme în altul cu alte ordine de dispunere a polilor. Este necesar ca deja de la descompunere să se țină seama ca în configurația care rezultă să se poată efectua operații de optimizare echivalente, care să permită realizări practice cu circuite cu linii de valori convenabile. Aceasta se poate face chiar dacă este necesar să fie introduse elemente redundante.

Transformarea circuitului reactiv într-un circuit cu linii de valori permise

În continuare se va exemplifica transpunerea unui circuit reactanță normat pe rezistența de închidere a generatorului, într-un circuit cu linii. În fig. 6.80 este arătat un circuit reactiv format din trei elemente unitate de impedanță caracteristică Z_1, Z_2 și Z_3 și o inductanță transversală L. Funcția caracteristică corespunzătoare, este de gradul 4 și are un pol la zero deci

$$K(p) = \frac{\sum_{i=0}^{4} f_i p^i}{p\sqrt{a^2 - p^2}}$$

În fig. 6.80 se arată și circuitul cu linii, care se obține simplu pe bază de analogie. Elementele unitate se transpun în secțiuni de linii conectate în cascadă, iar inductanța transversală se transpune într-o linie scurt-circuitată la capăt.

Un astfel de circuit se poate realiza în tehnica filmelor subțiri.

Lungimea secțiunii de linii este $\frac{\lambda_N}{4}$, iar lățimea este determinată de impedanța caracteristică.

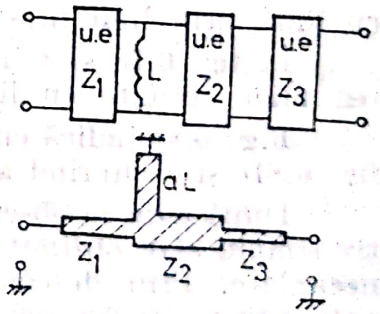


Fig. 6.80. Transformarea unui circuit analog reactiv într-un circuit cu linii.

Spre deosebire de filtrele reactanță în care se permite o gamă relativ largă de valori a elementelor componente la realizarea practică, în cazul circuitelor cu linii, gama valorilor permise este relativ restrînsă. În tehnica filmelor subțiri pentru impedanțe caracteristice, valorile realizabile sînt cuprinse între 10 și 150Ω.

De bază în proiectarea filtrelor cu linii este problema sintezei circuitului cu valori ale componentelor, practic realizabilă. În acest sens există mai multe posibilități. Mai întîi se va încerca utilizarea analogiei schemelor echivalente și eventual, introducerea unor elemente redundante pentru a se obține valorile convenabile. Astfel, în fig. 6.81 sînt ilustrate cîteva circuite echivalente cu cel din fig. 6.80.

Scanned with OKEN Scanner

Toate circuitele echivalente din fig. 6.81 sînt obținute prin descompunerea inductanței transversale din fig. 6.80 și utilizarea unor circuite echivalente, astfel încît inductanțele parțiale să fie dispuse în circuitul analog reactanță în locul dorit. Liniile punctate separă cuadripoli reactanți care apoi sînt echivalați cu circuite cu linii corespunzătoare.

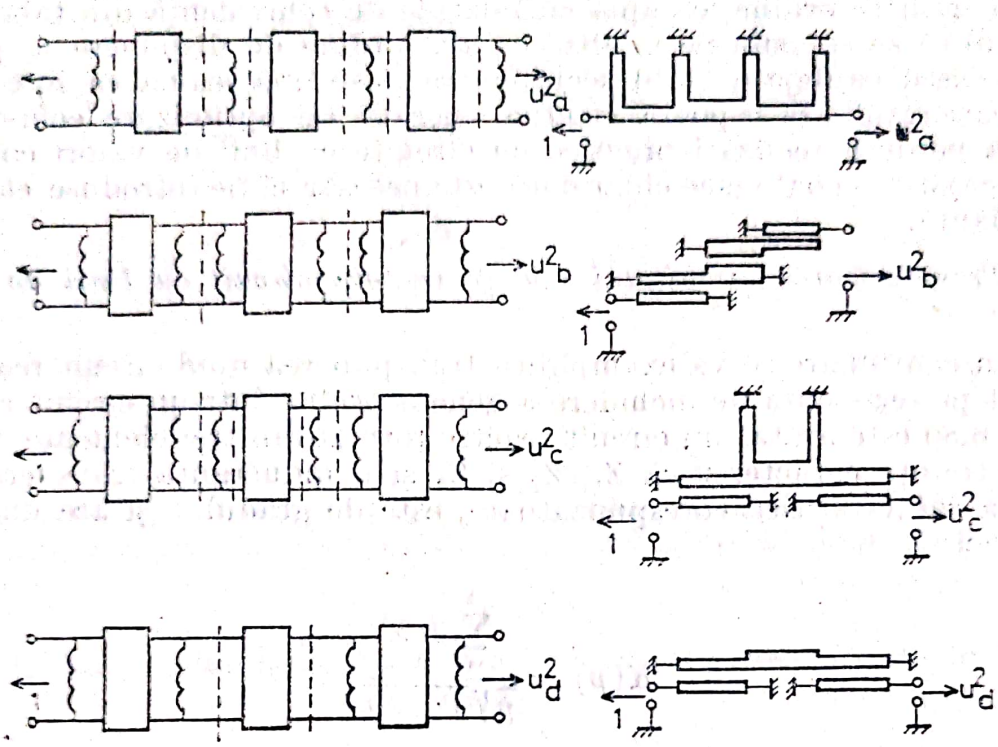


Fig. 6.81. Circuite echivalente.

Inductanțele transversale din fig. 6.81 sînt realizate în circuitele cu linii, prin linii în scurtcircuit.

În fig. 6.78 sînt indicate relații de echivalență care permit realizarea unor circuite cu linii cuplate.

Fig. 6.81 indică circuitul și realizarea cu linii cuplate. Circuitele din fig. 6.81*c* și *d* cuprind atît linii cuplate cît și necuplate.

După cum se observă din fig. 6.80 și 6.81 pentru un exemplu relativ simplu s-au obținut o serie de circuite echivalente cu linii cuplate și necuplate. Prin descompuneri diferite ale inductanței transversale se pot obține circuite echivalente, cu aceeași configurație, însă cu valori diferite pentru elemente. Valorile convenabile din punct de vedere al realizării se obțin printr-un procedeu de optimizare care de regulă conține două etape. Prima etapă constă în utilizarea schemelor echivalente pentru obținerea din circuitul original un circuit cu o schemă realizabilă. Etapa a doua constă în modificarea valorilor elementelor pînă se obțin valori cuprinse în gama valorilor tehnice realizabile. Prima etapă se rezolvă prin încercări succesive, iar a doua de regulă printr-un proces de iterații. Rezistența de închidere din secundar și prin aceasta raportul de transformare al transformatorului ideal de la ieșire (u^2) se impune și aceasta constituie o condiție impusă procesului de optimizare.

Scanned with OKEN Scanner

6.7.3. Proiectarea filtrelor simetrice cu linii

Pentru procesul de optimizare, respectiv de obținere a gamei de valori convenabile pentru realizarea practică, un avantaj important îl constituie filtrele simetrice, respectiv circuitele formate din două jumătăți dispuse simetric în oglindă. Avantajul constă în aceea că optimizarea se poate face pentru circuitul format din jumătate din elemente. Această clasă de filtre prezintă o importanță deosebită deoarece rezolvă cea mai mare parte a necesităților practice. Filtrele cu terminații inegale cel puțin pentru o fază inițială pot fi proiectate sub formă simetrică.

Un cuadripol simetric se caracterizează printre altele prin aceea că parametrii lanț A_{11} și A_{22} sînt egali. Pentru filtrele trece sus și filtrele trece bandă rezultă că funcția caracteristică $K(p)$ este o funcție impară și numărul polilor la $\omega = 0$ este un număr impar. Aceasta înseamnă că polinomul $F(p)$ $\left[(K(p) = \frac{F(p)}{G(p)}\right]$ este un polinom par și $G(p)$ polinom impar.

De exemplu dacă polinomul $F(p)$ al funcției caracteristice din fig. 6.80 este par circuitul care realizează această funcție este simetric și raportul de transformare de la ieșire (n) este egal cu unu. Tot în cazul circuitelor din fig. 6.80 se observă că prescriind raportul de transformare de la ieșire, pentru descompunerea inductanței transversale, în cazurile circuitelor echivalente din fig. 6.81 (a, b, c) există un singur grad de libertate, iar pentru cel din fig. 6.81, d, nici unul.

În continuare se va analiza realizarea unui filtru simetric, care conține un singur pol la zero și n elemente unitate. Mai întîi trebuie diferențiat dacă n este număr par sau impar.

Dacă n este par se extrag mai întîi $\frac{n}{2}$ elemente unitate și apoi polul de la $p = 0$. Datorită simetriei prin aceasta întregul circuit este cunoscut. Dacă n este impar, se extrag mai întîi $\frac{n-1}{2}$ elemente unitate. După extragerea polului de la $p = 0$ și a încă unui element unitate, ținînd seama de echivalența din fig. 6.82 pentru aceste ultime două elemente, se determină circuitul întregului filtru.

În fig. 6.83 se ilustrează structura acestor circuite, pentru cazul n par și n impar.

În general circuitele care se obțin sub această formă sînt tehnic irealizabile din cauza valorilor elementelor. Se încearcă în cadrul procesului de optimizare a elementelor să se descompună inductanța transversală în mai multe inductanțe parțiale și apoi să se transforme circuitul care rezultă, pe baza echivalenței din tabelul 5.2, astfel încît între două elemente unitate să rezulte cel mult o inductanță parțială.

Descompunerea optimă a inductanței se obține pe baza unui proces iterativ.

În procesul de optimizare pot interveni și alte condiții impuse de specificul structurii circuitului.

Datorită simetriei procesul se poate limita la o jumătate a circuitului. În acest caz raportul de transformare de la ieșire este obligatoriu unu. Rapoartele de transformare ce apar în prima jumătate a circuitului se compensează în două jumătăți simetrice. Din acest motiv optimizarea în cazul filtrelor simetrice se simplifică esențial.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul realizării filtrelor simetrice generale cu linii, se procedează similar. Trebuie făcută distincția între cazurile în care n_∞ este zero sau mai mare ca zero. Dacă $n_\infty > 0$ atunci

dacă : n este par n_∞ este impar.

n este impar n_∞ este par.

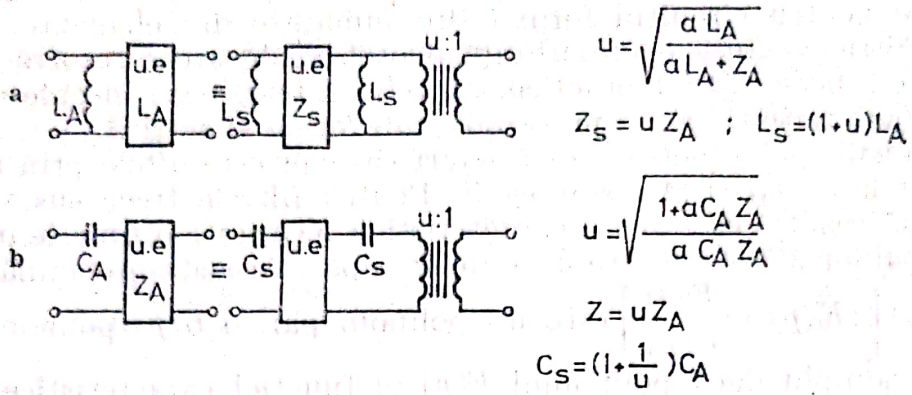


Fig. 6.82. Echivalențe ale circuitelor simetrice :

$$a) \quad u = \sqrt{\frac{aL_A}{aL_A + Z_A}}$$

$$Z_s = uZ_A \; ; \; L_s = (1+u)L_A$$

$$u = \sqrt{\frac{1 + aC_A Z_A}{aC_A Z_A}}$$

$$Z = uZ_A \; ; \; C = \left(1 + \frac{1}{u}\right) C_A$$

Dacă n este par, atunci se extrag în orice ordine $\frac{n_0 - 1}{2}$ poli la $p = 0$, $\frac{n}{2}$ elemente unitate și dacă $n_\infty > 0$, $\frac{n_\infty - 1}{2}$ poli la $p = \infty$.

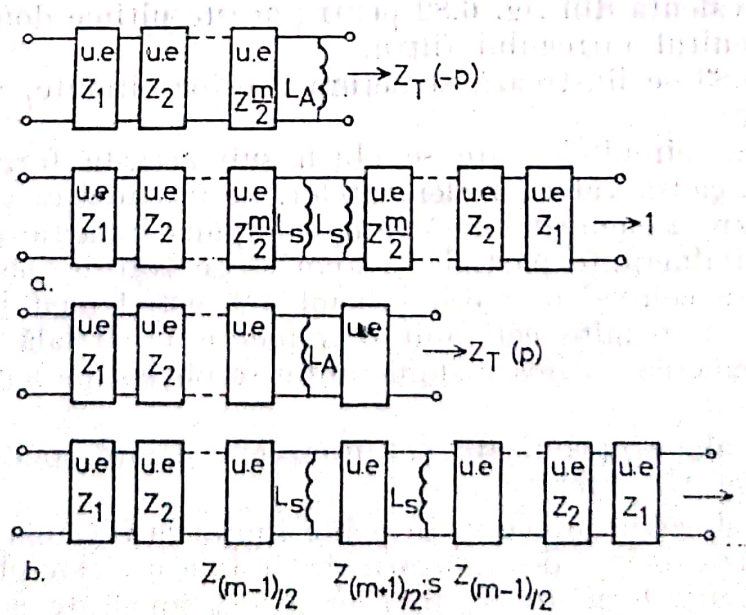


Fig. 6.83. Descompunerea în circuite parțiale, a unui circuit simetric : *a*) n par ; *b*) n impar.

Scanned with OKEN Scanner

După descompunerea a încă unui pol la zero și unul la infinit (dacă $n_\infty > 0$) datorită simetriei, întregul circuit este cunoscut.

Dacă n este impar se extrag de asemenea $\frac{n_0 - 1}{2}$ poli la $p = 0$, $\frac{n-1}{2}$ elemente unitate și $\frac{n_\infty}{2}$ poli la $p = \infty$.

După descompunerea a încă unui pol la $p = 0$ și a unui element unitate și a echivalențelor indicate în fig. 6.82 se obține întregul circuit.

Forma funcției caracteristice trebuie astfel stabilită încît numărul elementelor unitate să fie mult mai mare decît suma polilor de la zero și infinit, pentru a rezulta suficiente grade de libertate în procesul de optimizare al valorilor elementelor.

În cazul general procesul de optimizare devine complicat deoarece trebuie să existe suficiente grade de libertate pentru a se putea varia ordinea de extragere a polilor și pentru a putea descompune inductanțele și capacitățile în moduri diverse și transforma în mod corespunzător circuitele respective.

Exemplu de optimizare a valorilor elementelor

Un filtru de tip trece sus, cu linii și care are un singur pol la zero și 3 elemente unitate, are o schemă de principiu de tipul (fig. 6.84):

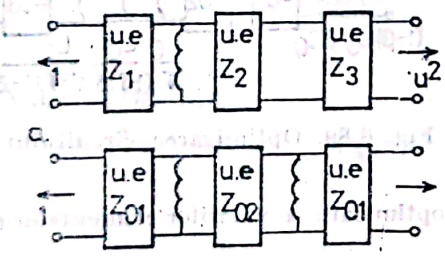


Fig. 6.84. Realizarea FTS în domeniul analog reactanță.

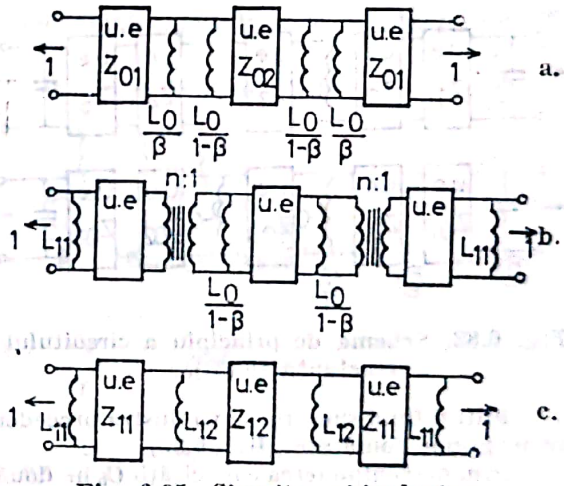


Fig. 6.85. Circuite echivalente:

$$u = 1 + \frac{\beta Z_{01}}{aL_0}; \qquad Z_{11} = uZ_{01}$$

b)

$$L_{11} = u\frac{L_0}{\beta} \qquad (0 < \beta < 1)$$

$$L_{11} = \frac{Z_{01}}{a} + \frac{L_0}{\beta}; \quad L_{12} = \frac{L_0}{1-\beta}\left(1 + \beta\frac{Z_{01}}{aL_0}\right)^2$$

c)

$$Z_{11} = Z_{01}\left(1 + \beta\frac{Z_{01}}{aL_0}\right); \quad Z_{12} = Z_{02}\left(1 + \beta\frac{Z_{01}}{aL_0}\right)^2$$

S-a utilizat echivalența din fig. 6.82, a pentru a se obține închideri simetrice la ambele capete și a rezultat circuitul echivalent din fig. 6.84*b*.

În continuare inductanța L_0 se poate descompune în două inductanțe parțiale conectate în paralel, de valori ilustrate în fig. 6.85.

Scanned with OKEN Scanner

Se recomandă ca pentru β să se aleagă valoarea optimă, pentru obținerea unor valori de elemente convenabile. Un criteriu poate fi ca valorile inductanțelor $L_{11} = L_{12}$.

În fig. 6.86 se arată schema de principiu a FTS realizat cu linii. Atenuarea în funcție de frecvență este ilustrată în fig. 6.87.

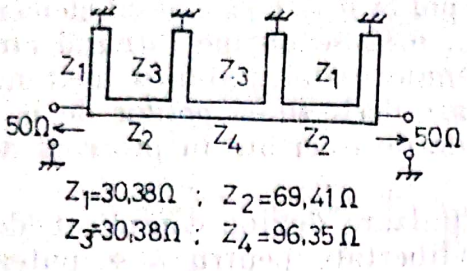


Fig. 6.86. Circuit optimizat cu linii.

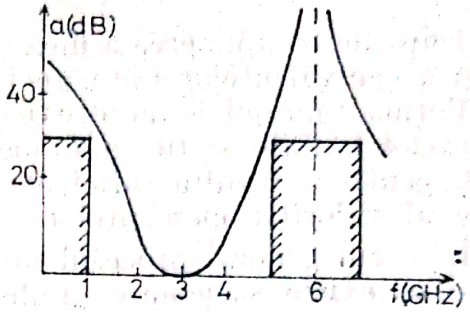


Fig. 6.87. Caracteristica de atenuare frecvență obținută.

Exemplul 6.7

În continuare se va exemplifica procedeul de optimizare a valorilor elementelor pentru cazul unui FTB, care conține un pol la frecvența zero ($n_0 = 1$), doi poli la infinit ($n_\infty = 2$) și cinci elemente unitate ($n = 5$).

Schema de principiu a filtrului reactanță este ilustrată în fig. 6.88.

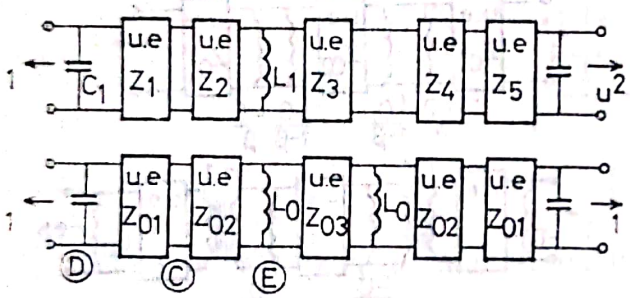


Fig. 6.88. Schema de principiu a circuitului reactanță (FTB).

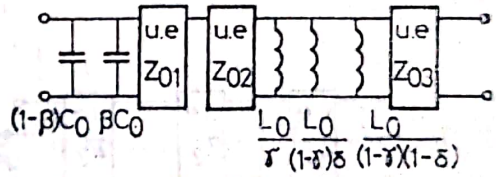


Fig. 6.89. Optimizarea circuitului FTB.

Filtrul fiind simetric se va ilustra procedeul de optimizare a valorilor elementelor numai pentru prima jumătate (fig. 6.89).

Prin descompunerea capacității C_0 în două capacități și a inductanței în trei inductaațe, se obțin trei grade de libertate date de parametrii.

În continuare trebuie avut în vedere că transformarea capacității C_0 împreună cu Z_0 conduce la o inductanță serie (tabelul 5.2). Această inductanță serie împreună cu elementul unitate Z_{02} se transformă iarăși în capacitate derivație.

Inductanța transversală se propagă prin Z_{02} și Z_{01} tot ca inductanță transversală.

Schema finală care se obține după această optimizare este ilustrată în fig. 6.90.

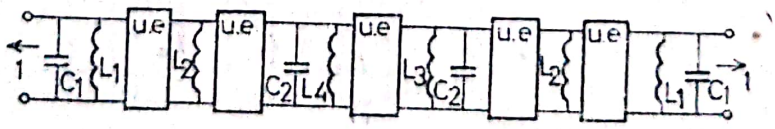


Fig. 6.90. Circuitul analog reactanță al FTB ($n_0 = 1$, $n_2 = 2$, $n = 5$).

Fie următoarele valori pentru circuitul din fig. 6.89, *b*:

$Z_{01} = 0{,}814883$ $\qquad$ $C_0 = 1{,}679065$

$Z_{02} = 0{,}023929$ $\qquad$ $L_0 = 0{,}047585$

$Z_{03} = 0{,}270599$ $\qquad$ $a = 1{,}5013022$

Scanned with OKEN Scanner

După cum s-a menționat, circuitul fiind simetric, se aplică transformări succesive numai jumătății din stinga :

a) Se descompune capacitatea C_0, în două capacități conectate în paralel respectiv :

$$C_1 = 0{,}7 \quad C_0 = 1{,}175346 ; \qquad C_1' = 0{,}3 \quad C_0 = 0{,}503719$$

b) Se deplasează capacitatea C_1', în punctele C—F (fig. 6.89, b) prin două transformări Kuroda succesive de tip I1 și I2 tabelul 5.2 și se obține fig. 6.91.

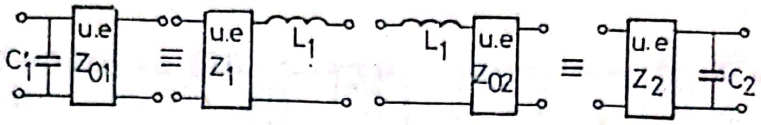


Fig. 6.91. Utilizarea transformărilor Kuroda.

Valorile elementelor :

$$Z_1 = \frac{Z_{01}}{1 + aC_1' Z_{01}} = 0{,}5041835$$

$$L_1 = C_1' Z_{01} Z_1 = 0{,}2069532$$

$$Z_2 = Z_{02} + aL_1 = 0{,}3346283$$

$$C_2 = \frac{L_1}{Z_{02} Z_2} = 25{,}845504$$

c) Se descompune inductanța L_0, în trei inductanțe parțiale conectate în paralel (fig. 6.92).

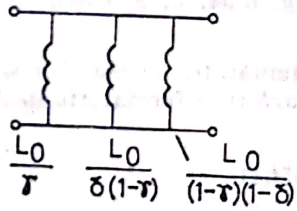


Fig. 6.92. Descompunerea inductanței L_0 în 3 inductanțe paralel.

Valorile elementelor

$$\gamma = 0{,}08 \qquad L' = \frac{L_0}{\gamma} = 0{,}5948$$

$$\delta = 0{,}35 \qquad L'' = \frac{L_0}{\delta(1-\gamma)} = 0{,}147776$$

$$L''' = \frac{L_0}{(1-\gamma)(1-\delta)} = 0{,}0795719$$

d) Inductanța L''' se păstrează în punctele $C—F$ (fig. 6.89), L' se deplasează în $A—D$ iar L'' în punctele $B—E$ prin transformări Kuroda de tip I-5 (tabelul 5.2) (fig. 6.93, *a*).

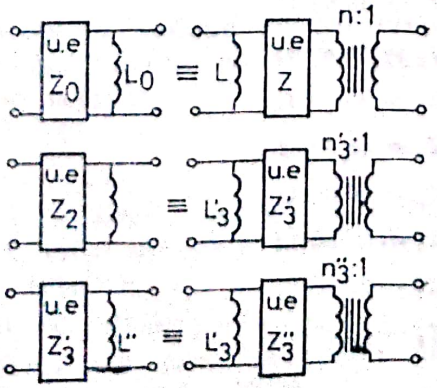


Fig. 6.93. Transformări Kuroda de tip I-5.

Pentru valorile elementelor din fig. 6.93 se obține:

$$n = 1 + \frac{Z_0}{aL_0} \qquad Z = nZ_0 \qquad L = nL_0$$

$n_3' = 1{,}374734$; $Z_3' = 0{,}460025$; $L_3' = 0{,}817692$

$n_3'' = 2{,}0971617$; $Z_3'' = 0{,}964747$; $L_3'' = 0{,}585699$

g) Se deplasează L_3' în punctele $A-D$ și se obține circuitul din fig. 6.94.

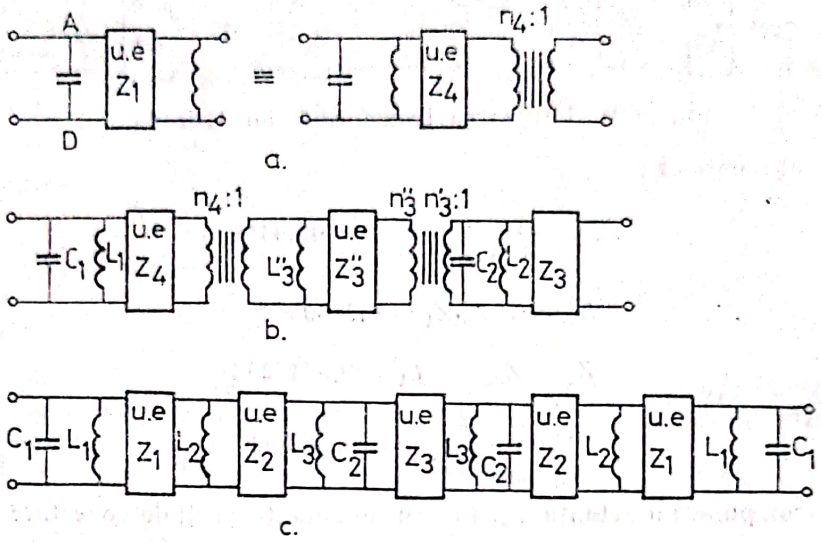


Fig. 6.94. *a*, *b*) Circuite echivalente; *c*) Circuitul final.

Deci pentru jumătatea circuitului s-a obținut schema din fig. 6.94.*b*

h) Se deplasează transformatorii ideali spre dreapta semicircuitului și se obține circuitul final (fig. 6.94*c*)

$n_4^2 L_3'' = 1{,}1655941$

$n_4^2 Z_3'' = 1{,}1919933$

$n_f = n_4 n_3'' n_3' = 4{,}0671201$

$C_2/n_f^2 = 1{,}56246$

$n_f^2 L''' = 1{,}316246$

$n_f^2 Z_3 = 1{,}476104$

Identificînd elementele circuitului din fig. 6.94 rezultă:

Valorile elementelor

$C_1 = 1{,}175346$

$L_1 = 1{,}153523$

$Z_1 = 0{,}711254$

$L_2 = 1{,}165594$

$Z_2 = 1{,}919933$

$C_2 = 1{,}56246$

$L_3 = 1{,}316246$

$Z_3 = 4{,}476104$

Valorile impedanțelor liniilor

$Z_1 = 28{,}33\ \Omega$

$Z_2 = 86{,}59\ \Omega$

$Z_3 = 35{,}56\ \Omega$

$Z_4 = 87{,}50\ \Omega$

$Z_5 = 96{,}00\ \Omega$

$Z_6 = 21{,}32\ \Omega$

$Z_7 = 98{,}80\ \Omega$

$Z_8 = 52{,}47\ \Omega$

Scanned with OKEN Scanner

Calculul impedanțelor liniilor, respectiv denormarea în raport cu rezistența $R_0 = 50\Omega$ se face în baza relațiilor

$$Z_L = aL \quad R_0 L; \qquad a = 1{,}5013$$

$$Z_c = \frac{R_0}{aC}$$

6.7.4. Proiectarea FTB care au o comportare de FTS în domeniul analog-reactiv

Datele inițiale sînt similare cu cele utilizate în cazul filtrelor de bandă simetrice cu constante concentrate, respectiv:

Frecvența medie f_M a benzii de trecere.

Frecvențele limită de trecere inferioară f_{t1} și superioară f_{t2}.

Factorul de reflexie ρ sau atenuare a_t în banda de trecere.

Frecvențele limită de blocare inferioară f_{b1} și blocare superioară f_{b1} și f_{b2}.

Atenuarea minimă în banda de blocare a_b.

Rezistențele de închidere $R = R_1 = R_2$.

Semnificația acestor date este indicată în gabaritul de atenuare din fig. 6.95.

În banda de trecere se poate impune fie valoarea factorului de reflexie ρ fie valoarea atenuării maxim permise a_t, deoarece între acestea există relația [1]:

$$a_t = -10 \lg |1 - \rho^2|$$

Diferența importantă, față de filtrele cu constante concentrate constă în aceea că banda frecvențelor de blocare nu se mai extinde pînă la infinit, ci este cuprinsă pe o porțiune finită

$$f_{b2} \leqslant f \leqslant f_{b3}$$

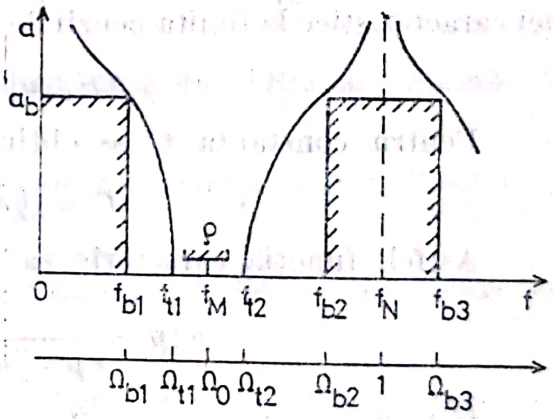


Fig. 6.95. Gabarit atenuare-frecvență impus FTB.

Aceasta se datorește comportării periodice a liniilor de transmisiuni.

Proiectarea începe cu alegerea frecvenței de normare. Filtrele de acest tip, sînt filtrele ale căror frecvențe limită de trecere și blocare, nu îndeplinesc relația:

$$f_{b3} \leqslant 4f_M - f_{t2}$$

Dacă se alege ca frecvență de normare mijlocul benzii de trecere, atunci frecvența medie a benzii de blocare, coincide cu dublul frecvenței medii de trecere.

Deci se alege $f_N = f_M$.

În felul acesta se stabilește că filtrul în domeniul analog reactiv, are o comportare de FTS.

Scanned with OKEN Scanner

Constanta a din transformarea Richards se calculează pe baza relației 6.32 respectiv :

$$a = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_{t1}}{f_N}\right)$$

Dacă cerințele de atenuare impuse în cele două benzi de blocare (inferioară și superioară) nu sînt identice, atunci se alege pentru ambele benzi valoarea cea mai mare dintre cele două impuse.

Normarea frecvențelor se face pe baza relației (6.32)

$$\Omega = a \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}$$

Se presupune că în banda de trecere, filtrul are o comportare maximplată, și fiind de tip FTS nu posedă decît poli la zero și elemente unitate (u.e). Dacă se notează cu n_0 numărul polilor la zero și n numărul elementelor unitate atunci funcția caracteristică este de tipul

$$K(p) = \frac{C}{p^{n_0}(\sqrt{a^2 - p^2})^n} \tag{6.44}$$

Constanta C se determină impunînd condiția, ca valoarea funcției caracteristice să fie cea maximă permisă în banda de trecere, la frecvența limită de trecere f_t, ceea ce corespunde în planul $p(\Omega = 1)$. Valoarea funcției caracteristice la limita benzii de trecere este dată de relația [1, cap.4] :

$$K_t = \sqrt{10^{0,at} - 1}$$

Pentru constanta C se obține în acest caz

$$C = (\sqrt{a^2 + 1})^n K_t$$

Astfel, funcția caracteristică este complet determinată respectiv

$$K(p) = \frac{C}{p^{n_0}(\sqrt{a^2 - p^2})^n} = \frac{F(p)}{G(p)} \tag{6.45}$$

Valorile n_0 și n se stabilesc examinînd dacă funcția caracteristică (6.45) cu valorile propuse n_0 și n îndeplinește condițiile impuse în banda $0 \leqslant \Omega \leqslant \Omega_b$.

Se calculează $K(j\Omega_b)$ și apoi

$$a(j\Omega_b) = 10 \lg(1 + |K(j\Omega_b)|^2) \geqslant a_b \tag{6.46}$$

Dacă condiția nu este îndeplinită se modifică, fie n_0, fie n fie ambele, avînd grijă ca în permanență n să fie mai mare ca n_0, pentru a avea flexibilitatea în sinteza circuitului.

In continuare este necesar să se determine funcția de transmisie $H(p) = \dfrac{E(p)}{G(p)}$.

Zerourile funcției $H(p)$ se determină în baza relației [1] respectiv :

$$E(p)\ E(-p) = F(p)F(-p) + G(p)G(-p)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde

$$F(p) = C$$

$$G(p) = p^{n_e}(\sqrt{a^2 - p^2})^n$$

zerourile polinomului Hurwitz $E(p)$, sînt zerourile din semiplanul stîng al planului p, ale ecuației.

$$F(p)\ F(-p) + G(p)G(-p) = 0$$

Cu zerourile astfel obținute se construiește polinomul $E(p)$.

Cunoscînd polinoamele $E(p)$ și $F(p)$ se poate scrie relația impedanței de intrare de lucru Z_{i1} (fig. 6.96) în baza relației

$$Z_{i1} = \frac{H(p) - K(p)}{H(p) - K(p)} = \frac{(E(p) - F(p)}{R(p) + F(p)} \qquad (6.47)$$

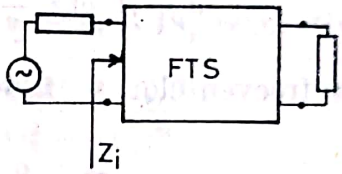


Fig. 6.96. Impedanța de intrare Z_{i1} a FTS.

În continuare cu ajutorul programului SINFIL se sintetizează circuitul analog reactiv avînd grijă să fie realizați atît polii impuși cît și elementele unitate.

6.7.5. Proiectarea filtrelor cu comportare de filtru de bandă în domeniul analog-reactiv

Datele inițiale sînt similare, ca cele utilizate în cazul filtrelor de bandă cu constante concentrate respectiv:

Frecvența medie f_M a benzii de trecere;

Frecvențele limită de trecere inferioare f_{t1} și limita de trecere superioară f_{t2}.

Factorul de reflexie ρ sau atenuarea a_t în banda de trecere.

Frecvențele limită de blocare inferioară f_{b1} și blocare superioare f_{b2} și f_{b3}.

Atenuarea minimă din banda de blocare inferioară a_{b1} și blocarea superioară a_{b2}.

Rezistențele de închidere din primar R_1 și secundar R_2.

Semnificația acestor date este indicată în gabaritul din fig. 6.97.

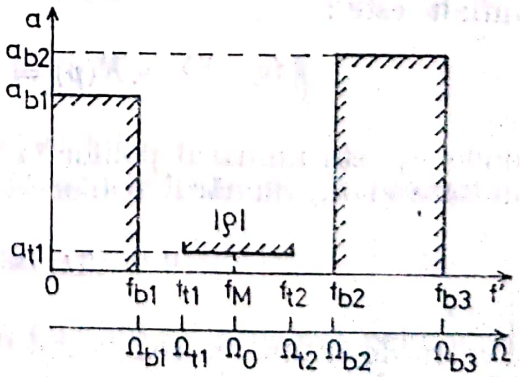


Fig. 6.97. Gabarit atenuare-frecvență impus FTB.

În banda de trecere se poate impune fie factorul de reflexie fie atenuarea în banda de trecere a_t, între acestea existînd relația: $a_t = -10\ \lg(1 - \rho^2)$

Diferența esențială față de filtrele cu constante concentrate constă în aceea că, banda de blocare din cauza periodicității liniilor de transmisie, nu se mai întinde pînă la infinit ci pînă la o frecvență finită f_{b3}.

Proiectarea începe cu alegerea frecvenţei de normare f_N.

Filtrele de acest tip sînt filtrele ale căror frecvenţe indeplinesc relaţia :

$$f_{b3} \leqslant 4f_M - f_{t2}$$

De regulă se alege ca frecvenţă de normare frecvenţa medie aritmetică a frecvenţei limită de blocare superioară respectiv

$$f_N = \frac{f_{b2} + f_{b3}}{2}$$

(Se poate alege şi o frecvenţă mai mare).

Din relaţia (6.33) se calculează constanta a din transformarea Richards respectiv :

$$a = \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t1}}{f_N} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \frac{f_{t2}}{f_N}}$$

Normarea frecvenţelor se face pe baza relaţiei (6.32)

$$\Omega = a \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{f}{f_N}$$

Semnificaţia acestora este indicată pe fig. 6.97.

Normarea impedanţelor se face în raport cu rezistenţa de închidere din primar (a generatorului) fig. 6.98.

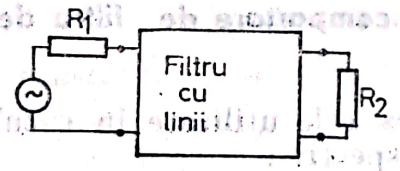


Fig. 6.98. Filtru cu linii închis la ambele capete.

Forma generală a funcţiei caracteristice a filtrelor cu aproximare maxim plată în banda de trecere şi cu poli numai la frecvenţa zero şi infinit este :

$$K(p) = C \frac{(p^2 + \Omega_0^2)^m}{p^{n_0}(\sqrt{a^2 - p^2})^n} \tag{6.48}$$

unde n_0 este numărul polilor la frecvenţele zero, n numărul elementelor unitate şi n_∞ numărul polilor la infinit. Între aceste date există relaţia

$$m = \frac{n_0 + n_\infty + n}{2}$$

Pentru determinarea constantei C şi a frecvenţei centrale Ω_0 este necesar să se calculeze valoarea maximă a funcţiei caracteristice din banda de trecere. Aceasta se face în baza relaţiei :

$$K = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} = \sqrt{10^{0,1\,a_i} - 1} \tag{6.49}$$

Pentru determinarea lui Ω_0 se pune condiţia ca valoarea funcţiei caracteristice la limitele benzii de trecere $K(j\Omega_{t1})$ şi $K(j\Omega_{t2})$ să aibă aceeaşi valoare, egală cu valoarea maximă permisă, dată de relaţia (6.49).

Scanned with OKEN Scanner

Deci $K(j\Omega_{t1}) = K(j\,\Omega_{t2})$. De unde :

$$\frac{(\Omega_0^2 - \Omega_{t1}^2)^m}{\Omega_{t1}^{n_0}(\sqrt{a^2 + \Omega_{t1}^2})^n} = \frac{(\Omega_0^2 - \Omega_{t2}^2)^m}{\Omega_{t2}^{n_0}(\sqrt{a^2 + \Omega_{t2}^2})^n} \tag{6.50}$$

Dacă se notează

$$g(\Omega) = [a^{n_0}(\sqrt{a^2 + \Omega^2})^n]^{\frac{1}{m}} \tag{6.51}$$

din relaţia 6.50 rezultă pentru Ω_0^2

$$\Omega_0^2 = \frac{g(\Omega_{t1})\,\Omega_{t2}^2 + g(\Omega_{t2})\,\Omega_{t1}^2}{g(\Omega_{t1}) + g(\Omega_{t2})} \tag{6.52}$$

Dintre rădăcinile ecuaţiei 6.50 se alege cea care rezultă (la o valoare a lui Ω_0) în banda de trecere.

Constanta C se obţine tot din relaţia 6.48, respectiv

$$C = K(j\Omega_t)\frac{\Omega_{t_0}^{n_0}(a^2 + \Omega_{t_1}^2)^n}{(\Omega_0^2 - \Omega_{t_1}^2)^m} \tag{6.53}$$

În acest fel funcţia caracteristică $K(p)$ este complet determinată, respectiv

$$K(p) = \frac{(p^2 + \Omega_0^2)^m}{C^{-1}p^{n_0}(\sqrt{a^2 - p^2})^n} = \frac{F(p)}{G(p)} \tag{6.54}$$

Se alege $F(p) = (p^2 + \Omega_0^2)^m$ şi

$$G(p) = C^{-1}p^{n_0}(\sqrt{a^2 - p^2})^n \tag{6.55}$$

În continuare este necesar să se determine funcţia de transmisie $H(p) = \dfrac{E(p)}{G(p)}$.

Polinomul necunoscut $E(p)$ se determină în baza relaţiei [1] :

$$E(p)\;E(-p) = F(p)F(-p) + G(p)\;G(-p)$$

unde $F(p)$ şi $G(p)$ au expresiile din relaţiile 6.55.

Pentru determinarea polinomului Hurwitz $E(s)$ se rezolvă ecuaţia :

$$F(p)\;F(-p) + G(p)G(-p) = 0$$

şi se aleg rădăcinile din semiplanul stîng, cu care se formează polinomul E(p).

Cunoscînd polinoamele $E(p)$ şi $F(p)$ se poate stabili expresia impedanţei de intrare $Z_{t1}(p)$ pe baza căreia se face sinteza filtrului analog reactiv

$$Z(p) = \frac{H(p) - K(p)}{H(p) + K(p)} = \frac{E(p) - F(p)}{E(p) + F(p)} \tag{6.56}$$

Scanned with OKEN Scanner

6.6.6. Proiectarea filtrelor Cebîşev

Aproximarea Cebîşev (echiriplu în banda de trecere) se obţine pornind de la funcţia trece tor, din planul complex, care are amplitudinea unitate.

O funcţie unitate trece tot, pe axa imaginară a planului z, se defineşte astfel

$$e^{j2\Phi_i(z)} = \frac{z_i + z}{z_i - z} \tag{6.57}$$

Rădăcinile z_i trebuie să fie reale dacă se doreşte ca funcţia definită de relaţia (6.57) să fie funcţia de transfer a unui filtru.

Produsul mai multor funcţii unitate trece tot, va fi o funcţie raţională, dacă rădăcinile z_i vor fi reale, fie vor forma perechi complex conjugate. Deci o funcţie de transter raţională, de amplitudine unitate pe axa imaginară, este de forma :

$$e^{j2\Phi(z)} = \prod_i e^{j2\Phi_i(z)} = \prod_i \frac{z_i + z}{z_i - z} \tag{6.58}$$

($\prod_i$ reprezintă produsul după „i").

Amplitudinea funcţiei $e^{j2\Phi(z)}$ este unitate pe axa imaginară a planului z, iar faza variază monoton.

În mod similar şi radicalul din funcţia unitate trece tot, este de asemenea de amplitudine constantă şi egală cu unitatea, respectiv :

$$e^{j\Phi} = \prod_i e^{j\Phi_i} = e^{j\sum_i \Phi_i} = \frac{\prod_i \sqrt{z_i + z}}{\prod_i \sqrt{z_i - z}} \tag{6.59}$$

Se defineşte funcţia reală :

$$f(z) = \frac{1}{2}(e^{j\Phi} + e^{-j\Phi}) = \cos\Phi = \cos \Sigma\Phi_i \tag{6.60}$$

Această funcţie, pe axa imaginară a planului z, are amplitudinea maximă egală cu unitatea.

Introducînd pe (6.58) în (6.60) se obţine :

$$f(z) = \frac{1}{2}(e^{j\Phi} + e^{-j\Phi}) = \frac{1}{2}\left(e^{j\Phi} + \frac{1}{e^{j\Phi}}\right) = \frac{\prod_i (z_i + z) + \prod_i (z_i - z)}{2\sqrt{z_i^2 - z^2}} \tag{6.61}$$

Funcţia $f(z)$ este echiriplu la axa imaginară a planului z.

A) Filtrul trece sus FTS

În cazul unui filtru trece sus, comportarea echiriplu se prescrie numai în banda de trecere a planului s. Transformarea care transformă banda de trecere a unui FTS, pe întreaga axă imaginară a planului s este [1 Cap. 8] :

$$z = \sqrt{1 + p^2} \qquad z_i = \sqrt{1 + p_i^2} \tag{6.62}$$

Scanned with OKEN Scanner

Funcţia echiriplu trece sus $f_H(s) = f(s)$ se obţine introducînd pe (6.62) în (6.61) şi rezultă :

$$f_H(s) = \frac{\prod_i (\sqrt{p_i^2+1} + \sqrt{p^2+1}) + \prod_i (\sqrt{p_i^2+1} - \sqrt{p^2+1})}{2 \prod_i \sqrt{p_i^2 - p^2}} \tag{6.63}$$

Rădăcinile p_i (respectiv polii filtrului) pot fi alese oricum, numai că trebuie să îndeplinească condiţia să fie ori reale ori să formeze perechi complex conjugate.

Dacă se impune condiţia ca filtrul să aibă n_0 poli la frecvenţa zero ($p_i = 0$) şi n poli la frecvenţa $p_i = \pm a$ care corespund elementului unitate atunci înlocuind aceste valori în (6.63) se obţine :

$$f_H(s) = \frac{(1+\sqrt{p^2+1})(\sqrt{1+a^2}+\sqrt{1+p^2})^n + (1-\sqrt{p^2+1})^{n_0}(\sqrt{1+a^2}-\sqrt{1+p^2})^n}{2(\mathrm{j}p)^{n_0}(\sqrt{a^2-p^2})^n} \tag{6.64}$$

Relaţia (6.64) care reprezintă o aproximare echiriplu a benzii de trecere, poate fi exprimată şi prin polinoame Cebîşev, ţinînd seama că

$$f_H(s) = f(z) = \cos\ \Phi = \cos \sum_i \Phi_i$$

Termenul al i^{lea} din produsul (6.63), al funcţiei $f_H(s)$ este :

$$e^{j\Phi_i(z)} = \sqrt{\frac{z_i + z}{z_i - z}}$$

Pentru $\cos\Phi_i$ rezultă

$$\cos\ \Phi_i = \frac{e^{j\Phi_i} + e^{-j\Phi_i}}{2} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{z_i+z}{z_i-z}} + \sqrt{\frac{z_i-z}{z_i+z}}\right] = \frac{z_i}{\sqrt{z_i^2 - z^2}}$$

Ţinînd seama că $z^2 = 1 + p^2$ se obţine

$$\cos\ \Phi_i = \frac{\sqrt{1+p_i^2}}{\sqrt{p_i^2 - p^2}}$$

Pentru polul de la frecvenţa zero din relaţia (6.65) rezultă $p_i = 0$ şi deci $b_0 = \cos\ \Phi_0 = \dfrac{1}{\mathrm{j}p} \rightarrow \Phi_0 = \arccos\ b_0$.

Pentru polii daţi de elementul unitate :

$$p_i^2 = a^2 \text{ şi } b_u = \cos\ \Phi_u = \frac{\sqrt{1+a^2}}{\sqrt{a^2-p^2}} \rightarrow \Phi_u = \text{arc}\cos\frac{\sqrt{1+a^2}}{\sqrt{a^2-p^2}}$$

Dacă există n_0 poli la frecvenţa zero şi n elemente unitate atunci

$$\Sigma\Phi_i = n_0\Phi_0 + n\Phi_u \text{ şi}$$

$$f_H = \cos\ \Phi = \cos\ (\Sigma\Phi_i) = \cos\ (n_0\Phi_0 + n\Phi_u) =$$

$$= \cos\ (n_0\ \arccos\ b_0)\ \cos\ (n\ \arccos\ b_u) - \sin\ (n_0\ \arccos\ b_0).$$

$$\sin\ (n\ \arccos\ b_u) \tag{6.65}$$

$$= T_{n_0}(b_0)\ T_n(b_u) - U_{n_0}(b_0)\ U_n(b_u)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde $T_n x = \cos(n \arccos x)$ este polinomul Cebîşev de speţa I-a, iar $U_n(x) = \sin(n \arccos x)$ este polinomul Cebîşev de speţa II-a.

B. *Filtrul trece jos*

Funcţia de aproximare a filtrului trece jos f_L se poate obţine din funcţia de transformare a filtrului trece sus f_H, înlocuind fiecare frecvenţă cu inversa sa. Astfel relaţia (6.64) pentru cazul FTJ devine :

$$f_L(s) = \frac{(p + \sqrt{1+p^2})^{n_\infty} (p\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+p^2})^n + (p - \sqrt{1+p^2} - \sqrt{1+p^2})^n}{2(j)^{n_\infty} (\sqrt{a^2 p^2 - 1})^n}$$

Transformata Z în acest caz este $z^2 = \dfrac{p^2+1}{p^2}$ (6.66)

şi $\cos \Phi_i = \dfrac{z_i}{z_i^2 - z^2} = \sqrt{p_i^2+1} \dfrac{p}{\sqrt{p^2 - p_i^2}}$ (6.67)

Pentru $p_i = \infty$; $b_\infty = \cos \varphi_\infty = \dfrac{p}{j}$ $b_0 = \text{arc cos} \dfrac{p}{j}$

şi pentru $p_i^2 = a^2$; $b_u = \cos \Phi_u = \sqrt{a^2+1} \dfrac{p}{j\sqrt{(a^2 - p^2)}}$

$$b_u = \text{arc cos} \sqrt{a^2+1} \frac{p}{j\sqrt{a^2 - p^2}} \quad (6.68)$$

Şi similar cu cazul filtrului trece sus în funcţie de polinoamele Cebîşev, dacă există n_∞ poli la infinit şi n elemente unitate

$$f_L = T_{n_\infty}(b_\infty)\ T_n(b_u) - U_n(b_\infty) U_n(b_u) \quad (6.69)$$

b_∞ şi b_u fiind date de relaţiile (6.68).

Funcţiile f_H şi f_L posedă o caracteristică echiriplu în banda de trecere şi polii la frecvenţele dorite. Funcţiile echiriplu unitate f_H(6.64) şi f_L(6.69) pot fi transformate în funcţia caracteristică $K(p)$, dacă fiecare dintre acestea se multiplică cu factorul ε care defineşte amplitudinea riplului dorit în banda de trecere. Se obţin pentru filtrul trece sus :

$$|K(p)|^2 = \varepsilon^2 f_H^2 \quad (6.70)$$

şi pentru filtrul trece jos

$$|K(p)|^2 = \varepsilon^2 f_L^2 \quad (6.71)$$

C) *Filtrul trece bandă*

În cazul filtrului trece bandă, transformata Z a fost definită astfel [1 Cap. 8] :

$$Z^2 = \frac{\Omega_{t2}}{\Omega_{t1}} \frac{p^2 + \Omega_{t1}^2}{p^2 + \Omega_{t2}^2} \text{ respectiv } p^2 = -\Omega_{t2}^2 \frac{z^2 - \dfrac{\Omega_{t1}}{\Omega_{t2}}}{z^2 - \dfrac{\Omega_{t2}}{\Omega_{t1}}} \quad (6.72)$$

Scanned with OKEN Scanner

şi pentru o frecvenţă oarecare

$$z_i = \sqrt{\frac{\Omega_{t2}}{\Omega_{t1}} \frac{p^2 + \Omega_{t1}^2}{p^2 + \Omega_{t2}^2}} \tag{6.73}$$

şi

$$\sqrt{z_1^2 - z^2} = \sqrt{\frac{\Omega_{t2}}{\Omega_{t1}} \frac{\Omega_{t2}^2 - \Omega_{t1}^2}{p_i^2 + \Omega_{t2}^2} \cdot \frac{p_i^2 - p^2}{p^2 + \Omega_{t2}^2}} \tag{6.74}$$

Ţinînd seama de definiţia funcţiei de aproximare $f(z)$:

$$f(z) = \frac{\prod_i (z_i + z) + \prod_i (z_i - z)}{2 \prod_i \sqrt{z_i^2 - z^2}}$$

Înlocuind valorile din 6.73 şi 6.74 se obţine, după transformări simple :

$$f_{TB}(p) = C \frac{\sqrt{(p_i^2 + \Omega_{t1}^2)(p^2 + \Omega_{t2}^2)} + \sqrt{(p_i^2 + \Omega_{t2}^2)(p^2 + \Omega_{s1}^2)} + \prod_i \sqrt{(p_{t1}^2 + \Omega_{t1}^2)(p^2 + \Omega_{t2}^2)} - \sqrt{(p_i^2 + \Omega_{t2}^2)(p^2 + \Omega_{t1}^2)}}{2 \prod_i \sqrt{p_i^2 - p^2}} \tag{6.75}$$

Dacă filtrul are un număr de n_0 poli la frecvenţa zero, ($p_i = 0$), n_∞ poli la frecvenţa infinit ($p_i = \infty$) şi n elemente unitate cărora le corespund poli $p_1^2 = a^2$, atunci înlocuind aceste valori în (6.76) se obţine pentru funcţia de aproximare f_{TB} a filtrului trece bandă :

$$f_{TB}(s) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{t2}^2 - \Omega_{t1}^2}} \frac{(a_1 + a_2)^{n_0} + (b_1 + b_2)^{n_\infty}(c_1 b_2 + c_2 b_1)^n + (a_1 - a_2)^{n_0}(b_1 - b_2)^{n_\infty}(c_1 b_2 - c_2 b_1)}{2(jp)^{n_0} \sqrt{a^2 - p^2}}$$

unde :

$$\begin{aligned} &\sqrt{\Omega_{t1}^2(p^2 + \Omega_{t2}^2)} = a_1; \quad \sqrt{p^2 + \Omega_{t2}^2} = b_1; \quad \sqrt{a^2 + \Omega_{t1}^2} = c_1 \\ &\sqrt{\Omega_{t2}^2(p^2 + \Omega_{t1}^2)} = a_2; \quad \sqrt{p^2 + \Omega_{t1}^2} = b_2; \quad \sqrt{a^2 + \Omega_{t2}^2} = c_2 \end{aligned} \tag{6.76}$$

Funcţia caracteristică $K(s)$ a filtrului trece bandă se obţine din relaţia

$$|K(p)|^2 = \varepsilon^2 f_{TB}^2(p) \tag{6.77}$$

Din relaţia 6.77 se observă că funcţia f_{TB}^2 este o funcţie raţională de p.

În continuare funcţia de transmisie $H(p)$ şi impedanţa de discompunere $Z(p)$ se obţine ca şi în cazul filtrului cu aproximare maxim plată.

În cazul filtrelor trece bandă transformata z este

$$z^2 = \frac{\Omega_{t2}}{\Omega_{t1}} \frac{p^2 + \Omega_{t1}^2}{p^2 + \Omega_{t2}^2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru cosinusul termenului al i-lea :

$$\cos \Phi_i = \frac{z_i}{\sqrt{z_{f2}^2 - z^2}} = \frac{1}{\Omega_{f2}^2 - \Omega_{f1}^2} \sqrt{\frac{(p_i^2 + \Omega_{f1}^2)(p_i^2 + \Omega_{f2}^2)}{p_i^2 - p^2}} \qquad (6.78)$$

Se va nota

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{(\Omega_{f2}^2 - \Omega_{f1}^2)}}$$

Pentru cazul polului de la frecvența zero ($p_i = 0$) rezultă

$$b_0 = \cos \Phi_0 = \Omega_{f1} \Delta \sqrt{\frac{p^2 + \Omega_f^2}{-p^2}} \rightarrow \Phi_0 = \text{arc cos} \left(\Omega_{f1} \frac{\sqrt{p^2 + \Omega_{f2}^2}}{jp} \right)$$

$$= \text{arc cos } b_0$$

Pentru polul de la infinit ($p_i = \infty$) :

$$b_8 = \cos \Phi_\infty = \Delta \sqrt{p^2 + \Omega_{f2}^2} \quad \Phi_\infty = \text{arc cos } (\Delta \sqrt{p^2 + \Omega_{f2}^2}) \qquad (6.79)$$

Pentru elementul unitate ($p_i^2 = a^2$) :

$$\cos \Phi_u = \sqrt{\frac{(a^2 + \Omega_{f1}^2)(s^2 + \Omega_f^2)}{a^2 - p^2}} = b_u \qquad (6.80)$$

$$\Phi_u = \text{arc cos } b_u$$

Pentru funcția aproximată $f(p)$ dacă numărul polilor de la frecvența zero este n_0, numărul polilor de la infinit este n_∞ și n_u este numărul elementelor unitate se obține :

$$\cos \Phi = \cos (\Sigma \Phi_i) = \cos(n_0 \Phi_0 + n_\infty \Phi_\infty + n_u \Phi_u)$$

$$= \cos (n_0 \Phi_0) \cos(n_\infty \Phi_\infty) \cos (n_u \Phi_u) - \sin n_0 \Phi_0 \sin n_\infty \Phi_\infty \cos n_u \Phi_u$$

$$- \sin n_0 \Phi_0 \cos n_\infty \Phi_\infty \sin n_u \Phi_u - \cos n_0 \Phi_0 \sin n_\infty \Phi_\infty \sin n_u \Phi_u$$

$$= \cos (n_0 \text{ arc cos } b_0) \cos (n_\infty \text{ arc cos } b_\infty) \cos (n_u \text{ arc cos } b_u)$$

$$- \sin (n_0 \text{ arc cos } b_0) \sin (n_\infty \text{ arc cos } b_\infty) \cos (n_u \text{ arc cos } b_u)$$

$$- \sin (n_0 \text{ arc cos } b_0) \cos (n_\infty \text{ arc cos } b_\infty) \sin (n_u \text{ arc cos } b_u)$$

$$- \cos (n_0 \text{ arc cos } b_0) \sin(n_{u_\infty} \text{ arc cos } b_\infty) \sin (n_u \text{ arc cos } b_u)$$

$$= T_{n0}(b_0)\, T_{n_\infty}(b_\infty)\, T_n(b_u) - U_{n_0}(b_0)\, U_{n\infty}(b_\infty)\, T_n(b_u)$$

$$- U_{n_0}(b_0)\, T_{n_\infty}(b_\infty)\, U_n(b_n) - T_n(b_0)\, U_{n_\infty}(b_\infty) U_n(b_u) \qquad (6.81)$$

6.7.7. Exemple de proiectare

Exemplul 6.8

Filtrul trece bandă cu linii al unui circuit analog este un FTS (aproximare maxim plată). Se cere să se proiecteze un filtru trece bandă FTB ale cărui condiții de atenuare-frecvență impuse sînt :

Scanned with OKEN Scanner

Frecvența medie de trecere 3 GHz

Lățimea de bandă relativă 30%

Dependența de frecvență a atenuării în banda de trecere este de tip maxim-plat. Valoarea maximă a acesteia este $a_t \leqq 0{,}2$ dB.

Atenuarea în benzile de blocare

$5 \leqq f \leqq 7$ GHz; $a_b \geqq 30$ dB

$0 \leqslant f \leqslant 1$ GHz; $a_b \geqq 30$ dB

Rezistențele de închidere $R_1 = R_2 = 50\ \Omega$

Deoarece $f_{b2} = 7$ GHz, $f_M = 3$ GHz și $f_{t2} = 3{,}45$ GHz
$f_{t1} = 2{,}55$ GHz rezultă că relația

$$f_{b2} \leqq 4f_M - f_{t2}$$

este îndeplinită și că filtrul se poate proiecta pe baza filtrului analog de tip FTS.

Se recomandă să se aleagă drept frecvență de normare frecvența medie de trecere $f_N = f_M = 3$ GHz.

Soluție

Valoarea constantei a din transformarea Richards este:

$$a = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_{t1}}{f_N}\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{2{,}55\ \text{GHz}}{3\ \text{GHz}}\right) = 0{,}24007876$$

Pentru determinarea gabaritului de atenuare frecvență al FTS, dictează condițiile cele mai severe impuse în cele două benzi de blocare ale FTB cu linii.

În cazul de față acestea sînt simetrice față de banda de trecere, și se transformă ambele în baza relației (6.2) în punctul comun:

$$\Omega_b = a\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_{t1}}{f_N}\right) = a\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{1\ \text{GHz}}{3\ \text{GHz}}\right) = 0{,}138610$$

Deoarece aproximarea în banda de trecere este de tip maxim plat, funcția caracteristică rezultă de forma:

$$K(p) = \frac{C}{p(\sqrt{a^2 - p^2})^3} \tag{6.82}$$

Constanta C se determină din condiția ca la limita benzii de trecere să fie îndeplinită condiția $a_t = 0{,}2$ dB.

Valoarea absolută a funcției caracteristice corespunzătoare atenuării de 0,2 dB este:

$$K_t = \sqrt{10^{0{,}1\,a_t} - 1} = 0.217091$$

Pentru constanta C din relația (6.82) se obține

$$C = K_t |p(a^2 - p^2)^3|_{p=j} = (\sqrt{a^2 + 1})^3\, K_t = 0{,}236128$$

Funcția caracteristică rezultă în acest caz:

$$K(p) = \frac{0{,}236128}{p\,(\sqrt{a^2 - p^2})^3}$$

În continuare se va verifica dacă cu această funcție caracteristică se îndeplinesc condițiile impuse în banda de blocare $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_b$. Rezultă

$K(j\Omega_b) = 79{,}962$ și deci

$$a_b = 10 \log (1 + |K|^2) = 38{,}06 \text{ dB}$$

În continuare se va calcula funcția de transmisie

$$H(s) = \frac{E(p)}{G(p)}$$

Scanned with OKEN Scanner

Aceasta se determină din relația :

$$E(p)\ E(-p) = F(p)\ F(-p) + G(p)\ G(-p)$$

Pentru zerourile lui $E(p)$ se obține alegînd pe cele din semiplanul stîng ale ecuație $E(p)\,E(-p)=0$;

$$p_{1,2} = -0{,}278834 \pm j\ 0{,}615286$$

$$p_{3,4} = -0{,}672585 \pm j\ 0{,}255117$$

Deci pentru polinoamele $F(p)$ și $E(p)$ necesare descompunerii se obține

$$F(p) = C = 0{,}236128$$

$$E(p) = p^4 + 1{,}902837\ p^3 + 1{,}723938\ p^2 + 0{,}902403\ p + 0{,}236128$$

Pentru impedanța de descompunere

$$Z(p) = \frac{E(p) - F(p)}{E(p) + E(p)} = \frac{N(p)}{M(p)}$$ se obține

$$N(p) = p^4 + 1{,}902837\ p^3 + 1{,}723938\ p^2 + 0{,}902403\ p$$

$$M(p) = p^4 + 1{,}902837\ p^2 + 1{,}723938\ p + 0{,}472256$$

Impedanța caracteristică a primului element unitate care se extrage, în baza relației (6.42) rezultă :

$$Z_{1ue} = Z(a) = 0{,}222614$$

Funcția rest $Z_1(p)$, care rezultă în baza relației lui Richards (6.43) :

$$Z_1(p) = Z_{1ue}\,\frac{pZ_{1ue} - aZ(p)}{pZ(p) - aZ_{1ue}} = k_1\,\frac{N_1(p)}{M_1(p)}$$

$$k_1 = 0{,}422614$$

$$N_1(p) = 0{,}422614\ p^5 + 0{,}564087\ p^4 + 0{,}271730\ p^3 - 0{,}032513\ p^2 - 0{,}017066\ p$$

$$M_1(p) = p^5 + 1{,}801377\ p^4 + 1{,}530875\ p^3 + 0{,}727491\ p^2 - 0{,}091558\ p - 0{,}047915$$

Atît numărătorul $N_1(p)$ cît și numitorul $M_1(p)$ se simplifică cu factorul $p^2 - a^2 = p^2 - 0{,}057638$ și se obține :

$$Z_1(p) = 0{,}422614\,\frac{0{,}422614\ p^3 + 0{,}564087\ p^2 + 0{,}296088\ p}{p^3 + 1{,}801377\ p^2 + 1{,}588513\ p + 0{,}831318}$$

Deoarece $Z_1(0) = 0$, polul funcției de transmisie de la frecvența $p = 0$, se poate realiza printr-o inductanță transversală. Valoarea inductanței rezultă

$$L = \lim_{p\to 0}\frac{Z_1(p)}{p} = 0{,}150521$$

Pentru funcția rest $Z_2(p)$ se obține în baza relației :

$$\frac{1}{Z_2(p)} = \frac{1}{Z_1(p)} - \frac{1}{pL}$$

$$Z_2(p) = 0{,}422614\,\frac{0{,}422614\ p^2 + 0{,}564087\ p + 0{,}296088}{p^2 + 0{,}614815\ p + 0{,}004742}$$

Următorul element care se extrage este elementul unitate, a cărui impedanță caracteristică este :

$$Z_{2ue} = Z_2(a) = 0{,}917490$$

Funcția rest se calculează cu ajutorul relației lui Richards (6.43) și după simplificarea cu $p^2 - a^2$ se obține funcția :

$$Z_2(p) = \frac{p + 0{,}568080}{0{,}212170\ p + 0{,}021537}$$

Scanned with OKEN Scanner

Impedanța caracteristică a ultimului element unitate rezultă

$Z_{3ue} = Z_3(a) = 11{,}152475$

După extragerea și a acestui ultim element se obține funcția rest

$Z_4(p) = n^2 = 26{,}389267$

care reprezintă valoarea normală a rezistenței de sarcină.

În fig. (6.99) se arată circuitul rezultat :

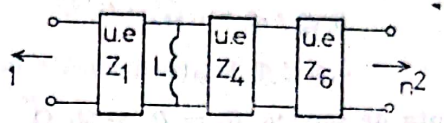


Fig. 6.99. Circuitul final rezultat.

$Z_{1ue} = 0{,}422614 \qquad L = 0{,}150521$

$Z_{2ue} = 0{,}917490 \qquad n^2 = 26{,}389267$

$Z_{3ue} = 11{,}152475$

Circuitul din fig. 6.99 din punct de vedere al realizării practice prezintă două dezavantaje. Primul constă în aceea că posedă două elemente a căror impedanță caracteristică nu este tehnic realizabilă (Z_{3ue} și L) și un raport de transformare la ieșire (n^2). Pentru înlăturarea celui de al 2-lea dezavantaj se utilizează transformarea echivalentă (Kuroda) din fig. 6.100 circuitului format din inductanța L și elementul unitate Z_{2ue} și se obține :

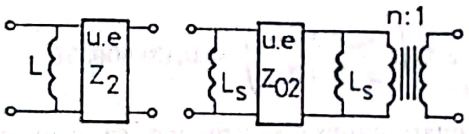


Fig. 6.100. Utilizarea transformării Kuroda fig. 6.82

unde $n^{-2} = \dfrac{L + Z_{2ue}}{aL} = 26{,}389267$ $\qquad a = 0{,}240079$

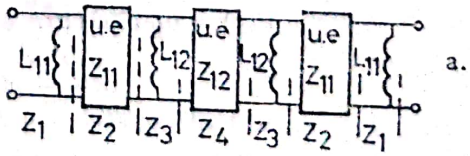
$L = 0{,}150521$

$Z_{2ue} = 0{,}917490$

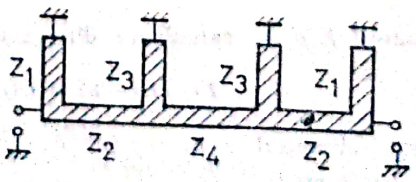
și $Z_{02} = nZ_{2ue} = 4{,}7131905$

$L_s = (1 + n)L = 0{,}9237546$

Pentru înlăturarea celui de al 2-lea dezavantaj se utilizează transformările și relațiile de echivalență din fig. 6.85. Pentru o valoare a lui $\beta = 0{,}2334$ se obțin circuitul simetric echivalent din fig. 6.101.



a.



b.

Fig. 6.101. Circuitul final rezultat pentru FTS (maxim plat).

Pentru realizarea cu linii a circuitului din fig. 6.101*c*) s-a ales circuitul din fig. 6.101*b*. Există multe alte posibilități de realizare a acestui circuit și cu linii cuplate.

Exemplul 6.9

Filtru trece bandă cu linii al căror circuit analog are caracter de FTS (aproximare Cebîşev)· Să se proiecteze un FTB ale cărui condiţii impuse sînt :
Frecvenţa medie a benzii de trecere 3 GHz.
Lărgimea de bandă relativă 30%.
Dependenţa de frecvenţă a atenuării în banda de trecere de tip Cebişev. Valoarea maximă a acesteia

$$a_t \leqslant 0{,}2 \text{ dB}$$

Atenuarea în zona de blocare

$$5 \leqslant f \leqslant 7 \text{ GHz} \qquad a_b \geqslant 30 \text{ dB}$$

$$0 \leqslant f \leqslant 1 \text{ GHz} \qquad a_b \geqslant 30 \text{ dB}$$

Rezistenţa de sarcină $R_1 = R_2 = 50\ \Omega$
Ţinînd seama că $f_{b2} = 6$ GHz; $f_M = 3$ GHz şi $f_{t2} = 3{,}45$ GHz rezultă că relaţia

$$f_{b2} \leqslant 4f_M - f_{t2}$$

este îndeplinită şi că filtrul se poate proiecta pe baza filtrului analog de tip F.T.S.
Se alege în acest caz ca frecvenţe de normare $f_N = 3$ GHz.
Soluţie
Constanta a din transformarea Richards rezultă :

$$a = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{t1}}{f_N}\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} \frac{2{,}55 \text{ GHz}}{3 \text{ GHz}}\right) = 0{,}240078759$$

Frecvenţa de blocare a FTS calculată în baza relaţiei

$$\Omega_b = a \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{b1}}{f_N}\right) = a \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \frac{1 \text{ GHz}}{3 \text{ GHz}}\right) = 0{,}138609536$$

Pentru obţinerea condiţiilor de atenuare impuse, se propune ca şi în cazul FTS — cu atenuare de tip maxim plată, un pol la frecvenţa zero ($n_0 = 1$), şi 3 elemente unitate.
Funcţia caracteristică în baza relaţiilor (6.64) şi (6.71) este :

$$|K(p)|^2 = \varepsilon^2 \frac{[(1 + \sqrt{p^2+1})(\sqrt{1+a^2} + \sqrt{1+p^2})^3 + (1 - \sqrt{p^2+1})(\sqrt{1+a^2} - \sqrt{1+p^2})^3]^2}{4p^2(a^2 - p^2)^3}$$

$$K(p) = \frac{F(p)}{G(p)}$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{a_t} - 1} = \sqrt{10^{0{,}2} - 1} = 0{,}217091$$

Pentru polinoamele $F(p)$ şi $G(p)$ se obţine :

$$F(p) = 0{,}217091107\ p^4 + 1{,}79277288\ p^2 + 1{,}81180977$$

$$G(p) = p(\sqrt{0{,}576378105 - p^2})^3$$

Calculul funcţiei de transmisie $H(p) = \dfrac{E(p)}{G(p)}$
Polinomul $E(p)$ se calculează din relaţia

$$E(p)\,E(-p) = G(p)\,G(-p) + F(p)\,F(-p)$$

Pentru polinomul $P(p) = E(p)\ E(-p)$ se obţine din datele de mai sus :

$$E(p)\,E(-p) = 3{,}282654657 + 6{,}496135382\ p^2 +$$

$$+4{,}01065654\ p^4 + 0{,}6054766678\ p^6 + 1{,}0471285487\ p^8.$$

Scanned with OKEN Scanner

Rădăcinile ecuației $E(p)\,E(-p) = 0$:

$$p_{1,2} = 0{,}196479071 \pm j\ 0{,}890132853$$

$$p_{3,4} = -1{,}139201365 \pm j\ 0{,}912754543$$

Calculul impedanței de descompunere $Z(p)$.
Impedanța de descompunere

$$Z(p) = \frac{E(p) - F(p)}{E(p) + F(p)} = \frac{N_1(p)}{M_1(p)}$$

unde $E(p)$ este polinomul Hurwitz, format din rădăcinile $p_{1,2}$ și $p_{3,4}$.
Polinoamele $N_1(p)$ și $M_1(p)$ au expresiile :

$$N_1(p) = 2{,}793647385\ p + 2{,}153723406\ p^2 + 2{,}73338022\ p^3 + 0{,}806201885\ p^4$$

și

$$M_1(p) = 3{,}623619547 + 2{,}793647385\ p + 5{,}73926917\ p^2 + 2{,}7333802012\ p^3 + 1{,}24038410\ p^4$$

Primul element care se extrage este un element unitate :
Valoarea impedanței caracteristice :

$$Z_{1ue} = Z(a) = 0{,}178984931$$

Impedanța rest Z_2 după extragerea elementului unitate, calculată în baza relației lui Richards :

$$Z_2(p) = Z_{1ue}\frac{pZ_{1ue} - aZ(p)}{pZ(p) - aZ_{1ue}} = k_2\frac{N_2(p)}{M_2(p)}$$

unde $k_2 = Z_{1ue}$ și

$$N_2(p) = 0{,}383812343\ p + 0{,}295681918\ p^2 + 0{,}2220100624\ p^3$$

și

$$M_2(p) = 2{,}701502195 + 2{,}082736458\ p + 2{,}68080301\ p^2 + 0{,}8062018856\ p^3$$

Al doilea element extras este inductanța L care realizează polul de la frecvența zero. Valoarea L se obține din relația :

$$L = \lim_{p\to 0}\frac{Z_2(p)}{p} = 0{,}0254290468$$

Impedanța rest $Z_3(p)$ care se obține după extragerea inductanței L este :

$$Z_3^{-1}(p) = Z_2^{-1}(p) - \frac{1}{pL} = \frac{M_3(p)}{k_2N_3(p)} \quad \text{unde}$$

$$N_3(p) = 0{,}383812343 + 0{,}295681918\ p + 0{,}2220100624\ p^2$$

$$M_3(p) = 1{,}549217812 \cdot 10^{-3}p + 1{,}1174399085\ p + 0{,}8062018855\ p^2$$

și

$$k_3 = 0{,}0178984931$$

Următoarele extrageri sînt de elemente unitate.
Impedanța caracteristică $Z_{4ue} = Z_3(a) = 0{,}264606549$
Impedanța rest Z_5 care rezultă după extragerea elementului unitate Z_{4ue} în baza relației lui Richards este :

$$Z_5(p) = k_5\frac{N_5(p)}{M_5(p)} \quad \text{unde}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$N_5(p) = 1{,}598693465 + 1{,}191867371\ p \text{ și}$$

$$M_5(p) = 9{,}539878972 \cdot 10^{-3} + 0{,}222100624\ p$$

$$k_5 = 0{,}264606549$$

Impedanța caracteristică a ultimului element unitate este

$$Z_{6ue} = Z_5(a) = 7{,}936689545$$

După extragerea elementului unitate Z_{6ue} rămîne funcția

$$Z_7 = 7{,}936689545\ \frac{6{,}659037522}{1{,}191867371} = 44{,}342780721$$

Z_7 reprezintă fie valoarea rezistenței normate de sarcină R_2, fie valoarea raportului de transformare n^2.

Deci circuitul final rezultă de forma (fig. 6.102):

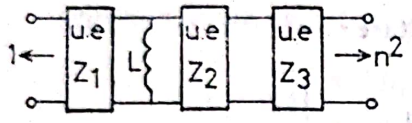


Fig. 6.102. Circuit final rezultat pentru FTS (Cebîșev).

$$Z_{1ue} = 0{,}178984931 \qquad L = 0{,}0254290468$$

$$Z_{4ue} = 0{,}264606549 \qquad n^2 = 44{,}342780721$$

$$Z_{6ue} = 7{,}936689545$$

Exemplul 6.10

Filtru trece bandă al cărui circuit analog este FTB maxim plat.

Se va proiecta un filtru cu linii al cărui analog în domeniul frecvențe este de tipul filtru trece bandă. Condițiile impuse sînt:

Frecvența medie a benzii de trecere 3 GHz

Lărgimea de bandă relativă 20%

Factorul de reflexie în banda de trecere $\rho \leqslant 10\%$

Atenuarea în banda de blocare

$$0 \leqslant f \leqslant 1{,}5 \text{ HGz} \qquad a_b \geqslant 25 \text{ dB}$$

$$4{,}5 \leqslant f \leqslant 11{,}5 \text{ GHz} \qquad a_b \geqslant 35 \text{ dB}$$

Condiția (6.35) $f_{b_2} \leqslant 4f_M - f_{t_2}$ nu este îndeplinită deoarece

$$4f_M - f_{t_2} = 12 - 2{,}7 = 9{,}3 \text{ GHz} \text{ iar } f_{b_2} \text{ este } 11{,}5 \text{ GHz}$$

și deci în domeniul analog de frecvență trebuie proiectat un FTB. Ca frecvență nominală se recomandă să se aleagă frecvența medie a benzii de blocare superioară respectiv:

$$f_N = \frac{f_{b_1} + f_{b_2}}{2} = \frac{4{,}5 + 11{,}5}{2} = 8 \text{ GHz}$$

Constanta a în baza relației:

$$a = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_{t_1}}{f_N}\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_{t_2}}{f_N}\right)$$

$$= \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{2{,}7}{8}\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{3{,}3}{8}\right) = 1{,}50130224228$$

Scanned with OKEN Scanner

Condițiile impuse atenuării se transformă în baza relației (6.31):

$$p = a \operatorname{th} \frac{\pi}{2} s$$

și se obține gabaritul de atenuare — frecvență din fig. (6.103):

$$\Omega_{b1} = 0{,}455414$$

$$\Omega_{b2} = 1{,}829342$$

$$\Omega_{t1} = 0{,}879928$$

$$\Omega_{t2} = 1{,}136456 = \Omega_{t1}^{-1}$$

Pentru obținerea atenuării la frecvențe joase de 25 dB se impune un pol la frecvența zero ($n_0 = 1$) iar pentru obținerea atenuării la frecvențe înalte și a simetriei necesare se impun 2 poli la frecvențe înalte ($n_\infty = 2$).

Numărul de elemente unitate (n) se alege atît pentru a obține atenuarea de blocare necesară, cît și pentru a avea destule grade de libertate pentru efectuarea transformărilor Kuroda, necesare obținerii unor valori de elemente care să poată fi tehnic realizabile. Dacă se folosesc 5 elemente unitate, funcția caracteristică este de forma:

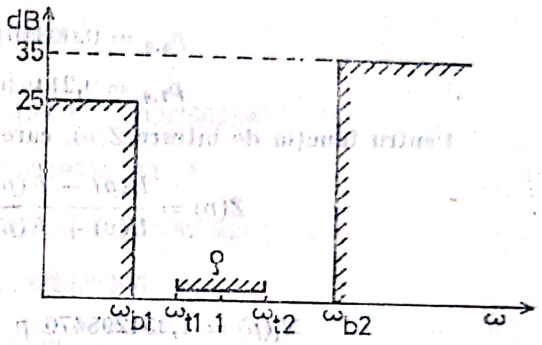


Fig. 6.103. Gabarit atenuare-frecvență.

$$K(s) = C \frac{(p^2 + \Omega_0^2)^4}{p(\sqrt{a^2 - p^2})^5}$$

Valoarea maximă a funcției caracteristice se obține la limitele benzii de trecere. Valoarea acesteia în funcție de factorul de reflexie ρ este:

$$K_t = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 - 1}} = 0{,}100503782$$

Constanta Ω_0 se determină în baza relației (6.52):

$$\Omega_0^2 = \frac{g(\Omega_{t1})\,\Omega_{t2}^2 + g(\Omega_{t2})\,\Omega_{t1}^2}{g(\Omega_{t1}) + g(\Omega_{t2})}$$

unde

$$g(\Omega) = [\Omega(\sqrt{a^2 + \Omega^2})^5]^{1/8}$$

Se obține $\Omega_0 = 1{,}005949$

Constanta C se obține în baza relației (6.53) respectiv

$$C = K(j\,\Omega_{t1}) \frac{\Omega_{t1}(\sqrt{a^2 + \Omega_{t1}^2})}{(\Omega_0^2 - \Omega_{t1}^2)^8} = 442{,}351148$$

Cunoscînd constantele C și Ω_0 funcția caracteristică este complet determinată.

În continuare este necesar să se determine funcția de transmisie $H(p) = \frac{E(p)}{G(p)}$.

Polinomul $E(p)$ se determină din relația:

$$E(p)\,E(-p) = F(p)\,F(-p) + G(p)\,G(-p)$$

unde $G(p) = p(a^2 - p^2)^{5/2}$

iar $F(p) = (p^2 + \Omega_0^2)^4 = 1{,}048594186 + 4{,}14491449\ p^2$

$$+ 6{,}144053279\ p_4 + 4{,}04773295\ p^6 + p^8$$

Pentru polinomul $E(p)\ E(-p)$ rezultă :

$$E(p)E(-p) = 1{,}099549767 + 8{,}692369203\ p^2 + 30{,}06621267\ p^4 + 59{,}421424253\ p^6 + 73{,}401852648\ p^8 + 58{,}028745263\ p^{10} + 28{,}272253374\ p^{12} + 8{,}09546591\ p^{14} + p^{16}$$

Rădăcinile ecuației $E(p)\ E(-p) = 0$ rezultă :

$$p_{1,2} = 0{,}083076742 \pm j\ 0{,}800366163$$

$$p_{3,4} = 0{,}204718635 \pm j\ 0{,}9150269157$$

$$p_{5,6} = 0{,}093164000 \pm j\ 1{,}22151194$$

$$p_{7,8} = 0{,}214610435 \pm j\ 1{,}086890022$$

Pentru funcția de intrare $Z(p)$, care se va sintetiza se obține expresia :

$$Z(p) = \frac{H(p) - K(p)}{H(p) + K(p)} = \frac{E(p) - F(p)}{E(p) + F(p)} = \frac{N_1(p)}{M_1(p)}$$

$$N_1(p) = 1{,}254298676\ p + 0{,}750036535\ p^2 + 4{,}957274\ p^3 + 1{,}50088429\ p^4 + 3{,}88199665\ p^5 = 0{,}709406805\ p^6 + 1{,}1911396267\ p^7$$

$$M_1 = 2{,}0971883722 + 1{,}254298676\,p + 9{,}039865515\,p^2 + 3{,}957273984\,p^3 + 13{,}78899084\ p^4 + 3{,}88199665\ p^5 + 8{,}804872716\ p^6 + 1{,}191139627\ p^7 + 2p^8$$

Realizarea celor doi poli de la infinit se va obține cu două capacități transversale, iar polul de la zero printr-o inductanță transversală. Circuitul final va fi de forma (fig. 6.104) : Capacitatea C_1 se obține în baza relației :

$$C_1 = \lim_{p\to\infty}\left[\frac{M_1(p)}{k_1 p N_1(p)}\right] = 1{,}679064280$$

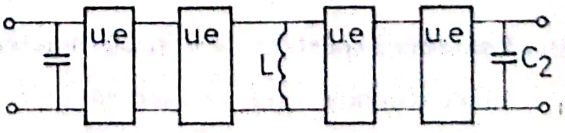
Reactanța rest $Y_1(p)$ care rezultă în urma extragerii capacității C_1, se obține în baza relației :

$$Y_1 = Z^{-1}_{1(p)} = \frac{M_1(p)}{N_1(p)} - pC$$

Primul element unitate se obține în baza relației :

$$Z_{1eu} = Z_1(a) \text{ și rezultă : } Z_{1ue} = 0{,}814883431$$

Fig. 6.104. Schema de principiu a FTB—cu linii.



Impedanța rest în urma extragerii primului element unitate se calculează în baza relației lui Richards

$$Z_2(p) = Z_{1ue}\frac{pZ_{ue} - aZ_1(p)}{pZ_1(p) - aZ_{1ue}} = k_2\frac{N_2(p)}{M_2(p)}$$

unde $N_2(p) = 0{,}077251301\ p + 0{,}046108494\ p^2 + 0{,}163299750\ p^3 + 0{,}044768121\ p^4 + 0{,}075174744\ p^5$

Scanned with OKEN Scanner

$$M_2(p) = 1{,}138321124 + 0{,}680813750\ p + 3{,}712111702\ p^2 + 1{,}433673521\ p^3 +$$
$$+ 3{,}769136642\ p^4 + 0{,}709406805\ p^5 + 1{,}191139627\ p^6$$

$$k_2 = 0{,}814883431$$

În continuare se extrage de asemenea un element unitate în baza relației $Z_{2ue} = Z_2(a)$ și se obține

$$Z_{2ue} = 0{,}023929173$$

Impedanța rest în urma extragerii elementului Z_{2ue}, calculată pe baza relației lui Richards este de forma

$$Z_3 = k_3 \frac{N_3(p)}{M_3(p)} \text{ unde}$$

$$N_3(p) = 0{,}0366255265\ p + 0{,}0218423198\ p^2 + 0{,}076658437\ p^3 +$$
$$+ 0{,}0208318363\ p^4 + 0{,}0349779922\ p^5$$

$$M_3(p) = 0{,}0222653161 + 0{,}0133165703\ p + 0{,}0482122675\ p^2 +$$
$$+ 0{,}0134934296\ p^3 + 0{,}022662206\ p^4$$

$$k_3 = 0{,}023929173$$

Următoarea etapă constă în realizarea polului de la frecvența zero, care se realizează cu o inductanță transversală. Valoarea acesteia rezultă din relația (tabelul 6.2):

$$L = \lim_{p \to 0} \frac{Z_3(p)}{p}$$

Se obține $L = 0{,}039362502$

Impedanța rest $Z_4(p)$ în urma extragerii inductanței L se deduce în baza relației

$$\frac{1}{Z_4(p)} = \frac{1}{Z_3(p)} - \frac{1}{pL} = k_4 \frac{N_4(p)}{M_4(p)}$$

unde

$$N_4(p) = 0{,}0366255265 + 0{,}02184231984\ p + 0{,}0766584367\ p +$$
$$+ 0{,}0208318363\ p^2 + 0{,}03497799218\ p^3$$

$$N_4(p) = 3{,}823138505 \cdot 10^{-5} + 1{,}6102254389710^{-3}\ p$$
$$+ 8{,}2938181253 \cdot 10^{-4}\ p + 1{,}3984557742 \cdot 10^{-3}$$

$$k_4 = 0{,}0239291731$$

Următorul element care se extrage este un element unitate a cărui impedanță caracteristică este:

$$Z_5 = Z_4(a) = 1{,}2956026192$$

Impedanța rest Z_6, obținută în baza relației lui Richards este de forma:

$$Z_6 = k_6 \frac{N_6(p)}{M_6(p)}$$

unde

$$N_6(p) = 0{,}0243958381 + 0{,}0136305242\ p + 0{,}02320436856\ p^2$$

$$M_6(p) = 1{,}378783329510 \cdot 10^{-3} + 0{,}0418216623\ p + 0{,}020831836273\ p^2 +$$
$$+ 0{,}0349779922\ p^4$$

$$k_6 = 1{,}29560262$$

Scanned with OKEN Scanner

Următoarea extragere este tot a unui element unitate și se obține:

$$Z_7 = Z_6(a) = 0{,}5485537998$$

Impedanța rest $Z_8(p) = k_8 \dfrac{N_8(p)}{M_8(p)}$ obținute în urma aplicării relației lui Richards este

$$N_8(p) = 0{,}01624978464 + 8{,}820129548 \cdot 10^{-3}\, p + 0{,}014880956447\ p^2$$

$$M_8(p) = 3{,}888439108 \cdot 10^{-4} + 9{,}707362082509\ p$$

$$k_8 = 0{,}5485537998-$$

Se extrage ultimul element unitate de impedanță Z_9, unde

$$Z_9 = Z_8(a) = 18{,}68043666$$

Impedanța rest, după extragerea ultimului element unitate este:

$$Z_{10}(p) = k_{10} \frac{N_{10}(p)}{M_{10}(p)}$$

unde

$$N_{10}(p) = 0{,}0108237929$$

$$M_{10}(p) = 9{,}82012954397$$

$$k_{10} = 18{,}68043666$$

A mai rămas de extras ultimul pol de la infinit care se realizează cu o capacitate transversală.

Aceasta se obține din relația

$$C_2 = \lim_{p\to\infty} \frac{M_{10}(p)}{pk_{10}\, N_{10}(p)} = 0{,}0732446297$$

După extragerea capacității C_1, restul funcției este

$$Z_{11}(p) = k_{11} \frac{N_{11}}{M_{11}} = 168{,}8043666 \cdot \frac{0{,}0108237929}{8{,}82012954397} = 22{,}92405994$$

Aceasta este fie valoarea normată a rezistenței de sarcină, fie valoarea raportului de transformare n^2.

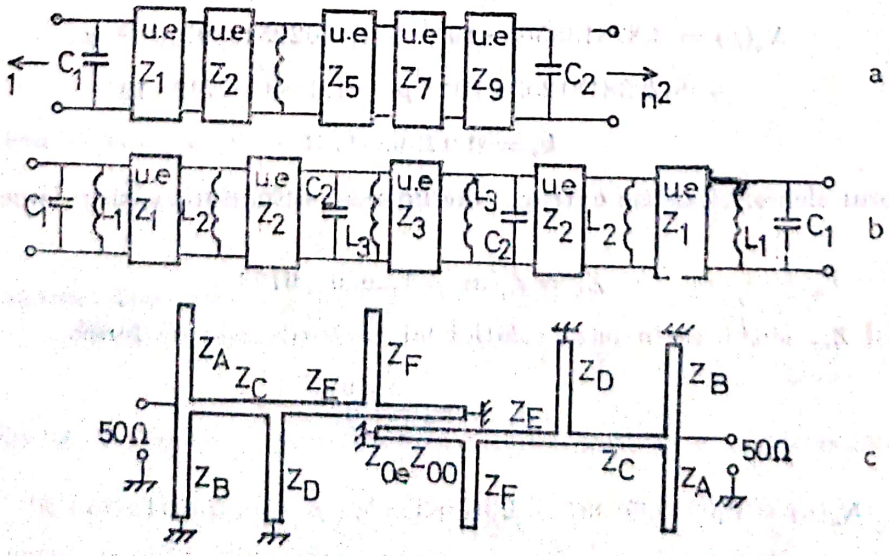


Fig. 6.105. *a*) Circuit analog reactiv rezultat; *b*) Circuit echivalent; *c*) Circuit cu linii (cuplate și în cascadă).

Scanned with OKEN Scanner

În final a rezultat următoarea structură (fig. 6.105):

$$Z_1 = 0{,}814883431 \qquad C_1 = 1{,}679064280$$

$$Z_2 = 0{,}023929173 \qquad L = 0{,}039362503$$

$$Z_5 = 1{,}2956026192 \qquad C_2 = 0{,}0732446297$$

$$Z_7 = 0{,}5485537998 \qquad R^2 = 22{,}92405994$$

$$Z_9 = 18{,}68043666$$

În exemplul 6.7 circuitul din fig. 6.105 este optimizat în baza procedeului descris și se obține în final circuitul echivalent (fig. 6.105, *b* a cărui realizare cu linii este ilustrată în fig. 6.105, *c*).

Corespondența dintre elementele circuitului din fig. 6.105, *b* și 6.105, *c* este următoarea:

$$C_1 \to Z_A; \qquad L_2 \to Z_D;$$

$$L_1 \to Z_B; \qquad Z_2 \to Z_E;$$

$$Z_1 \to Z_C; \qquad C_2 \to Z_F;$$

Elementul unitate Z_3 împreună cu cele două inductanțe adiacente L_3, se realizează cu cele două linii cuplate de impedanțe Z_{0e} și Z_{00}.

Exemplul 6.11

Filtrul trece bandă al cărui circuit analog este un FTB — aproximare Cebișev.

Să se proiecteze un filtru cu linii al cărui analog în domeniul frecvenței este de tip trece bandă.

Condițiile atenuare-frecvență impuse sînt aceleași cu cele din exemplul 6.10 cu diferența că aproximarea atenuării în banda de trecere trebuie să fie de tip echiriplu (Cebișev).

Frecvența medie a benzii de trecere	3 GHz
Lărgimea de bandă relativă	20%
Factorul de reflexie în banda de trecere	$\rho \leqslant 10\%$

Atenuarea în banda de blocare

$$0 \leqslant f \leqslant 1{,}5 \text{ GHz} \qquad a_b \geqslant 25 \text{ dB}$$

$$4{,}5 \leqslant f \leqslant 11{,}5 \text{ GHz} \qquad a_b \geqslant 35 \text{ dB}$$

Condiția (6.35): $f_{b2} \leqslant 4f_M - f_{t2}$ nu este îndeplinită și deci filtrul analog trebuie să fie de tip trece bandă.

Frecvența nominală $f_N = \dfrac{f_{b1} + f_{b2}}{2} = 8$ GHz

Constanta a în baza relației

$$a = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_{t1}}{f_N}\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_{t2}}{f_N}\right) = 1{,}5013022423$$

Condițiile impuse atenuării se transformă în baza relației (6.39):

$$p = \operatorname{ath}\frac{\pi}{2}s$$

Gabaritul de atenuare-frecvență este cel din fig. 6.103.

Ca și în cazul aproximării maxim-plate se impune $n_0 = 1$, $n_\infty = 2$ și $n = 5$.

Valoarea funcției caracteristice maxime în banda de trecere

$$K_t = \frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}} = \varepsilon = 0{,}100503782.$$

Funcția caracteristică se obține în baza relației:

$$K(p)^2 = \varepsilon^2 f_{TB}^2(p)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde :

$$f_{TB} = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{t2}^2 - \Omega_{t1}^2}} \frac{(\Omega_{t1} P_2 + \Omega_{t2} P_1)(P_2 + P_1)^2 (A_1 P_2 + A_2 P_1)^5 +}{2(jp)(\sqrt{a^2 - p^2})^5}$$

$$+ (\Omega_{t1} P_2 - \Omega_{t2} P_1)(P_2 - P_1)^2 (A_1 P_2 - A_2 P_1)^5$$

unde

$$P_2 = \sqrt{p^2 + \Omega_{t2}^2} \qquad A_1 = \sqrt{a^2 + \Omega_{t1}^2}$$

$$P_1 = \sqrt{p^2 + \Omega_{t1}^2} \qquad A_2 = \sqrt{a^2 + \Omega_{t2}^2}$$

Cu datele $\Omega_{t1} = 0{,}879928$; $\Omega_{t2} = 1{,}136456$; $a = 1{,}5013022423$ se obține pentru polinomul $F(p)$:

$$F(p) = f_0 + f_2 p^2 + f_4 p^4 + f_6 p^6 + f_8 p^8 \text{ unde}$$

$f_0 = 7239{,}884637776$

$f_2 = 29261{,}049188805$

$f_4 = 43867{,}28624715$

$f_6 = 28911{,}79942346$

$f_8 = 7069{,}450299578$

Pentru rădăcinile polinomului Hurwitz $E(p)$ obținut din relația

$E(p)\ E(-p) = F(p)\ F(-p) + G(p)\ G(-p)$ se obține :

$p_{1,2} = 0{,}0387865605 \pm j\ 0{,}855636518$

$p_{3,4} = 0{,}0953823780 \pm j\ 0{,}94200460444$

$p_{5,6} = 0{,}0987185617 \pm j\ 1{,}068444661$

$p_{7,8} = 0{,}042147133 \pm j\ 1{,}162215478$

Cu ajutorul acestor rădăcini se construiește polinomul $E(p)$.

Cunoscînd polinoamele $E(p)$ și $F(p)$ se formează impedanța de descompunere

$$Z(p) = \frac{E(p) - F(p)}{E(p) + F(p)} = \frac{N_1(p)}{M_1(p)}$$

unde

$$N_1(p) = c_1 p + c_2 p^2 + c_3 p^3 + c_4 p^4 + c_5 p^5 + c_6 p^6 + c_7 p^7 \text{ și}$$

$$M_1(p) = b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3 + b_4 p^4 + b_5 p^5 + b_6 p^6 + b_7 p^7 + b_8 p^8$$

și

$c_1 = 3998{,}93131006$ $\qquad$ $b_0 = 14479{,}7692755$

$c_2 = 1104{,}383547339$ $\qquad$ $b_1 = 3998{,}93131065$

$c_3 = 12230{,}4122322$ $\qquad$ $b_2 = 59626{,}4819255$

$c_4 = 2207{,}71248155$ $\qquad$ $b_3 = 12230{,}4122322$

$c_5 = 12112{,}341510046$ $\qquad$ $b_4 = 89942{,}28497584$

$c_6 = 1069{,}52399451$ $\qquad$ $b_5 = 12112{,}34151046$

$c_7 = 3888{,}68788241$ $\qquad$ $b_6 = 58893{,}12284144$

$b_7 = 3888{,}687882412$

$b_8 = 14138{,}900599$

Scanned with OKEN Scanner

Extragerea elementelor se face în aceeași ordine și pe baza acelorași relații utilizate în exemplul anterior al proiectării FTB-maxim plat și se obține structura (fig. 6.106).

$C_1 = 3{,}635905227$ $\quad Z_5 = 0{,}463153102$

$Z_1 = 0{,}399493080$ $\quad Z_7 = 0{,}203479491$

$Z_2 = 4{,}545149374 \cdot 10^{-3}$ $\quad Z_9 = 17{,}884702813$

$L = 7{,}048470913 \cdot 10^{-3}$ $\quad C_2 = 0{,}081215724$

Pentru valoarea rezistenței normate de sarcină R_2 sau n^2 rezultă

$$n^2 = 44{,}768489910$$

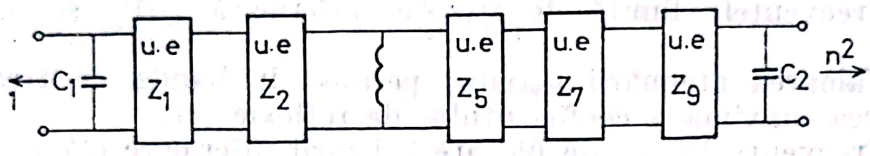


Fig. 6.106. Schema de principiu a FTB — echiriplu.

În fig. 6.107 se arată comparativ caracteristica atenuare-frecvență a FTB maxim plat (exemplul 6.10) și cea a filtrului FTB-echiriplu (exemplul 6.11).

După cum s-a menționat și rezultă și din fig. 6.107 pentru cele două filtre de bandă, din exemplul 9 și 10, proiectate pentru aceleași condiții de atenuare frecvență impuse, unul de tip maxim plat rezultă la frecvențele limită de blocare impuse următoarele performanțe:

f_{GHz}	$f_{b1} = 1$ GHz	$f_{b2} = 4{,}56$ GHz
FTB maxim-plat	32,64	39,72
FTB Cebîșev	50,24 dB	57,50

Coeficientul de reflexie în banda de trecere este același pentru ambele tipuri de filtre $\rho_{max} = 10\%$.

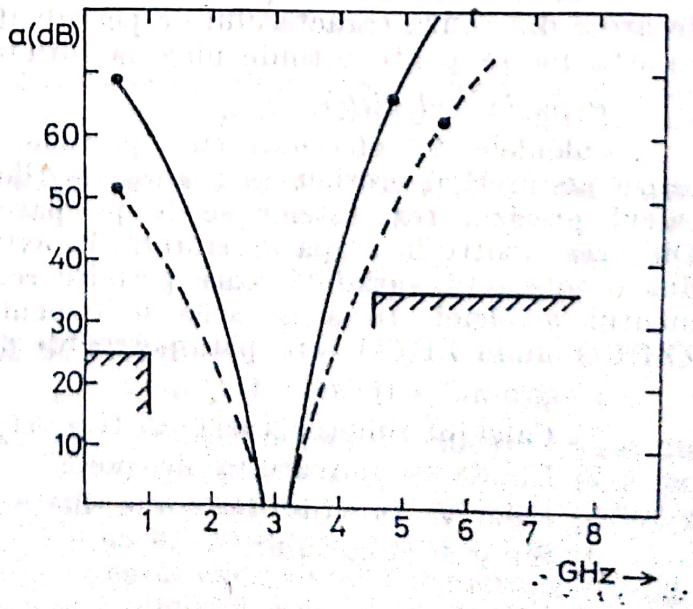


Fig. 6.107. Caracteristici atenuare-frecvență:
— Cebîșev
- - - Maxim-plat

6.7. Programul de calcul SINFIL

Pentru proiectarea filtrelor trece sus și trece bandă pe baza metodei descrise în paragraful 6.7 s-a întocmit un program general de calcul în limbajul BASIC. Programul efectuează calculul pentru următoarele tipuri de filtre :

1. Filtru trece sus Cebîșev
2. Filtru trece sus maxim plat
3. Filtru trece bandă Cebîșev
4. Filtru trece bandă maxim plat

Datele de intrare necesare pentru filtrele trece sus sînt :

— Frecvențele limită de trecere inferioară ($ft1$) și superioară ($ft2$) ;

— Valoarea atenuării maxime permisă în banda de trecere (At) sau valoarea maximă a coeficientului de reflexie (r) ;

— Frecvența limită de blocare a benzii inferioare (fb) ;

— Valoarea minimă a atenuării de blocare permisă (ap)

— Numărul polilor la frecvența zero (n_0)

— Numărul elementelor unitate (n)

Deși se calculează un FTS se solicită două frecvențe limită de trecere, deoarece prin realizarea cu linii FTS, datorită periodicității caracteristicilor liniilor se transformă automat în FTB.

Pentru cazul filtrelor de bandă datele de intrare necesare sînt :

— Frecvența limită de trecere inferioară (ft 1) și superioară ($ft2$) ;

— Frecvențele limită ale benzii de blocare superioară ($fb1$) și ($fb2$) ;

— Valoarea atenuării maxime admisă în banda de trecere (At) sau valoarea maximă a coeficientului de reflexie (r)

— Frecvența limită de blocare a benzii inferioare (fb) ;

— Valorile atenuărilor minime de blocare permise : inferioară ($Ap1$) și superioară ($Ap2$) ;

— Numărul polilor la frecvența zero (n_0) ;

— Numărul polilor la infinit (n_i) ;

— Numărul elementelor unitate (n).

Banda de blocare superioară este caracterizată de două frecvențe, deoarece din cauza caracterului de periodicitate al caracteristicilor liniilor aceasta nu se poate întinde pînă la infinit.

Precizia calculelor.

Calculele sînt efectuate cu o precizie de 14 cifre semnificative. Din cauza acumulării erorilor și a aproximărilor din cadrul algoritmului de calcul precizia rezultatelor scade pe parcursul execuției programului. Din acest motiv în etapa de sinteză, la extragerea elementelor s-a introdus o toleranță variabilă, care permite continuarea calculului în detrimentul preciziei. În acest sens se înlocuiește comparația $x=0$ cu $x<$ <ZERO unde ZERO este parametrul de toleranță impus.

Programul cuprinde 4 etape :

1) Calculul funcției caracteristice $K(p)$;

2) Validarea numărului de poli ;

3) Calculul funcției reactante de descompunere $Z(p)$;

4) Sinteza circuitului.

Scanned with OKEN Scanner

Prin validarea numărului de poli se înțelege calculul atenuării la frecvențele limită de blocare și verificarea că aceasta îndeplinește condițiile impuse.

Funcția caracteristică se definește ca $K(p) = \frac{F(p)}{G(p)}$.

Pentru toate tipurile de filtre polinomul $G(p)$ este de același tip

$$G(p) = p^{n_0}(a^2 - p^2)^{\frac{n}{2}}$$

iar $F(p)$ diferă în funcție de tipul filtrului.

Funcția reactanță de descompunere este

$$Z(p) = \frac{E(p) - F(p)}{E(p) + F(p)}$$

Pentru determinarea polinomului $E(p)$ se ține seama de relația

$$E(p)\ F(-p) = F(p)\ F(-p) + G(p)\ G(-p)$$

Dacă $p_1, p_2, \ldots$ sînt rădăcinile polinomului $E(p)\ E(-p)$ atunci $E(p) = c(p-p_1)(p-p_2)\ldots$
unde c este rădăcina pătrată a termenului de grad maxim al polinomului $E(p)E(-p)$.

Sinteza circuitului

Sinteza se efectuează pe baza procedeului lui Bader, generalizat și pentru cazul elementelor unitate care se extrag în baza teoremei lui Richards. Prin extragerea unei secțiuni se înțelege calculul elementului secțiunii respective și determinarea funcției reactanță rest.

Tipurile de secțiuni posibile sînt:

1. Capacitate serie;
2. Inductanță paralel
3. Inductanță serie
4. Capacitate serie
5. Element unitate

Prin capacitate sau inductanță serie se înțelege că acestea sînt dispuse în brațul longitudinal al circuitului, iar prin paralel că sînt dispuse în brațul transversal.

Date de ieșire. Datele de ieșire sînt constituite din valorile elementelor care compun circuitul.

6.8. STRUCTURI SPECIALE DE FILTRE

Fie filtrul trece sus care prin transformarea Richards devine un filtru trece bandă (fig. 6.108), structură care nu poate fi obținută pe baza filtrului prototip cu constante concentrate ci cu ajutorul metodei de sinteză descrisă în paragraful și cu ajutorul programului Sinfil.

Similar cu metoda descrisă în cazul exemplului 8 structura din fig. 6.108 se transformă într-o structură similară arătată în fig. 6.109.

Scanned with OKEN Scanner

Fie acum o pereche de secțiuni de linii cuplate, cu porți opuși lăsați în gol, al căror model este ilustrat în fig. 6.110.

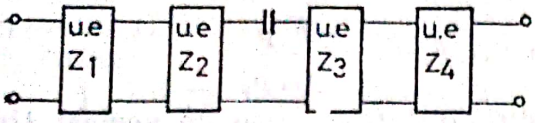


Fig. 6.108. FTB, format dintr-o capacitate și elemente unitate.

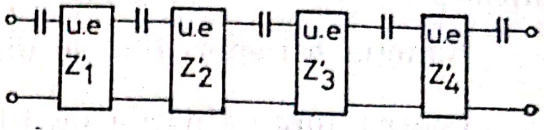


Fig. 6.109. Circuit echivalent al FTB.

În fig. 6.110*b*, capacitatea $\frac{1}{Z_2}$ a fost descompusă în două capacități parțiale $\frac{1}{(1-k)Z_2}$ și capacitatea $\frac{1}{kZ_2}$. Ultima fiind apoi translatată prin transformator se obține structura echivalentă din fig. 6.110b. Aplicînd apoi transformarea I-2 Kuroda (tabel 5.2) se obține circuitul echivalent din fig. 6.110*c* pentru cazul cu linii de lățimi egale.

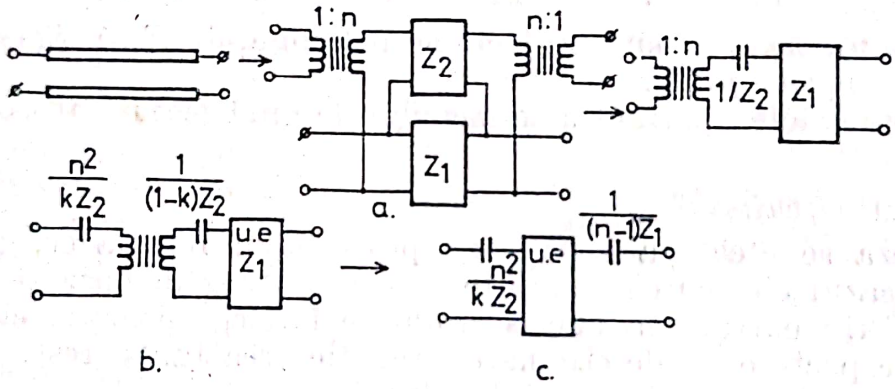


Fig. 6.110. Circuite echivalente cu linii cuplate.

Deci în final se obține echivalența importantă ilustrată în fig. 6.111

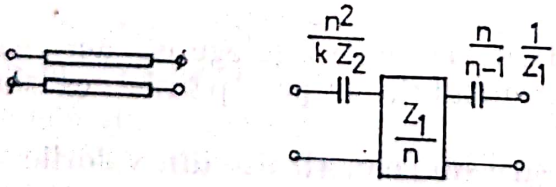


Fig. 6.111. Circuite echivalente.

În fig. 6.111 s-a ales $k = \frac{n}{n+1}$. Dacă se utilizează linii de lățimi diferite atunci $k = 1 - (n-1)\frac{Z_1}{Z_2}$.

Fie acum structura filtrului de bandă din fig. 6.108 echivalentă cu structura din fig. 6.109.

Dacă fiecare secțiune A, B...E din fig. 6.112, a se echivalează cu două linii cuplate, conform fig. 6.111 atunci se obține în final structura de filtru de bandă realizată numai cu linii cuplate, ilustrate în fig. 6.110*b*.

Scanned with OKEN Scanner

Se va examina în continuare realizarea cu linii cuplate a tipului de filtru de bandă ilustrat în exemplul 6.9.

Fie pentru aceasta două linii cuplate cu porţii opuşi în scurt (fig. 6.112).

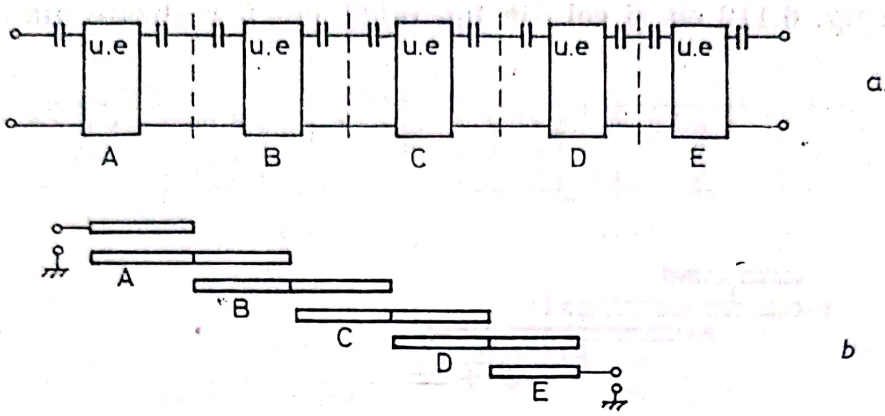


Fig. 6.112. FTB format din linii cuplate.

Procedînd similar ca în cazul liniilor cuplate şi cu porţii opuşi în gol (fig. 6.110) se obţine echivalenţa din fig. 6.113.

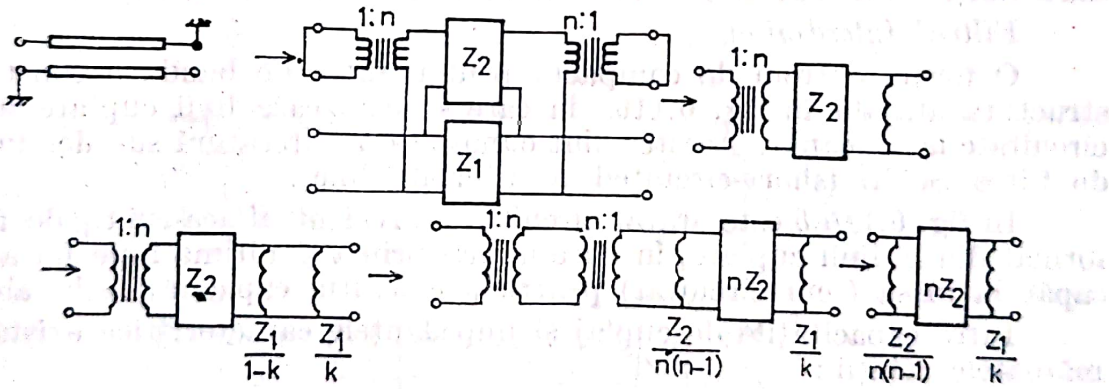


Fig. 6.113. Circuite echivalente cu două linii cuplate cu porţi opuşi în scurtcircuit.

Rezultă următoarea echivalenţă (fig. 6.114).

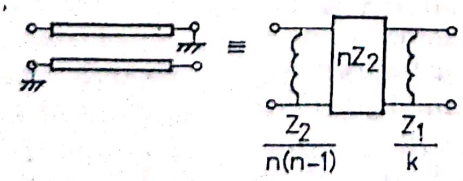


Fig. 6.114. Circuite echivalente finale.

Pentru circuitul filtrului din fig. 6.115 a, format numai din elemente unitate şi inductanţe transversale, în baza echivalenţei din fig. 6.114 se obţine structura de filtru format numai din linii cuplate arătate în fig. 6.115

Scanned with OKEN Scanner

Valoarea coeficientului k, atît pentru cazul unor linii de lățimi egale, cît și inegale este cea dată de relațiile $k = \frac{n}{n+1}$ sau $k = 1 - (n-1)\frac{Z_1}{Z_2}$.

De menționat că așa după cum s-a văzut din exemplul 8 că atît filtrele din fig. 6.112 cît și cel din fig. 6.115 pot fi realizate din elemente

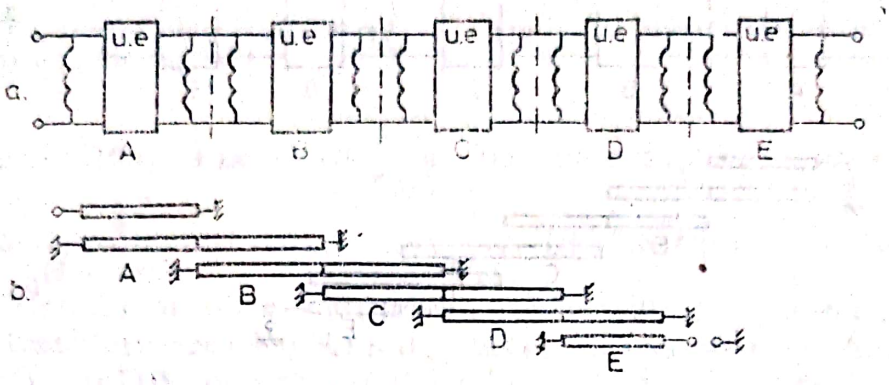


Fig. 6.115. Filtru format din linii cuplate scurtcircuitate la capetele opuse.

unitate conectate în cascadă iar capacitățile din structura filtrului din fig. 6.112 se realizează prin linii lăsate în gol și dispuse transversal, iar inductanțele din fig. 6.115 din linii în scurtcircuit la un capăt.

Filtrul interdigital

O formă extrem de compactă pentru filtre de bandă o constituie structura arătată în fig. 6.116*a* în care se utilizează linii cuplate scurtcircuitate la un capăt. Acestea sînt cunoscute în literatură sub denumirea de filtre SCTL (short-circuited terminating-line).

În fig. 6.115 *b* este arătat circuitul echivalent al acestui tip de filtru format din N linii cuplate, în care numai prima și ultima linie nu au un capăt la masă (scurtcircuitat) pentru a constitui capacități echivalente.

Între capacitățile de cuplaj și impedanțele caracteristice există următoarele relații :

$$n_0 = 1 + \frac{C_{00}}{C_{01}}; \qquad n_{N+1} = 1 + \frac{C_{N+1,N+1}}{C_{N,N+1}}$$

$$C_{00/e} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{n_0(n_0-1)}{Z_{01}}; \qquad \frac{C_{N+1,N+1}}{\varepsilon} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{n_{N+1}(n_{N+1}-1)}{Z_{N,N+1}}$$

$$C_{11/e} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}}\left(\frac{1}{Z_{11}} - \frac{n_0 - 1}{Z_{01}}\right); \qquad \frac{C_{N,N+1}}{\varepsilon} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{n_{N+1}}{Z_{N,N+1}}$$

$$C_{ii/e} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{1}{Z_{ii}}; \qquad \frac{C_{N,N}}{\varepsilon} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}}\left(\frac{1}{Z_{N,N}} - \frac{n_{N+1} - 1}{Z_{N,N+1}}\right)$$

$$i = 2 \ldots N-1$$

$$C_{ij/e} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{1}{Z_{ij}} \qquad 1 = 1 \ldots N-1$$

Scanned with OKEN Scanner

Ținînd seama de circuitul echivalent cu două linii cuplate (fig. 6.113) pentru toate liniile cuplate din fig. 6.116*a*, se obține circuitul echivalent din fig. 6.116 b.

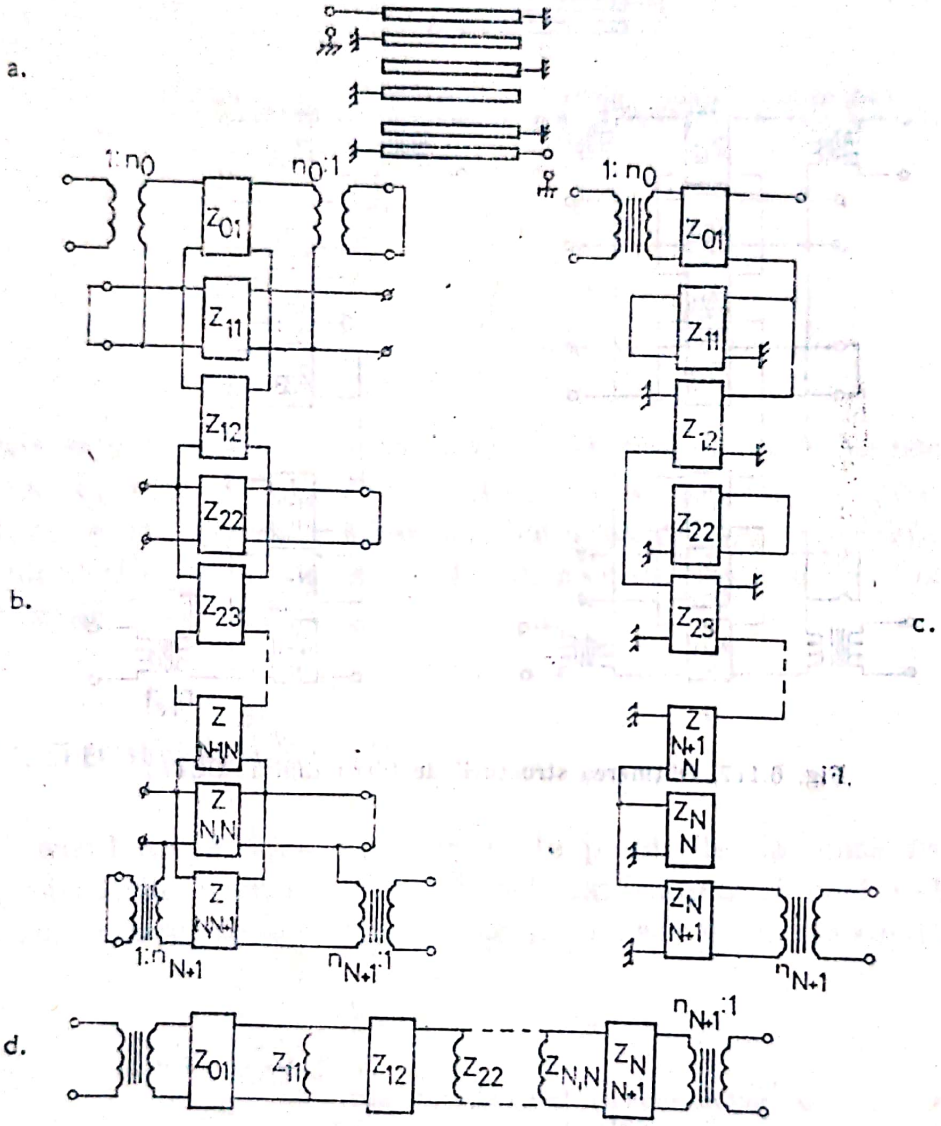


Fig. 6.116. Obținerea structurii de filtru digital SCTL.

După simplificare se obține în continuare circuitul echivalent din fig. 6.116 c. Liniile (elemente de unitate) (11), (22),. . .,(N, N) sînt scurt-circuitate la un capăt și au celelalte capete conectate între pămînt și elementele unitate conectate în cascadă 01, 12, 23,. . .,N, N + 1, formînd astfel inductanțe conectate transversal (fig. 6.116 d).

Punerea la pămînt în diagonal înseamnă introducerea unui transformator cu raport 1 :1 care inversează faza și care poate fi neglijat.

Structura interdigitală cu liniile terminale în gol cunoscute ca filtre (OCTL — open circuited terminating lines) pot fi obținute procedînd similar. Etapele intermediare sînt arătate în fig. 6.117. De notat că în acest caz liniile sînt numerotate de la 1 la *N*.

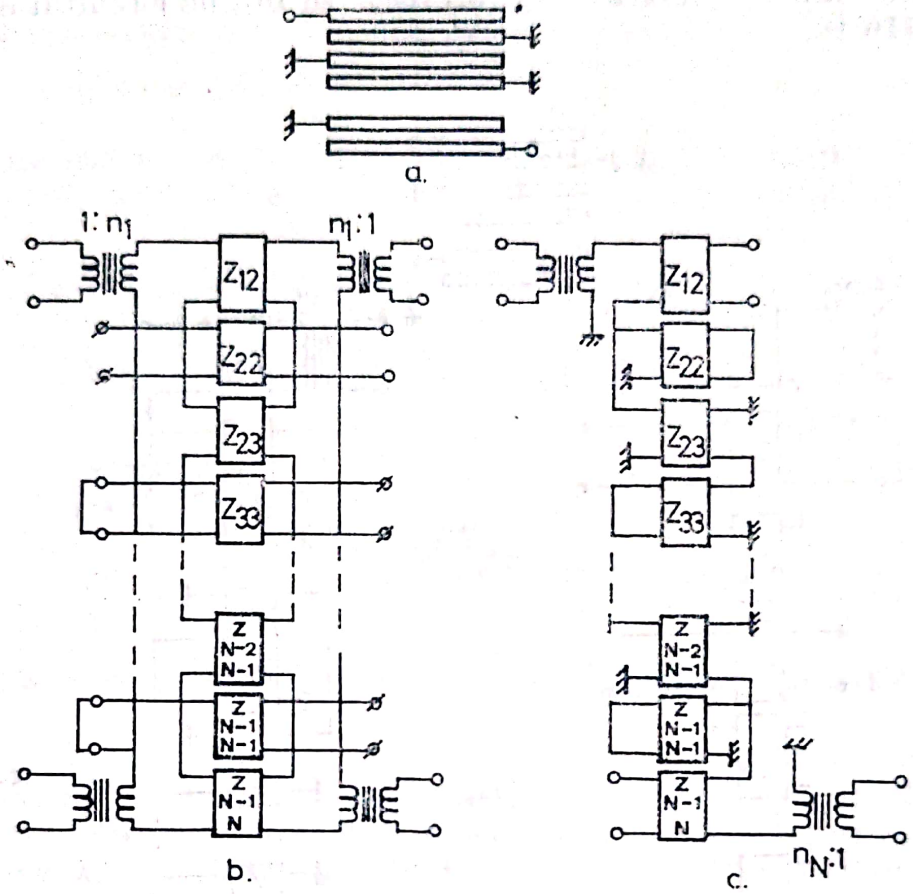


Fig. 6.117. Obţinerea structurii de filtru digital OCTL.

Scanned with OKEN Scanner

7.

Proiectarea filtrelor cu pierderi

Pînă acum calculele au presupus că elementele componente LC ale circuitelor nu prezintă pierderi ceea ce nu se întîmplă în practică. În continuare se vor indica modele ale inductanțelor și capacităților, care conțin pierderi și se va examina efectul acestora asupra caracteristicilor de transmisie ale filtrelor.

7.1. EFECTUL PIERDERILOR

În cazul inductanțelor dintre toate pierderile, la joasă frecvență, domină pierderile ohmice. Modelul cel mai simplu al unei inductanțe cu pierderi constă dintr-o inductanță L în serie cu o rezistență r (fig. 7.1) :

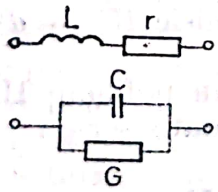


Fig. 7.1. Modelul componentelor cu pierderi.

Impedanța inductanței :

$$Z = sL + r = L\left(s + \frac{r}{L}\right) = L(s + d_L) \qquad (7.1)$$

unde $d_L = \frac{r}{L}$ se numește coeficientul de pierderi și are dimensiuni $\frac{1}{s}$.

Relația dintre d_L și coeficientul de calitate Q_L este :

$$Q_L = \frac{\omega L}{r} = \frac{\omega}{d_L} \qquad (7.2)$$

Scanned with OKEN Scanner

Modelul cel mai simplu al unei capacități cu pierderi este indicat în fig. 7.1*b*. Admitanța acestuia este :

$$Y = sC = G = \left(C + s\frac{G}{C}\right) = C(s + d_c) \tag{7.3}$$

unde $d_c = \frac{G}{C}$.

Relația dintre d_c și coeficientul de calitate Q_c este :

$$Q_c = \frac{\omega C}{G} = \frac{\omega}{d_c} \tag{7.4}$$

Acest model corespunde bine, în cazul frecvențelor joase.

Rezultă că se poate ține seama de efectul pierderilor dacă în loc de sL și C_s se utilizează relațiile 7.1 și 7.3

Dacă se presupune că toate elementele componente ale filtrului, prezintă același coeficient de pierdere d, funcția de transmisie a filtrului cu pierderi se obține făcînd substituția $s = s + d$. Se trage concluzia că dacă se sintetizează un filtru a cărui funcție de transmisie calculată a fost $H(s)$ circuitul construit fizic va realiza funcția de transmisie $H(s + d)$.

S. Darlington și Nai-Ta-Ming au elaborat o metodă de proiectare a filtrelor cu pierderi.

Se presupune că toate elementele au același coeficient de pierdere d.

Fie funcția de transmisie $H(s)$, în care se efectuează substituția $s \to s - d$.

Dacă funcția $H(s-d) = \dfrac{E(s-d)}{G(s-d)}$

se realizează cu elemente de circuit, al căror coeficient de pierdere este d, ca urmare a efectului pierderilor se obține

$$H(s-d) \to H[(s-d)+d] = H(s)$$

Deci, cuadripolul ar avea funcția de transmisie dorită.

Trebuie examinat dacă funcția de transmisie $H(s-d)$ îndeplinește condițiile de realizabilitate fizică.

Polinomul $E(s-d)$ este necesar să fie un polinom Hurwitz. Dacă s_i sînt zerourile polinomului $E(s)$ atunci se poate scrie :

$$E(s-d) = C\prod_i (s-d) - s_i] = C\prod_i (s - s(s_i + d)]$$

Rezultă că polinomul $E(s-d)$ este polinom Hurwitz dacă valoarea lui d este mai mică decît cea mai mică parte reală a zerourilor lui $E(s)$.

Numitorul funcției de transmisie $G(s)$ trebuie să fie un polinom par sau impar. Polinomul $G(s-d)$ nu îndeplinește această condiție. Pentru a o îndeplini, funcția $G(s-d)$ ar trebui extinsă cu $G(s+d)$, ceea ce ar mări numărul de elemente și ar complica mult etapa de sinteză a filtrului.

Din acest motiv se face uz de o aproximare, în care substituția $s \to s - d$, nu se efectuează în polinomul $G(s)$. Această aproximare este motivată și de faptul că alura atenuării în banda de trecere este dictată în cea mai mare parte de zerourile lui $H(s)$.

Scanned with OKEN Scanner

O altă condiție este ca $|H| = \left|\frac{E}{G}\right| \geqslant 1$ pentru toate frecvențele.

Deoarece $E(s-d)$ este polinom Hurwitz și nu are zerouri pe axa $j\omega$, și are gradul cel puțin egal cu al lui $G(s)$, rezultă că

$$\frac{E(s-d)}{G(s)} > 0, \text{ pentru orice } s = j\omega$$

Pentru a îndeplini condiția $|H| \geqslant 1$ este necesar să se găsească o constantă k suficient de mare astfel încît

$$k\left|\frac{E(s-d)}{G(s)}\right| \geqslant 1$$

Factorul k, care multiplică funcția de transmisie, introduce o atenuare suplimentară constantă, în întreaga bandă de frecvență $a_c = 20 \lg k$. Pentru ca atenuarea a_c introdusă să nu fie mai mare decît este necesar, factorul k trebuie ales cît mai mic posibil.

Pentru aceasta se caută minimul absolut M al funcției

$$\left|\frac{E(s-d)}{G(s)}\right|^2$$

Alegînd $k \geqslant \frac{1}{\sqrt{M}}$, condiția $|H| \geqslant 1$ este îndeplinită.

Deci pentru ca a_c să fie minimă se alege $k = \frac{1}{\sqrt{M}}$.

7.2. PREDISTORSIONAREA

Principiul predistorsionării se poate explica dacă se examinează fig. 7.2. Zerourile funcției de transmisie ce trebuie realizată se notează cu s_i. Dacă se proiectează un filtru fără pierderi, după realizare, ca urmare a existenței coeficientului de pierderi d, acesta ar realiza zerourile $s_i + d$, așa după cum s-a văzut în 7.1. Acest efect se poate precompensa, dacă se proiectează un filtru fără pierderi care să realizeze zerourile $s_i - d$.

După ce filtrul se realizează cu elemente cu un coeficient de pierdere d, funcția de transmisie va realiza zerourile $(s_i - d) + d = s_i$, adică zerourile prescrise. Deoarece și filtrul predistorsionat se proiectează tot ca filtru fără pierderi, se vor utiliza procedeele de proiectare deja descrise, iar realizarea va conduce la circuitele cunoscute.

Pentru $E(s-d)$ și $\frac{E(s-d)}{k_{min}\,G(s)}$ se vor introduce notațiile $H_p(s) = \frac{E_p(s)}{G_p(s)}$.

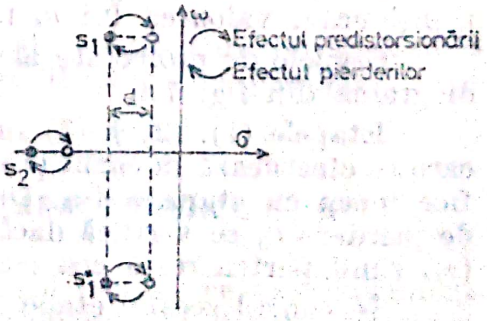


Fig. 7.2. Efectul pierderilor asupra poziților zerourilor lui $H(s)$.

Valoarea minimă k_{min} se recomandă să se caute în jurul zeroului critic.

Dependența de frecvență a funcției $H_p(s)$ în jurul zeroului critic este arătată în fig. 7.3.

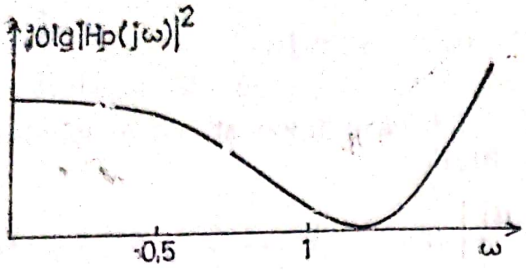


Fig. 7.3. Dependența de frecvență a funcției $10 \lg |H_p(j\omega)|^2$.

Efectul predistorsionării

Coeficientul d de pierderi care se utilizează pentru predistorsionare după cum s-a menționat nu poate fi mai mare decît valoarea reală a zeroului critic. Aceasta este însă numai o limitare de principiu. În aplicațiile practice valoarea lui d se limitează puternic, pentru că dacă se utilizează valori mari pentru coeficientul de pierderi rezultă:

— valori mari pentru atenuarea datorată pierderilor;

— dispersii mari între valorile elementelor de circuit;

— atenuarea depinde puternic de variații mici ale valorilor elementelor (sensitivități mari).

Atenuarea introdusă de predistorsionare, se poate aproxima în baza relației:

$$a_c \cong 20 \lg \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr} - d} = -20 \lg \left(1 - \frac{d}{\alpha_{cr}}\right) \qquad (7.5)$$

unde α_{cr} este partea reală a zeroului critic înainte de predistorsionare, iar $\alpha_{cr} - d$, valoarea după predistorsionare.

Mai jos se indică valoarea raportului d/α_{cr} pentru cîteva valori caracteristice ale lui a_c:

a_c(dB)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4
d/α_{cr}	0,056	0,109	0,160	0,206	0,250	0,292	0,369

Dacă se dorește proiectarea unor filtre care să evite dezavantajele menționate, valoarea lui a_c nu trebuie să întreacă 1—2 dB.

Etapele de proiectare ale unui filtru predistorsionat sînt indicate în diagrama din fig. 7.4.

Etapele (1), (2) și (3) sînt cunoscute, acestea fiind identice cu cele care se efectuează în cazul proiectării filtrelor fără pierderi. Etapele specifice încep cu etapa a 4-a. După ce se stabilește valoarea coeficientului de pierdere d, se verifică dacă acesta este de valoarea mai mică decît α_{cr} (α_{cr} fiind partea reală cea mai mică a zerourilor funcției de transmisie).

În cadrul acestei etape se calculează noile rădăcini ale polinomului $E(s - d)$, și apoi, pe baza acestuia se construiește polinomul $E(s - d)$ [1 Cap. 12].

Scanned with OKEN Scanner

Pentru stabilirea funcției de transmisie predistorsionată $H_p(s)$ este necesar să se calculeze valoarea.

$$k'_{min} = \min_{\omega} \left| \frac{E(s-d)}{G(s)} \right| \tag{7.6}$$

Această operație se efectuează cu ajutorul unui program de calcul de minimizare.

Cunoscînd pe k'_{min} se determină k_{min} în baza relației :

$$k_{min} = 0{,}999 \; k'_{min}$$

Această modificare se efectuează pentru ca funcția $K_p K_p^*$ respectiv $H_p H_p^*$ să nu posede un zerou dublu în funcție de s^2.

După stabilirea valorii lui k_{min}, rezultă și expresia lui

$$H_p = \frac{E(s-d)}{k_{min} H(s)} \tag{7.7}$$

În continuare procedeul de calcul este similar cu cel din cazul filtrelor fără pierderi. Diferența constă în aceea că la această etapă este cunoscută funcția de transmisie $H_p(s)$ și este necesar să se determine funcția caracteristică $K_p(s)$ și nu invers.

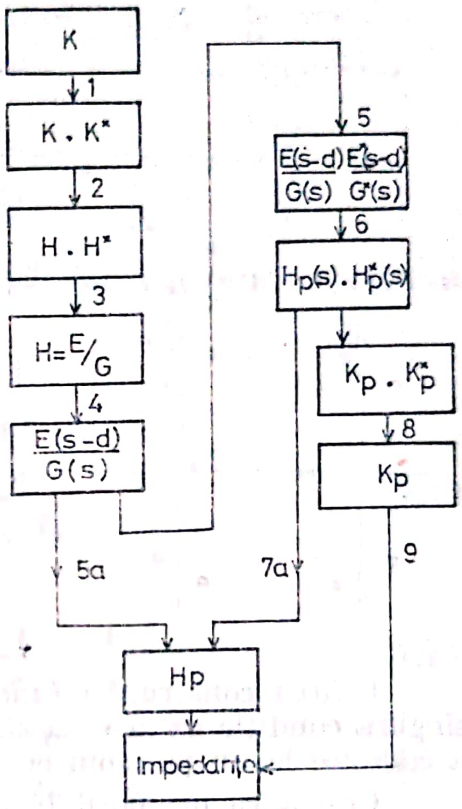


Fig. 7.4. Etapele calculului filtrelor predistorsionate.

Deoarece funcția H_p nu corespunde nici cazului filtrelor simetrice, nici antisimetrice, rezultă că numărătorul funcției caracteristice K_p, respectiv polinomul F_p, trebuie calculat în baza relației generale

$$F_p F_p^* = E_p E_p - G_p G_p^* \tag{7.8}$$

Stabilirea polinomului F_p din produsul $F_p F_p^*$ se face pe considerentul că acesta trebuie să posede coeficienți reali. F_p rezultă în acest caz un polinom general în s, și nu par sau impar cum este în cazul filtrelor fără pierderi.

Cunoscînd funcția de transmisie H_p și funcția caracteristică K_p, sinteza filtrului se efectuează ca și în cazul filtrelor fără pierderi.

7.3. PARTICULARITĂȚI ALE FUNCȚIEI CARACTERISTICE $K_p(s)$

Zerourile funcției caracteristice $K_p(s)$ nu rezultă pe axa imaginară (cu excepția unei singure perechi), dacă valoarea lui k_{min} se calculează cu mare precizie.

Scanned with OKEN Scanner

Aceasta este neobișnuit și din acest motiv, s-a recomandat modificarea lui k_{min} cu 1‰, ceea ce conduce la creșterea atenuării de bază, numai cu circa 0,01 dB.

Produsul $K_p K_p^*$ posedă 2 m zerouri, dintre care m sînt dispuse în semiplanul stîng, iar celelalte dispuse simetric în oglindă față de axa $j\omega$.

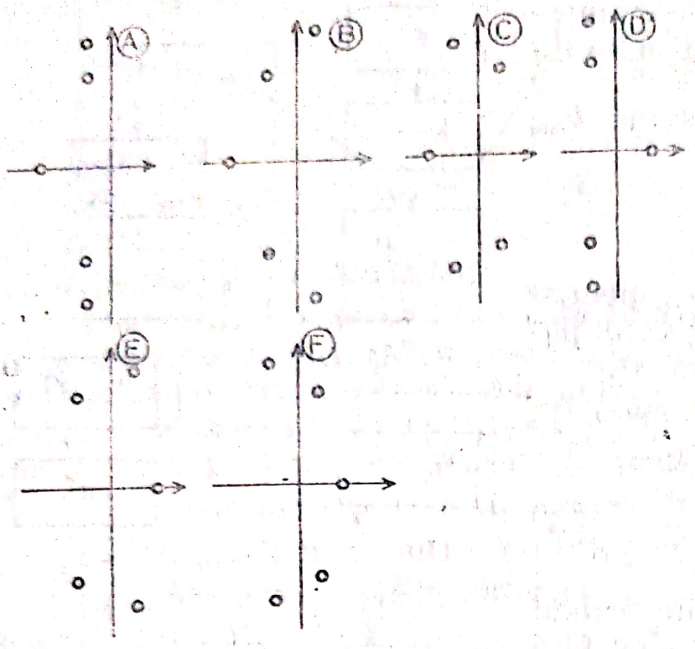


Fig. 7.5. Dispunerea posibilă a zerourilor polinomului $F_p(s)$.

Pentru construirea funcției K_p, se pot alege n zerouri oricum, cu singura condiție ca acestea să formeze perechi complex conjugate pentru a conduce la un polinom cu coeficienți reali.

Cîteva cazuri posibile de dispunere a zerourilor polinomului $F_p(s)$ sînt ilustrate în fig. 7.5.

Raportul de transformare.

Deoarece filtrul predistorsionat posedă o atenuare de bază în banda de trecere, rezultă că rezistențele de sarcină R_1 și R_2 vor fi diferite. Raportul de transformare u este dat de relația:

$$u^2 = \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{e_0}{k_{min}} \pm \sqrt{\frac{e_0^2}{k_{min}^2} - 1} \right)^2 \tag{7.9}$$

unde e_0 este raportul termenilor liberi din expresia polinoamelor $E(s-d)$ și $E(s)$, respectiv $E_p(0)$ și $E(0)$.

Atenuarea de bază rezultă:

$$a_c = 20 \lg H_p(0) = -20 \lg k_{min} = 20 \lg \frac{R_1 + R_2}{2\sqrt{R_1 R_2}} \tag{7.10}$$

Pentru o valoare dată a atenuării a_c, rezultă din 7.9 două valori posibile pentru raportul R_2/R_1.

Filtre trece jos

Relațiile dintre elementele normate și denormate ale unui FTJ sînt (fig. 7.6):

Între rezistențele R_L și coeficientul de calitate Q_L respectiv între R_c și Q_c există relațiile :

$$Q_L = \frac{\omega L}{R_L} \; ; \; Q_c = \omega C R_c \tag{7.11}$$

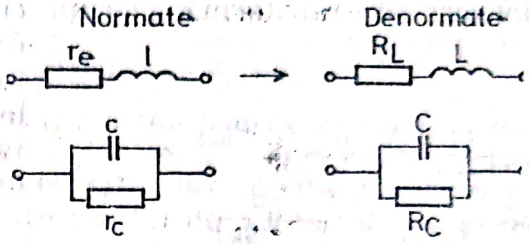


Fig. 7.6. Elementele normate și denormate ale FTJ cu pierderi.

Dacă L_0, C_0 și R_0 sînt inductanța, capacitatea și rezistența unitate unde :

$$L_0 = \frac{R_0}{\omega_0} \; ; \; C_0 = \frac{1}{R_0 \, \omega_0}$$

atunci : $$L = lL_0 = \frac{lR_0}{\omega_0} \; ; \; C = cC_0 = \frac{c}{\omega_0 R_0} \tag{7.12}$$

Rezultă :

$$Q_L(\omega_0) = \frac{\omega_0 L}{R_L} = \frac{\omega_0}{R_L} \cdot \frac{lR_1}{\omega_0} = \frac{l}{r_1} = \frac{1}{d} \tag{7.13}$$

respectiv $$Q_c(\omega_0) = \omega_0 \, R_c \, C = \frac{\omega_0 R_c c}{\omega_0 R_1} = \frac{c}{g_c} = \frac{1}{d} \tag{7.14}$$

În cazul proiectării FTJ normate — predistorsionate se presupune că toate elementele (bobinele și condensatoarele) au același coeficient de calitate respectiv :

$$Q_L = Q_c = \frac{1}{d}$$

Deoarece pierderile condensatoarelor sînt de regulă cu un ordin de mărime mai mici decît ale bobinelor, ar trebui ca toate capacitățile să fie șuntate cu rezistențe pentru a realiza aceleași Q-uri ca bobinele. Acest inconvenient se poate evita, dacă se utilizează aproximarea :

$$d \approx \frac{1}{2} \left[\frac{1}{Q_L(\omega_0)} + \frac{1}{Q_c(\omega_0)} \right] \tag{7.15}$$

Deoarece $\frac{1}{Q_c} \ll \frac{1}{Q_L}$ rezultă că se poate folosi relația :

$$d = \frac{1}{2 \, Q_L(\omega_0)} \tag{7.16}$$

Eroarea de aproximare este cu atît mai mică, cu cît este mai mare frecvența normată, față de coeficientul de pierdere d. Rezultă că predistorsio-

narea se poate utiliza în cazul în care pierderile sînt suficient de mici, iar banda de trecere a FTJ nu este folosită pînă la frecvența limită de trecere.

Filtre trece bandă (FTB)

În cazul relațiilor de transformare din FTJ în FTB [1], inductanțele cu pierderi se transformă într-un circuit serie format din inductanță, capacitate și rezistență iar o capacitate cu pierderi într-un circuit paralel, format de asemenea din capacitate, inductanță și rezistență de pierderi (fig. 7.7).

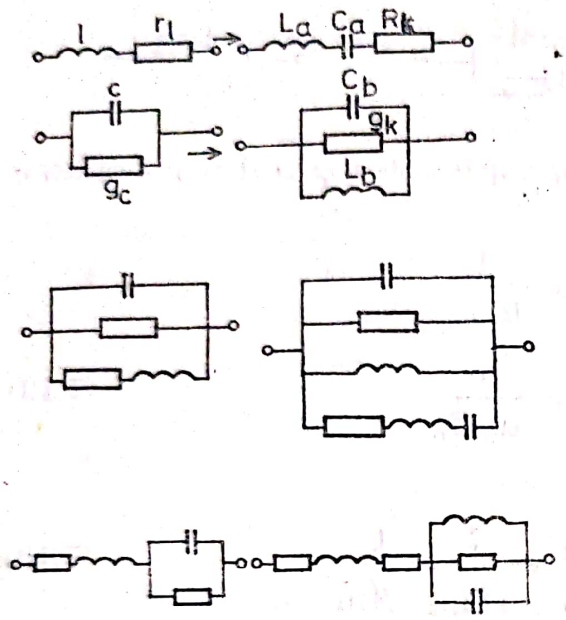


Fig. 7.7. Transformarea FTJ—FTB a elementelor cu pierderi.

Relațiile de transformare în acest caz sînt (tabelul 7.1)

$L_a = \frac{l}{\delta}$; $C_a = \frac{\delta}{l}$, respectiv în funcție de valorile denormate:

$$L_a = \frac{l}{\delta} \cdot L_0 = \frac{l}{\delta} \cdot \frac{R_0}{\omega_0} = \frac{l R_0}{\Delta\omega}$$

$$C_a = \frac{\delta}{l} \cdot \frac{1}{R_0\,\omega_0} = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0^2 l R_0}$$

unde: $\Delta\omega = \omega_{t2} - \omega_{t1}$ și $\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega_c}$

$$L_b = \frac{\delta}{c} \cdot l_0 = \frac{\delta}{c} \cdot \frac{R_0}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega\, R_0}{\omega_0^2\, c}$$

$$C_b = \frac{c}{\delta}\, c_0 = \frac{c}{\delta}\, \frac{1}{R_0\,\omega_0} = \frac{c}{\Delta\omega R_0}$$

Coeficientul de calitate al circuitului necesar ($l_a\omega_0$) este

a) în cazul circuitului serie:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_L} = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{1}{R_L} = \frac{l R_0 \omega_0}{R_L} = \frac{l_0}{r_l} = \frac{\omega_0}{d\,\Delta\omega_0} \qquad (7.17)$$

b) Pentru circuitul paralel:

$$Q_L = \frac{R_L}{\omega_0 L} = \frac{R_L \sqrt{LC}}{L} = R_L \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R_L\,\omega_0\, c}{\Delta\omega\, R_0} = \frac{r_c\, c\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{d\,\Delta\omega_0} \qquad (7.18)$$

Deoarece pierderile condensatoarelor sînt neglijabile în raport cu cele ale inductanțelor, rezistențele de pierdere vor rezulta din rezistențele de pierdere ale inductanțelor.

În domeniul frecvențelor joase, pierderile inductanțelor se vor aproxima printr-o rezistență serie.

În circuitele rezonante paralel, în care rezistențele de pierdere sînt dispuse paralel cu inductanța, această reprezentare este valabilă numai în mod aproximativ. Eroarea care se comite este cu atît mai mică, cu

Scanned with OKEN Scanner

cît lărgimea de bandă și pierderile sînt mai mici și dacă ne limităm la frecvențe pentru care raportul

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \text{ este de valoare relativ mică.}$$

Compensarea parțială a pierderilor

Dacă în cazul unui FTJ, $d = \dfrac{1}{Q_L(\omega_0)} = \dfrac{1}{Q_0(\omega_0)}$ respectiv în cazul unui FTB, $d = \dfrac{\omega_0}{\Delta\omega\, Q_k(\omega_0)}$ atunci rezultă o compensare totală a pierderilor. În multe cazuri aceasta nu este necesară, iar în unele cum este cazul filtrelor de bandă îngustă nici nu este posibil deoarece rezultă coeficienți de calitate care nu pot fi realizați. Dacă se alege pentru d o valoare mai mică decît cea rezultată din relațiile anterioare se obține o compensare parțială a pierderilor.

Din relațiile (7.17) și (7.18) rezultă pentru $\omega_0 = 1$

$$d_{TB} = \delta d_{TJ}$$

(d_{TB} este coeficientul de pierdere în cazul FTB, iar d_{TJ} în cazul FTJ).

Similar pentru coeficientul de calitate

$$Q_{TJ} = \delta Q_{0TB}$$

unde Q_{TJ} este factorul de calitate la frecvența limită de trecere, iar Q_{0TB} la mijlocul benzii de trecere a FTB.

Efectul pierderilor

Componentele de bază ale filtrelor LC sînt inductanțele și capacitățile. În realitate acestea se realizează cu ajutorul bobinelor și inductanțelor, care pe lîngă faptul că prezintă pierderi, valorile calculate se realizează cu o imprecizie oarecare.

În continuare se va examina efectul pierderilor asupra proprietăților circuitelor.

Se va examina funcția de transmisie a unui filtru, în care fiecare element reactiv prezintă același factor de pierdere $d_L = d_c = d$.

Funcția de transmisie a filtrului cu pierdere $H_p(s)$ este egală cu :

$$H_p(s) = H(s + d) \tag{7.19}$$

unde $H(s + d)$ este constanta filtrului fără pierderi în care s-a înlocuit s cu $s_p = s + d$.

Logaritmînd și dezvoltînd în serie Taylor funcția $H(s + d)$ în jurul punctului $d = 0$ rezultă :

$$\ln H_p(s) = \ln H_p(s_p)\big|_{d=0} + \frac{d \ln H(s_p)}{dd}\bigg|_{d=0} d + \frac{d^2 \ln (H(s_p)}{dd^2}\bigg|_{d=0} \frac{d^2}{2}$$

Ținînd seama că :

$$\left.\frac{\mathrm{d}\ln H(s_p)}{\mathrm{d}d}\right|_{d=0} = \frac{\mathrm{d}\ln H(s_p)}{\mathrm{d}s_p}\cdot\frac{\mathrm{d}s_p}{\mathrm{d}d} = \frac{\mathrm{d}\ln H(s)}{\mathrm{d}s}$$

rezultă

$$\ln H_p(s) = \ln H + \frac{\mathrm{d}\ln H}{\mathrm{d}s}d + \frac{\mathrm{d}^2\ln H}{\mathrm{d}s^2}\frac{d^2}{2} + \dots$$

Înlocuind $s = \mathrm{j}\omega$ și descompunînd în partea reală și imaginară se obține :

$$a_p = a + \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}\omega}d - \frac{\mathrm{d}^2a}{\mathrm{d}\omega^2}\frac{d^2}{2} + \dots$$

$$b_p = b - \frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}\omega}d - \frac{\mathrm{d}^2b}{\mathrm{d}\omega^2}\frac{d^2}{2} + \dots$$

unde atenuarea este în Np. Dacă se reţin numai primii doi termeni şi atenuarea se exprimă în dB, atunci :

$$a_p = a + \frac{20}{\ln 10}\tau d,$$

$$\tau_p = \tau - \frac{\ln 10}{20}\frac{\mathrm{d}^2a}{\mathrm{d}\omega^2}d \qquad (7.20)$$

Blostein [38] a stabilit relaţii pentru cazul în care $d_L \neq d_c$ respectiv :

$$a_p = a + \frac{20}{\ln 10}\left[\frac{d_L + d_c}{2}\tau + \mathrm{Im}\left(\frac{1+2}{2}\right)\frac{d_L - d_C}{2}\right] \qquad (7.21)$$

unde ρ_1 şi ρ_2 sînt coeficienţii de reflexie.

În cazul FTS şi FTB partea imaginară a coeficienţilor de reflexie este mică, poate fi neglijată şi în calcul se poate lua media aritmetică a coeficienţilor de pierdere.

În cazul filtrelor aritmetice, adunînd relaţiile care exprimă coeficienţii de reflexie în funcţie de $K(s)$ şi $H(s)$ rezultă :

$$\rho_1 + \rho_2 = \frac{K(s) - K(-s)}{H} = 0 \qquad (7.22)$$

deoarece $K(s)$ este funcţie pară. În acest caz calculul atenuării de pierdere, pe baza mediei, coeficienţilor de pierdere, dă rezultate bune.

Distorsiunile de atenuare cauzate de pierderi în general sînt :

— atenuare de bază ;
— distorsiuni de atenuare introdusă în special la frecvenţele limită ;
— atenuare finită la frecvenţele polilor.

Aceste distorsiuni este de dorit să fie ţinute la valori cît mai scăzute posibil, pentru ca acestea să poată fi compensate prin rezerve care se iau în alegerea frecvenţelor limită (frecvenţe f_t mai mari, f_b mai mici), sau atenuări de blocare mai mari.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a se putea compensa pierderile trebuie ca factorul de pierdere să fie mult mai mic decît modulul părții reale al rădăcinilor funcției $H(s)$, respectiv :

$$d \ll Min \ |\alpha_v| = (-\alpha_{min})$$

Deoarece în general factorul de calitate Q_L al inductanței este mult mai mic decît cel al capacității Q_c,

$$Q_L \ll Q_c$$

rezultă că factorul de calitate minim necesar trebuie să fie :

$$Q_L \gg \frac{1}{2(-\alpha_{min})} = q_{min} \tag{7.23}$$

În banda de blocare atenuarea scade cu atenuarea de bază a_c introdusă datorită pierderilor.

Valoarea atenuării maxime a atenuării care se poate obține la frecvența polului cea mai critică, respectiv cea mai apropiată de frecvența limită de blocare se poate determina aproximativ din atenuarea $a(\omega)$ a filtrului fără pierderi, cu ajutorul relației :

$$a_\infty \approx \frac{1}{2} a(\omega_\infty - d) + a(\omega_\infty + d)$$

unde d trebuie să îndeplinească relația

$$d \leqslant |\omega_\infty - \omega_b|$$

Proiectarea filtrelor trece bandă predistorsionate

Condițiile inițiale impuse unui FTB predistorsionat sînt :
Banda de trecere cuprinsă între ω_{t1} și ω_{t2} ;
Atenuarea maximă permisă în banda de trecere a_t ;
Banda de blocare inferioară cuprinsă între $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_{b1}$;
Banda de blocare superioară cuprinsă între $\omega_{b2} \leqslant \omega \leqslant \infty$
Atenuarea minimă în banda de blocare a_b ;
Rezistența de închidere din primar R_1 ;
Factorul de calitate la mijlocul benzii, al bobinei Q_L.

Algoritmul de calcul

Pe baza condițiilor impuse, FTB se proiectează cu ajutorul transformării FTJ—FTB.

După stabilirea tipului și structurii FTJ, corespunzător se calculează factorul de pierdere necesar al bobinei, pe baza căruia trebuie să se proiecteze FTJ predistorsionat corespunzător respectiv :

$$d_{FTJ} = \frac{1}{\delta} d_{FTB}$$

După proiectarea FTJ—predistorsionat cu factorul de pierdere d_{FTJ} se efectuează transformarea acestuia în filtru trece bandă (FTJ—FTB) cu ajutorul procedeului descris în [1 Cap. 11].

Exemplul 7.1

Să se proiecteze un filtru trece jos (FTJ), care trebuie să îndeplinească următoarele condiții inițiale:

Banda de trecere $0 \leqslant f \leqslant f_t = 207$ kHz

Atenuarea maximă permisă în banda de trecere

$$a_t = 0{,}2 \text{ dB}$$

Banda de blocare

$$f_b = 220{,}9 \text{ kHz} \leqslant f \leqslant \infty$$

Atenuarea minimă în banda de blocare trebuie să satisfacă gabaritul impus în fig. 7.8.

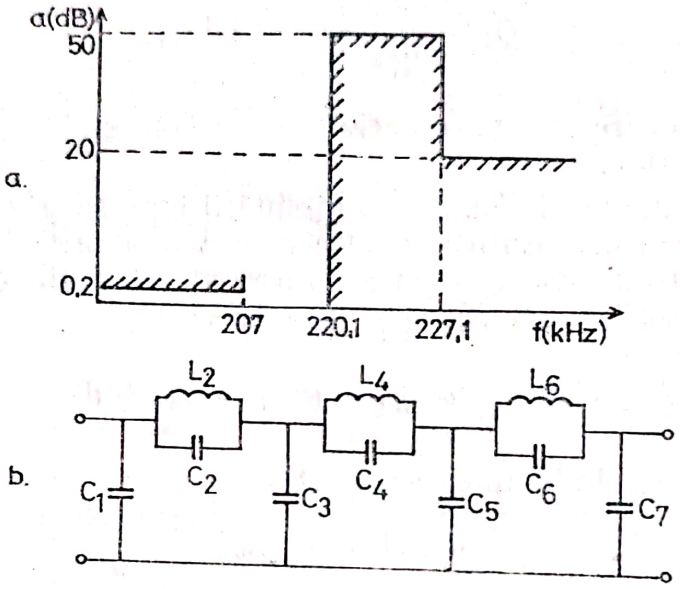


Fig. 7.8. *a*) Gabaritul de atenuare-frecvență impus filtrului; *b*) Circuitul FTJ.

Filtrul trebuie să lucreze pe o rezistență primară $R_1 = 75\Omega$

Soluție

Proiectarea se va face cu ajutorul programelor de calcul din [1 cap. 12].

Normarea frecvențelor se face în raport cu frecvența limită de trecere $f_t = 207$ kHz. Rezultă $\omega_t = 1$. Frecvența limită de blocare:

$\omega_{b1} = \dfrac{220{,}9}{207} = 1{,}06715$. Atenuarea la această frecvență este $A(1) = 50$ dB.

$\omega_{b2} = \dfrac{227{,}1}{207} = 1{,}0971$ Atenuarea la această frecvență este $A(2) = 20$ dB; $a_t = 0{,}2$ dB; $\omega_t = 1$.

Pentru satisfacerea condițiilor impuse de gabaritul de atenuare și stabilirea frecvențelor optime ale polilor se utilizează programul „Stabilirea poziției polilor FTJ – echiripluˮ [1 Cap 12]. Se propun 3 poli de atenuare la frecvențe finite ($\neq 0$) și unul la infinit.

Rezultă că datele de intrare pentru FTJ, în program sînt:

Numărul treptelor de atenuare S = 2;

Frecvențele și atenuările treptelor:

FS [1] = 1,07035 A[1] = 50

FS [2] = 1,09108 A[2] = 20

AMAX = 0,2; FB = 1; NIN = 1; N = 3

Scanned with OKEN Scanner

Datele de ieșire livrate de program

F[1] = 1,07035 Rezerva de atenuare față de gabaritul impus $D_{min} = 6{,}53$ dB

F[2] = 1,09108

F[3] = 1.37699

Pentru obținerea polinoamelor $F(s)$ și $E(s)$ care determină funcția caracteristică și pe cea de transmisie respectiv:

$$K(s) = C\,\frac{F(s)}{G(s)}$$

$$H(s) = C\,\frac{E(s)}{G(s)}$$

se folosește programul „Determinarea funcției $H(s)$ a FTJ echiriplu [1 Cap. 12].

Drept date de intrare se folosesc cele inițiale, la care se adaugă frecvențele polilor, respectiv:

AMAX = 0,2; FB = 1; NIN = 1; N = 3

F[1] = 1,07035; $F[2] = 1{,}09108$; $F[3] = 1{,}37669$

Cu ajutorul datelor livrate de program se construiesc cele două polinoame, respectiv:

$$F(s) = s^7 + 2{,}2937077209 s^5 + 1{,}6732067355 s^3 + 0{,}37856308195\ s$$

$$E(s) = s^7 + 1{,}43241416103\ s^6 + 3{,}30457261635\ s^5 + 3{,}309021349486\ s^4 +$$

$$+ 3{,}4562355955\ s^3 + 2{,}32083966575\ s^2 + 1{,}150579562197\ s + 0{,}44850810616$$

Partea reală a rădăcinilor polinoamelor $E(s)$, care interesează în etapa de predistorsionare:

$$-\alpha_1 = 0{,}0153725;\quad -\alpha_2 = 0{,}0770995;\quad -\alpha_3 = 0{,}299371;\quad -\alpha_4 = 0{,}648731$$

Pentru sinteza circuitului se utilizează programul „Sinteza Bader" [1 Cap. 12].

Pentru reactanța de descompunere se alege reactanța de gradul cel mai mare, respectiv:

$$X_{20} = \frac{E_e + F_e}{E_0 + F_0}$$

$$X_{20} = \frac{1{,}43241416103\ s^6 + 3{,}3090213495\ s^4 + 2{,}3208396657\ s^2 + 0{,}44850810616}{2\ s^7 + 5{,}59828033728\ s^5 + 5{,}12944232104\ s^3 + 1{,}52914264415}$$

Circuitul (fig. 7.8*b*) și valorile rezultate, livrate de program sînt:

Valorile elementelor denormate:

$C_1 = 4{,}3565$ nF; $C_4 = 18{,}8272$ nF

$L_2 = 21{,}827$ μH; $C_5 = 11{,}847$ nF

$C_2 = 22{,}7506$ nF; $L_6 = 50{,}0696$ μH

$C_3 = 9{,}1692$ nF; $C_6 = 6{,}2268$ nF

$L_4 = 27{,}407$ μH; $C_7 = 9{,}5788$ nF

Scanned with OKEN Scanner

În denormarea elementelor s-au utilizat relațiile:

$f_0 = 207$ kHz $\qquad R_0 = 75\Omega$

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi f_0}$$

$$C_0 = \frac{1}{2\pi f_0 R_0}$$

Predistorsionarea filtrului

În continuare se vor calcula elementele filtrului cu pierderi compensate.

Se pornește de la examinarea părții reale a rădăcinilor polinomului $E(s)$, respectiv:

$$\alpha_1 = -0{,}0153725\,;\ \alpha_2 = -0{,}0770995\,;\ \alpha_3 = -0{,}299371\,;\ \alpha_4 = -0{,}648731.$$

Dintre factorii de calitate (Q) care pot fi aleși, trebuie ținut seama că factorul de pierderi $d = \frac{1}{Q}$ trebuie să îndeplinească condiția: $d < \min|\alpha_i|$ pentru ca rădăcinile polinomului $E(s)$ rezultant să rămînă în semiplanul sting (polinom Hurwitz).

Pentru început se alege:

$$Q = 80 \text{ deci}: d = \frac{1}{Q} = 0{,}0125$$

Valorile părților reale ale noilor rădăcini ale polinomului $E(s-d)$ vor fi:

$$\alpha_1' = -0{,}0028725\,;\ \alpha_2' = -0{,}0645995\,;\ \alpha_3' = -0{,}286871\,;\ \alpha_4' = -0{,}636231.$$

Se formează noul poligon $E(s-d)$ și se obține:

$$E(s-d) = s^7 + 1{,}34491416103\ s^6 + 3{,}200422804273\ s^5 + 3{,}10577442279\ s^4 + 3{,}295892823533\ s^3 + 2{,}194269014157\ s^2 + 1{,}094153230053\ s + 0{,}4344818222154$$

Polinomul $G(s) = C^{-1}\prod_{i=1}^{n}(s^2+\omega_{\infty i}) = 0{,}17343786\ s^6 + 0{,}73402477916\ s^4 + 1{,}00478378063\ s^2 + 0{,}44850810616$

Cu ajutorul programului de minimizare se determină minimumul funcției:

$$min\left|\frac{E(s-d)}{G(s)}\right| = \min_{\omega}\left|\frac{E(j\omega - d)}{G(j\omega)}\right|$$

în jurul frecvenței limită de trecere.

Se obține pentru minimumul funcției k_{min}: $k_{min} = 0{,}18861934$ și frecvența la care rezultă minimumul: $\omega_{min} = 1{,}006922736$.

Atenuarea de bază care rezultă la frecvența zero:

$$a_0 = -20 \lg k_{min} = 14{,}49 \text{ dB}$$

Se alege un k_{min} cu circa 5‰ mai mare, respectiv $k_{min} = 0{,}1876762487$.

Se notează polinomul $E(s-d)$ cu $E_p(s)$.

Se formează polinomul $E_p(s)\ E_p(-s)$, respectiv:

$$E_p(s)\ E_p(-s) = -s^{14} - 4{,}592051508006\ s^{12} - 8{,}480491770239\ s^{10} - 7{,}7367658634\ s^8 - 3{,}067924731824\ s^6 + 0{,}301198009269\ s^4 + 0{,}709568708296\ s^2 + 0{,}188774453782$$

Se formează polinomul $G_p(s) = k'_{min} \cdot G(s)$ și se obține $G_p(s) = 0{,}03255016694\ s^5 +$

$+ 0{,}137759017\ s^4 + 0{,}1885740507\ s^2 + 0{,}08417431887$

Se formează polinomul:

$G_p(s)\ G_p(-s) = 0{,}001059513368\ s^{12} + 0{,}008968158002\ s^{10} +$

$+ 0{,}031253780426\ s^8 + 0{,}057435327975\ s^6 + 0{,}058751715445\ s^4 + 0{,}031746184548\ s^2 +$

$+ 0{,}007085315957$

Pentru determinarea polinomului $F_p(s)$ se calculează mai întîi polinomul $F_p(s)\ F_p(-s)$ din relația:

$$F_p(s)\ F_p(-s) = E_p(s)\ E_p(-s) - G_p(s)\ G_p(-s) =$$

$$= -s^{14} - 4{,}59311102138\ s^{12} - 8{,}48945992824\ s^{10} - 7{,}76801964383\ s^8 - 3{,}12536005979\ s^6 +$$

$$+ 0{,}242446293\ s^4 + 0{,}67782252374\ s^2 + 0{,}18168913782.$$

Se calculează în continuare rădăcinile polinomului $F_p(s)\ F_p(-s)$ și se obține:

$\pm\ 0{,}0638315677 \qquad \pm\ j\ 0{,}96827250719$

$\pm\ 0{,}2845700979 \qquad \pm\ j\ 0{,}792544245$

$\pm\ 0{,}0002931075 \qquad \pm\ 1{,}0070123672$

$\pm\ 0{,}62951242923$

În construcția polinomului $F_p(s)$ respectiv $F_p(-s)$, după cum s-a arătat, rădăcinile pot fi alese oricum, cu singura condiție ca acestea să fie perechi complex conjugate pentru a rezulta $F_p(s)$ polinom cu coeficienți reali. Alegînd rădăcinile din semiplanul sting pentru $F_p(s)$ se obține:

$$F_p(s) = s^7 + 1{,}326901975537\ s^6 + 3{,}17688871771\ s^5 + 3{,}057589739\ s^4 +$$

$$+ 3{,}255536454338\ s^3 + 2{,}15638176033\ s^2 + 1{,}077261463188\ s + 0{,}426249545743$$

Pentru reactanța de descompunere, se alege ca și în cazul filtrului fără pierderi, cea de gradul cel mai mare, respectiv

$$X_{20} = \frac{2{,}67181611365\ s^6 + 6{,}16336416224\ s^4 + 4{,}53065077548\ s^2 + 0{,}86073136789}{2s^7 + 6{,}37731152158\ s^5 + 6{,}55142927789\ s^3 + 2{,}17141469324\ s}$$

După sinteza circuitului cu ajutorul programului „Sinteza Bader" se obține circuitul din fig. 7.9 cu următoarele valori pentru elemente:

$C_1 = 2{,}848$ nF; $L_2 = 45{,}384$ μH (0,7378 Ω); $C_2 = 6{,}870$ nF; $C_3 = 9{,}502$ nF

$L_4 = 36{,}633$ μH (0,59557 Ω); $C_4 = 14{,}086$ nF; $C_5 = 10{,}089$ nF; $L_6 = 36{,}307$ μH (0,59027 Ω); $C_6 = 13{,}677$ nF; $C_7 = 3{,}423$ nF; $n = 10{,}22$.

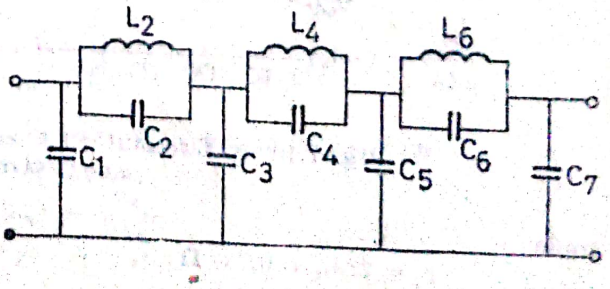


Fig. 7.9. Circuitul FTJ — cu pierderi compensate.

Raportul de transformare al rezistențelor de închidere calculat este:

$$e_0 = \frac{E_p(0)}{E(0)} = \frac{0{,}434481822}{0{,}448508106} = 0{,}9687268$$

$$r = \frac{e_0}{k_{min}} = \frac{0{,}9687268}{0{,}187676248} = 5{,}1616912$$

Raportul rezistențelor de închidere rezultă:

$$\frac{R_2}{R_1} = u^2 = [r \pm \sqrt{r^2 - 1}]^2 = \begin{cases} 10{,}225589 \\ 0{,}0977939 \end{cases}$$

Diferența dintre raportul u astfel calculat și cel din programul de sinteză se explică în special prin precizia calculelor în procesul de calcul al filtrului predistorsionat.

Pentru verificarea rezultatelor obținute s-a procedat la calculul caracteristicii de atenuare — frecvență cu jutorul programului de analiză a rețelelor în lanț, în care s-a presupus că pierderile condensatorilor sînt neglijabile în raport cu cele ale inductanțelor și din acest motiv ținînd seama de relațiile din tabelul 7.1 s-au dublat pierderile inductanțelor. Schema filtrului analizat a fost deci: (fig. 7.10):

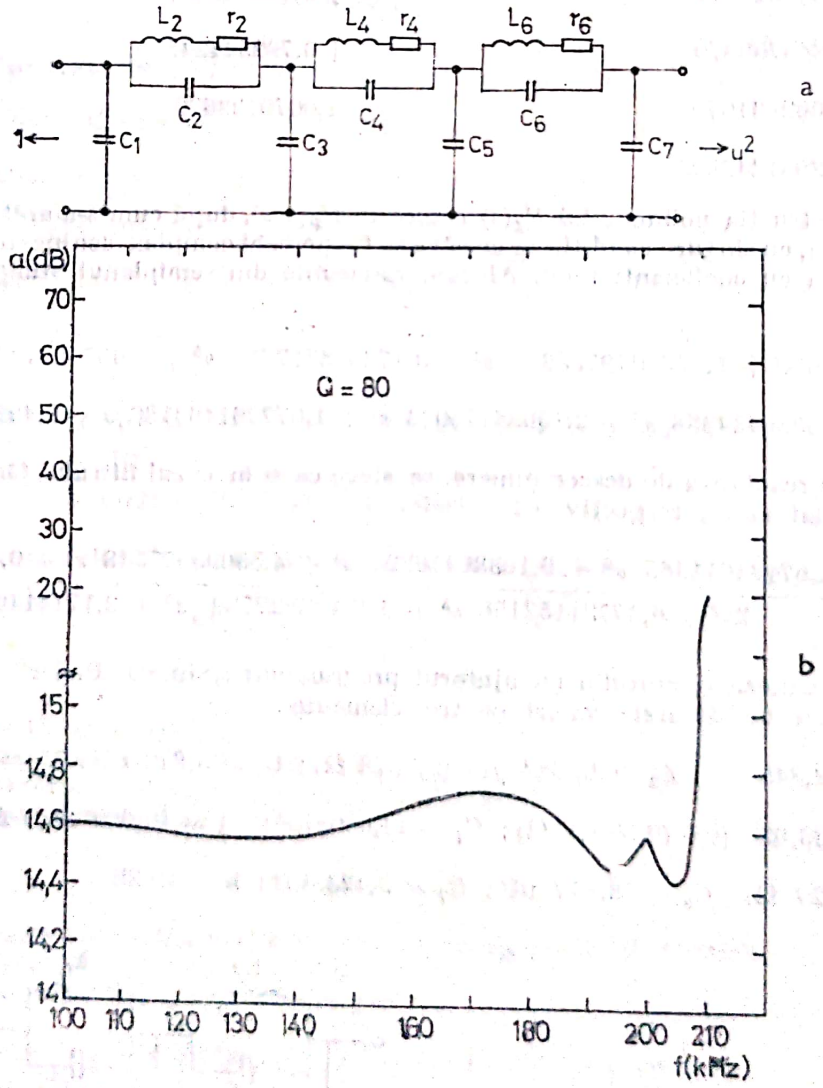


Fig. 7.10 *a*) Circuitul FTJ cu pierderi; *b*) caracteristica $a(\omega)$ pentru $Q = 80$.

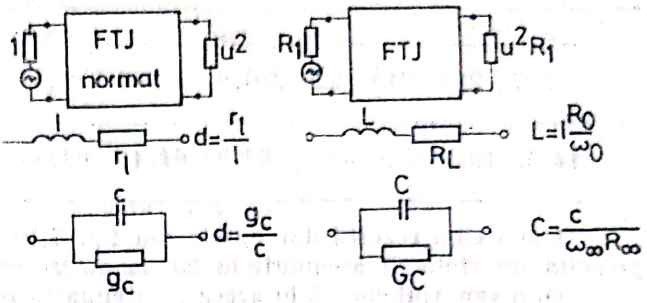
unde:

$$r_2 = 2dL_2 = 0{,}739\ \Omega;\quad r_4 = 2d\ L_4 = 0{,}596\ \Omega;\quad r_6 = 2dL_6 = 0{,}590\ \Omega$$

Factorul de calitate al bobinei necesar la frecvența ω_0 :

$$Q_L(\omega_0) = \frac{\omega_0 L}{R_L} = \frac{1}{d}$$

$$C = \frac{c}{\omega_0 R_0}$$



Factorul de calitate al condensatorului necesar la frecvența ω_0 este

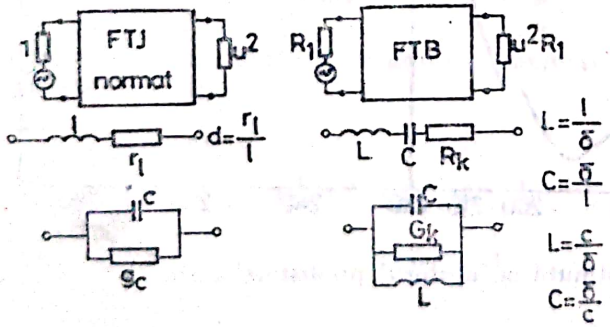
$$Q_c(\omega_0) = \frac{\omega_0 C}{G_c} = \frac{1}{d}$$

Din relația $Q_L(\omega_0) = Q_c(\omega_0) = \frac{1}{d}$ rezultă că factorul de calitate al condensatoarelor ar trebui compensat pentru a fi egal cu cel al bobinelor. În practică se utilizează aproximarea :

$$d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Q_L(\omega_0)} + \frac{1}{Q_c(\omega_0)}\right)$$

Deoarece $Q_C \ll Q_L$, pierderile condensatoarelor se pot neglija și atunci, factorul necesar pentru bobine este :

$$Q_L(\omega_0) \approx \frac{1}{2d}$$



Factorul de calitate al circuitului la frecvența ω_0, necesar

$$Q_k(\omega_0) = \frac{\omega_0}{d\,\Delta\omega_0}$$

Q_c = factorul de calitate al condensatorului

Q_L = factorul de calitate al bobinei

Pentru $Q_c \gg Q_L$ rezultă $Q_K \approx Q_L$ și deci factorul de calitate al bobinei la ω_0 :

$$Q_L(\omega_0) = \frac{\omega_0}{d\Delta\omega}$$

Factorul de calitate al circuitului la frecvența ω_0, necesar :

$$Q_k(\omega_0) = \frac{\omega_0}{d\Delta\omega}$$

Pentru $Q_C \ll Q_L$, în jurul frecvenței ω_0 se poate aproxima $Q_K \approx Q_L$
Factorul de calitate al bobinei, necesar :

$$Q_L(\omega_0) = \frac{\omega_0}{d\Delta\omega}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezultatele obținute sînt date în tabelul 7.2 și în fig. 7.10.

Tabelul 7.2

f kHz	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	204	205
a(dB)	14,61	14,61	14,57	14,56	14,57	14,61	14,68	14,73	14,65	14,44	14,58	14,48	14,39

207	210	215	220	220,9	225	227,1	230	235	240	250	260	270	290
14,53	19,2	35,6	54,7	57,97	64,44	62,95	57,79	52,43	50,06	49,08	50,70	54,6	63,3

După cum rezultă din datele din fig. 7.10 și tabelul 7.2 predistorsionarea în acest caz prezintă un riplu al atenuării în banda de trecere satisfăcător respectiv: $a = 0{,}25$ dB.

Dezavantajul constă în aceea că atenuarea reziduală în banda de trecere este mult prea mare a $\approx$ 14dB și din acest motiv, nici gabaritul de atenuare în banda 220,9—227,1 kHz nu mai este satisfăcut, atenuarea rezultată în acest caz fiind 57,97—14 = 43,97, față de 50 dB cît a fost impusă.

Motivul constă în aceea că factorul general de calitate $Q = 80$ impus inițial și deci $Q_L = 40$ rezultat pentru bobină este prea mic.

În continuare se va calcula filtrul predistorsionat pentru un factor de calitate inițial $Q = 200$ și deci final pentru bobină $Q_L = 100$.

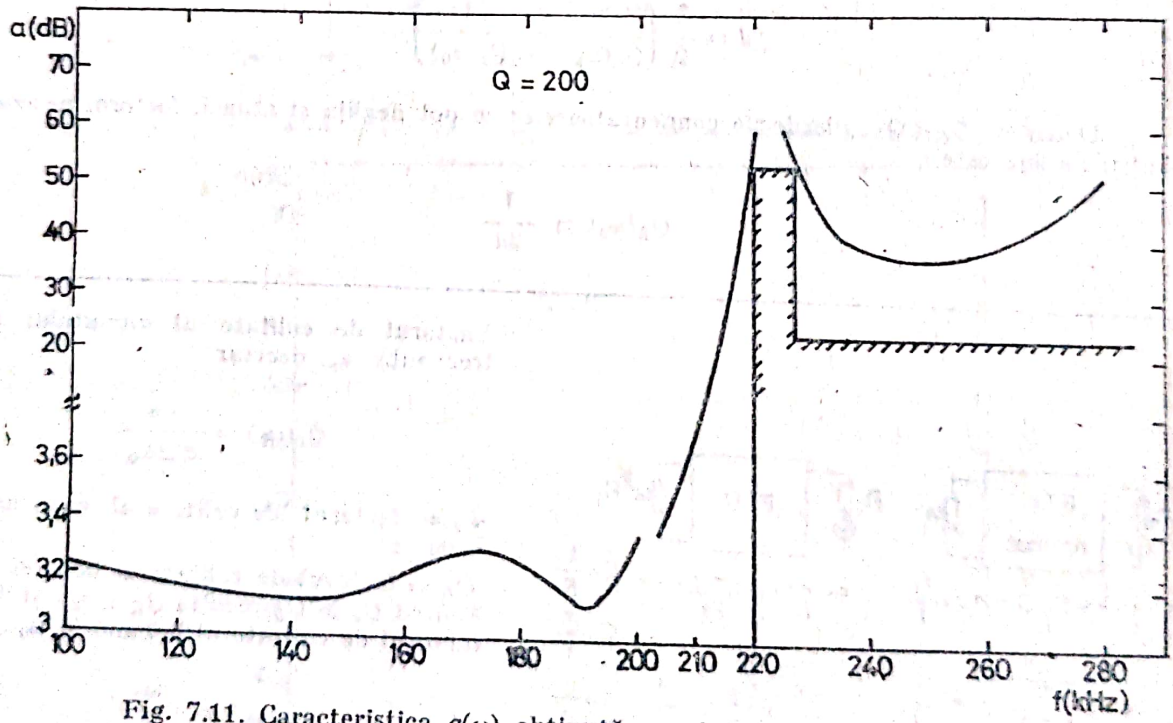


Fig. 7.11. Caracteristica $a(\omega)$ obținută cu ajutorul predistorsionării.

Predistorsionarea cu factorul de calitate $Q = 200$ $(d = 0{,}005)$

Partea reală a noilor rădăcini ale polinomului E(s), va fi în acest caz:

$\alpha'_1 = -0{,}0103725$; $\alpha'_2 = -0{,}0720995$; $\alpha'_3 = -0{,}294371$; $\alpha' = -0{,}643731$;

Polinomul $E(s-d)$, pentru $d = 0{,}005$ este:

$$E_p^{(s)} = E(s-d) = s^7 + 1{,}39741416103\ s^6 + 3{,}262125191519\ s^5 +$$
$$+ 3{,}226939814387\ s^4 + 3{,}39087752504\ s^3 + 2{,}269488267667\ s^2 + 1{,}127628738998\ s +$$
$$+ 0{,}442812799369$$

Pentru $k_{min} = \min_{\omega} \left| \frac{E(j\omega - d)}{G(j\omega - d)} \right|$ se obține cu ajutorul programului de minimizare.

$k_{min} = 0,700116266$; $\omega_{min} = 1,0025395$; $k'_{min} = 0,995\ k_{min}$

Polinomul $G_p(s)$ rezultă :

$$G_p(s) = 0,12083333927\ s^6 + 0,51139160259\ s^4 + 0,7002812224\ s^2 + 0,31247348277$$

Polinomul $E_p(s)$ $E_p(-s) = -s^{14} - 4,571484045591\ s^{12} - 8,404473483318\ s^{10} -$

$$- 7,622222021383\ s^8 - 2,970393667884\ s^6 + 0,36113554878\ s^4 +$$

$$+ 0,738370421429\ s^2 + 0,196083175285$$

Pentru polinomul $F(s)$ $F(-s) = E_p(s)\,E_p(-s) - G_p(s)\ G_p(-s)$ rezultă :

$$F(s)F(-s) = -s^{14} - 4,58608474147\ s^{12} - 8,528059799335\ s^{10} -$$

$$- 8,05297802964\ s^8 - 3,762143969977\ s^6 - 0,44885081281\ s^4 +$$

$$+ 0,30073179647\ s^2 + 0,09844349785$$

Rădăcinile polinomului $F_p(s)$ $F_p(-s)$ sînt :

$$\pm\ 0,253149747849 \pm j0,7590224744289$$

$$\pm\ 0,00559563189 \pm j1,00342464447$$

$$+\ 0,06156756728 \pm j0,95787513256$$

$$\pm\ 0,528306245804$$

Alegînd rădăcinile pentru formarea polinomului $F_p(s)$ în mod similar cu exemplul precedent se obține :

$$F_p(s) = s^7 + 1,168932139864\ s^6 + 2,976241660996\ s^5 + 2,590802094485\ s^4 +$$

$$+ 2,863487765728\ s^3 + 1,73429205919\ s^2 + 0,88744559994\ s + 0,3137564672894$$

Reactanța de descompunere X_{2g} rezultă :

$$X_{2g} = \frac{2,566334630089\ s^6 + 5,81774190887\ s^4 + 4,00378042685\ s^2 + 0,75656926665}{2s^7 + 6,238366852551\ s^5 + 6,25436551823\ s^3 + 2,01507433893\ s}$$

Sintetizînd circuitul cu ajutorul programului „Sinteza Bader" se obține pentru valorile elementelor :

$C_1 = 3,152$ nF

$L_2 = 45,246$ µH (0,588214 Ω)

$C_2 = 6,894$ nF $\qquad n = 2,4$

$C_3 = 9,093$ nF

$L_4 = 31,514$ µH (0,409877 Ω)

$C_4 = 16,373$ nF

$C_5 = 7,507$ nF

$L_6 = 31,401$ µH (0,408413 Ω)

$C_6 = 15,814$ nF

$C_7 = 7,552$ nF

Scanned with OKEN Scanner

Valorile în ohmi, adăugate în paranteză în dreptul inductanțelor, reprezintă rezistențele de pierdere necesare programului de analiză, calculate în baza raționamentului menționat la exemplul precedent (predistorsionare cu $Q = 80$).

Raportul de transformare al rezistențelor de închidere calculat în baza relației:

$$r = \frac{E_p(0)}{k_{mtn}E(0)} = \frac{0{,}4428128}{0{,}696695 \cdot 0{,}4485081} = 1{,}4171218$$

Pentru rapoartele de transformare:

$$u = r \pm \sqrt{r^2 - 1} \quad \text{rezultă} \quad \begin{cases} u_1 = 2{,}4212305 \\ u_2 = 0{,}4130131 \end{cases}$$

Atenuarea de bază, rezultă:

$$a_c = -20 \lg k'_{mtn} = 3{,}14 \text{ dB}.$$

Caracteristica de atenuare frecvență, calculată cu ajutorul programului de analiză și pe baza raționamentului menționat la exemplul precedent (predistorsionare cu $Q = 80$), este indicată în tabelul 7.3.

Tabelul 7.3

f[kHz]	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	204	205	207	210
a(dB)	3,22	3,19	3,14	3,11	3,102	3,14	3,22	3,29	3,25	3,11	3,35	3,37	3,34	3,63	8,33

215	220	220,9	225	227,1	230	235	240	250	260	270	280
24,88	47,97	54,10	60,71	57,19	47,85	41,40	38,80	37,71	39,32	43,25	52,51

Proiectarea filtrelor de bandă (FTB) cu pierderi compensate

Proiectarea filtrelor de bandă cu pierderi compensate se face pe baza transformării de frecvențe FTJ—FTB procedeu descris în [1 Cap. 11]. FTJ corespunzător, care se transformă este cu pierderi compensate, iar FTB rezultă evident cu caracteristică atenuare-frecvență geometric simetrică. Condițiile inițiale ce se impun FTB sînt aceleași impuse filtrului fără pierderi la care se adaugă valoarea factorului de calitate al inductanței $Q_L(\omega_0)$ măsurat la frecvența nominală.

După cum rezultă din tabelul 7.1 prin transformarea FTJ—FTB o inductanță cu pierderi se transformă într-un circuit serie format din rezistența de pierdere inductanță și capacitate. În general pierderile condensatorilor sînt neglijabile în comparație cu cele ale bobinelor. Din acest motiv pierderile filtrelor sînt cauzate de cele ale bobinelor. Circuitele paralel, în care rezistențele de pierdere sînt dispuse paralel cu inductanța, pot fi realizate numai aproximativ. Eroarea care rezultă este acceptabilă dacă pierderile sînt mici și dacă raportul $\left|\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right|$ este de asemenea relativ mic.

Etapele de proiectare sînt următoarele:

— Se specifică gabaritul atenuare-frecvență (fig. 7.12), rezistența de sarcină din primar R_1 și coeficientul de pierdere Q_L.

Scanned with OKEN Scanner

— Frecvențele ω_{b1}, ω_{t1}, ω_{t2}, ω_{b2} se stabilesc astfel încît să fie satisfăcută relația :

$$\omega_{b1}\omega_{b2} = \omega_{t1}\omega_{t2} = \omega_0^2$$

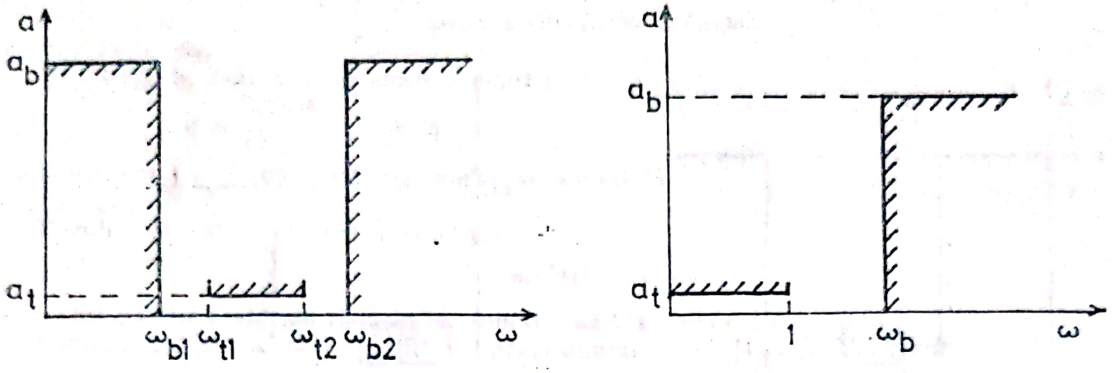


Fig. 7.12. Gabarit atenuare frecvență : *a*) al FTB ; *b*) al FTJ.

— Se determină frecvența limită de blocare a FTJ — corespunzător în baza relației :

$$(\omega_b)_{tj} = \frac{\omega_{b2} - \omega_{b1}}{\omega_{t2} - \omega_{t1}}$$

— Gabaritul atenuare frecvență pentru FTJ este cel indicat în fig. 7.12.

Pierderile condensatorilor se neglijează, iar coeficientul de pierderi d al filtrului trece jos se calculează în baza relației :

$$d = \frac{\omega_0}{\delta Q_L(\omega_0)} \tag{7.24}$$

— Pe baza condițiilor impuse prin gabaritul atenuare — frecvență din fig. 7.12 se calculează elementele FTJ — conform algoritmului descris în [1].

— Cunoscînd rădăcinile polinoamelor $E(s)$, $F(s)$ și $G(s)$ se formează polinoamele respective.

— Se calculează FTJ — predistorsionat, cu coeficienții de pierderi d, dat de relația 7.24, pe baza procedeului descris anterior.

— Se procedează la transformarea de frecvență FTJ—FTB a filtrului trece jos predistorsionat, calculat mai sus, pe baza procedeului descris în [1 Cap. 11].

Rezistențele de sarcină R_1 și R_2 sînt identice cu ale FTJ—predistorsionat.

Filtrul bandă cu pierderi compensate

Exemplul 7.2

Să se proiecteze un filtru de bandă cu pierderi compensate, care să satisfacă următoarele condiții impuse (fig. 7.13) :

Banda de trecere cuprinsă între frecvențele $f_{t1} = 24$ kHz și $f_{t2} = 36$ kHz.
Coeficientul maxim de reflexie în banda de trecere $\rho = 10\%$.
Banda de blocare inferioară : $0 \leqq f \leqq f_{b1} = 21{,}5$ kHz
Banda de blocare superioară : $f_{b2} = 40{,}175$ kHz $\leqq f \leqq \infty$
Atenuarea minimă în benzile de blocare

$$a_b = 42 \text{ dB}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezistența de închidere din primar $R_1 = 150\Omega$
Coeficientul de calitate al bobinelor $Q_L \leqslant 200$ (la frecvența din mijlocul benzii de trecere)
Soluție

Filtrele de bandă (FTB) obținute prin transformarea de frecvență a filtrelor trece jos FTJ, sînt filtre cu caracteristică de atenuare geometric simetrice adică:

$$a(\omega_1) = a(\omega_2) \text{ dacă } \omega_1\omega_2 = \omega_0^2$$

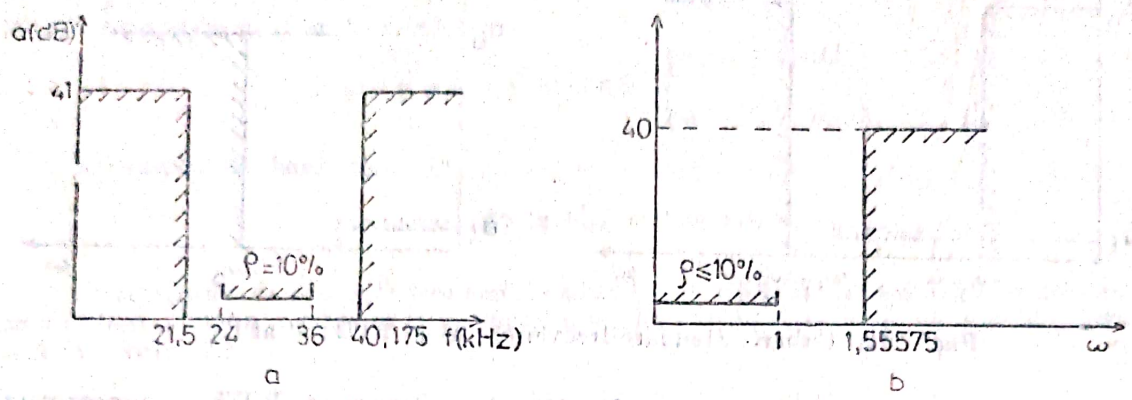


Fig. 7.13. Gabarit atenuare frecvență: *a*) al FTB; *b*) al FTJ.

Din acest motiv dintre cele 4 frecvențe caracteristice f_{t1}, f_{t2}, f_{b1}, f_{b2}, numai trei pot fi liber alese a 4-a rezultînd din relația:

$$f_{t1}f_{t2} = f_{b1}f_{b2} = f_0^2$$

Dacă se impun frecvențele f_{t1}, f_{t2}, f_{b2} rezultă pentru frecvența $f_{b1} = \dfrac{f_{t1}f_{t2}}{f_{b2}} = \dfrac{24{,}36}{40{,}175} = 21{,}506$ kHz

Frecvența limită normată, a filtrului trece jos din care prin transformare va rezulta un filtru de bandă cu frecvența limită ω_{t1}, ω_{t2}, ω_{b1}, ω_{b2} este dată de relația:

$$\omega_b = \frac{\omega_{b2} - \omega_{b1}}{\omega_{t2} - \omega_{t1}}$$

unde: ω_{t1}, ω_{t2}, ω_{b1}, ω_{b2} sînt frecvențele normate corespunzătoare lui: f_{t1}, f_{t2}, f_{b1}, f_{b2}.

Rezultă în cazul de față: $\omega_b = 1{,}55575$

Rezultă că FTJ care trebuie calculat trebuie să îndeplinească condițiile impuse prin gabaritul de atenuare ilustrat în fig. 7.13,*b*.

Filtrul trece jos calculat cu ajutorul metodei descrise în [1] s-au ales dintr-un catalog [2] rezultă de tipul C05.10.40.

Pentru frecvențele polilor $\omega_{\infty 1}$, $\omega_{\infty 2}$ și zerourile funcției de transmisie $H(s)$ (s_{01}) rezultă:

$$\omega_{\infty 1} = 1{,}616976932$$

$$\omega_{\infty 2} = 2{,}437673400 \text{ și}$$

$$s_{01} = -0{,}133923872 \pm j\ 1{,}103019638$$

$$s_{02} = -0{,}488975207 \pm j\ 0{,}815156964$$

$$s_{03} = -0{,}765032560$$

Schema și valorile elementelor FTJ fără pierderi (fig. 7.14).

Valorile elementelor:

$$C_1 = 0{,}887058$$

$$C_2 = 0{,}137493 \quad l_2 = 1{,}223967$$

$$C_3 = 1{,}511948$$

$$C_4 = 0{,}406596 \quad l_4 = 0{,}940651$$

$$C_5 = 0{,}669168$$

În continuare se va calcula FTJ cu compensarea pierderilor din FTJ calculat mai sus. Factorul de pierdere d al filtrului trece jos rezultă din relația :

$$d = \frac{\omega_0}{\delta Q_L(\omega_0)}$$

unde : $\delta = \omega_{t2} - \omega_{t1}$

Cu datele de mai sus se obține pentru d :

$$d = \frac{29{,}394}{12.195} = 0{,}0125$$

(S-a ales pentru $Q_L = 195$, valoarea medie măsurată la frecvența ω_0)

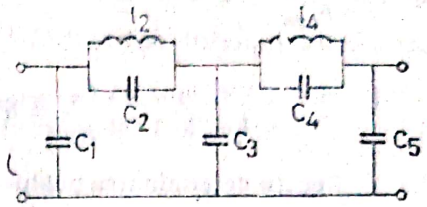


Fig. 7.14. Circuitul FTJ.

Rezultă că este îndeplinită condiția :

$$d < \min|\alpha_i|$$

unde α_i sînt părțile reale ale rădăcinilor funcției de transmisie $H(s)$.

Polinomul $E(s)$, calculat cu ajutorul programului ZFBS [1 Cap. 12] rezultă :

$$E(s) = s^5 + 2{,}010830719\ s^4 + 3{,}353183522\ s^3 + 3{,}285547287\ s^2 + 2{,}224374280\ s +$$

$$+ 0{,}853429035$$

iar pentru polinomul $G(s)$:

$$G(s) = g_4(s^4 + 8{,}556866003\ s^3 + 15{,}53669660)$$

Constanta g_4 se calculează din condiția :

$$\frac{E(0)}{G(0)} = 1 \text{ Rezultă : } g_4 = 0{,}054929890$$

Pentru calculul polinomului $E(s-d)$, se calculează noile rădăcini ale funcției de transmisie cu pierderi

$$-0{,}121423872 \pm j,\ 1{,}103019638$$

$$-0{,}476475207 \pm j\ 0{,}815156964$$

$$-0{,}752532560$$

Polinomul $E(s-d)$ rezultă :

$$E_p = E(s-d) = s^5 + 1{,}948330719\ s^4 + 3{,}254204487\ s^3 + 3{,}1615668528\ s^2 +$$

$$+ 2{,}143791816\ s + 0{,}826131223$$

Cu ajutorul programului de minimizare se determină minimul funcției :

$$\min \left| \frac{E(s-d)}{G(s)} \right| = \min_{\omega} \left| \frac{E(j\omega-d)}{G(j\omega)} \right| = k_{min}$$

Pentru k_{min} se obține valoarea :

$$k_{min} = 0{,}913734166$$

Aceasta micșorată cu 5‰ conduce la o nouă valoare $k_{min} = 0{,}913734166$.
Atenuarea de bază, care rezultă la frecvența zero :

$$a_c = -20 \lg k_{min} = 0{,}7836 \text{ dB}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru coeficientul $e_0 = \frac{E_p(0)}{E(0)} = 0{,}968013963$

și $r = \frac{e_0}{k_{min}} = 1{,}059404364$

iar pentru raportul rezistențelor de sarcină:

$$\frac{R_2}{R_1} = u^2 = (r \pm \sqrt{r^2 - 1})^2 = \begin{cases} 1{,}985766563 \\ 0{,}503583865 \end{cases}$$

Pentru determinarea polinomului $F_p(s)$, se calculează polinomul $E_p(s)E_p(-s)$ și se obține:

$$E_p(s)\ E_p(-s) = -s^{10} - 2{,}712416382\ s^8 - 2{,}557478640\ s^6 - 0{,}737372330\ s^4 +$$

$$+ 0{,}628062828\ s^2 + 0{,}682492798$$

iar pentru $G(s)\ G(-s)$:

$$G(s)\ G(-s) = 0{,}002519168\ s^8 + 0{,}043112371\ s^6 + 0{,}262732501\ s^4 +$$

$$+ 0{,}669823838\ s^2 + 0{,}608099375$$

Din diferența acestora se obține:

$$F_p(s)\ F_p(-s) = E_p(s)\ E_p(-s) - G(s)G(-s) = -s^{10} - 2{,}714935550\ s^8$$

$$- 2{,}600591011\ s^6 - 1{,}000104831\ s^4 - 0{,}041761010\ s^2 + 0{,}074393423$$

Rădăcinile polinomului $F_p(s)\ F_p(-s)$:

$$\pm 0{,}025279609 \pm j\ 1{,}009773317$$

$$\pm 0{,}281045580 \pm j\ 0{,}719572983$$

$$\pm 0{,}447959774$$

Pentru polinomul $F_p(s)$ se aleg rădăcinile din semiplanul stîng și rezultă:

$$F_p(s) = s^5 + 1{,}060610152\ s^4 + 1{,}919914721\ s^3 + 1{,}340768633\ s^2 + 0{,}879292059\ s + 0{,}272751571$$

Pentru reactanța de descompunere se alege reactanța de gradul cel mai mare:

$$X_{20} = \frac{E_e + F_e}{E_0 + F_0}$$

După sinteza acestei reactanțe se obține filtrul a cărui schemă este arătată în fig. 7.15 cu următoarele valori pentru elemente

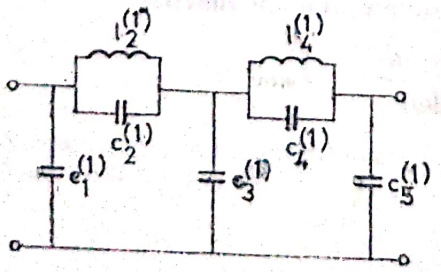


Fig. 7.15. Circuitul FTJ cu pierderi compensate.

$C_1^{(1)} = 1{,}701801546$

$C_2^{(1)} = 0{,}678882922$ $\qquad L_2^{(1)} = 0{,}563374866$;

$C_3^{(1)} = 2{,}704140535$

$C_4^{(1)} = 0{,}286523347$ $\qquad L_4^{(1)} = 0{,}587339146$;

$C_5^{(1)} = 1{,}057005257$ $\qquad u^2 = 0{,}503583897$

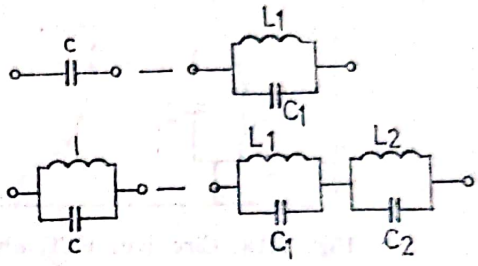
În continuare acest filtru (FTJ) se va transforma în filtru trece bandă (FTB), cu ajutorul transformării de frecvență descrisă în [1 cap. 11] în baza relațiilor (fig. 7.16).

Fig. 7.16. Transformarea elementelor FTJ în elemente ale FTB :

$$C_1 = \frac{c}{\delta} \; ; \; L_1 = \frac{\delta}{c}$$

$$L_1 = \frac{1}{C_2} = \frac{\delta}{c}\,\frac{b-1}{2b}$$

$$L_2 = \frac{1}{C_1} = \frac{\delta}{c}\,\frac{b+1}{2b}$$



În baza acestor date se obține pentru FTB (fig. 7.17) :

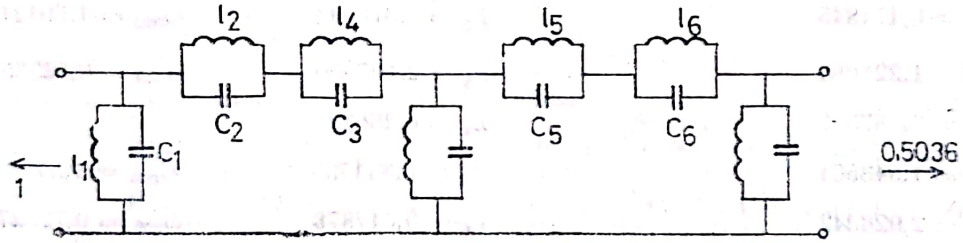


Fig. 7.17. Circuitul FTB.

Valorile nominale L_0 și C_0 calculate pe baza rezistenței nominale $R_0 = 150\Omega$ și $f_0 = 29{,}393779$ kHz rezultă :

$$L_0 = 0{,}81284113 \text{ mH}$$

$$C_0 = 36{,}0970717 \text{ nF}$$

Pentru valorile normate și denormate ale FTB rezultă :

Valori normate		Valori denormate
C_1	0,4168545	15,472 nF
C_2	2,5321695	91,404 nF
C_3	4,8441448	174,859 nF
C_4	6,623764	239,098 nF
C_5	0,971073538	35,053 nF
C_6	2,53135297	91,374 nF
C_7	2,58912335	93,460 nF
L_1	0,23989185	0,194836 mH
L_2	0,20643478	0,167663 mH
L_3	0,39491827	0,320746 mH
L_4	0,150971562	0,122617 mH
L_5	0,395045657	0,320085 mH
L_6	1,029788126	0,836377 mH
L_7	0,386231116	0,313691 mH

Scanned with OKEN Scanner

Studiu comparativ

Pentru a stabili avantajele predistorsionării se va proiecta FTB din exemplu 7.2 pe baza transformării de frecvență FTJ-FTB și apoi cu ajutorul programului de analiză se va calcula caracteristica atenuare-frecvență pentru cazul în care bobinele prezintă aceleași pierderi, respectiv au un factor de calitate $Q_L = 196$.

Pentru FTB calculat prin transformarea de frecvență din FTJ C05.10.40 și cu lărgime de bandă 24—36 kHz se obține structura din fig. 7.18.

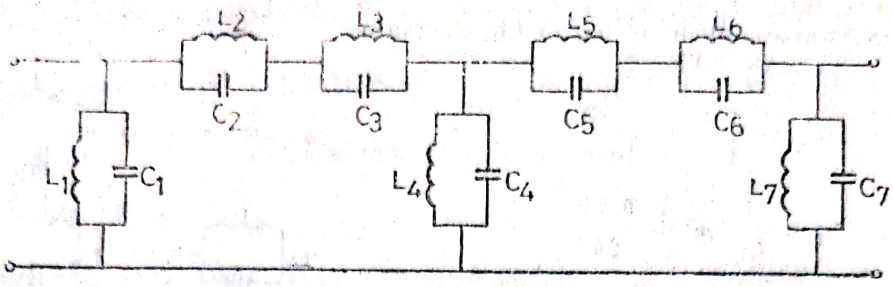


Fig. 7.18. Circuitul FTB obținut prin transformarea FTJ—C05 10.4 C.

Valorile normate ale elementelor au rezultat:

$C_1 = 2{,}154863$ $L_1 = 0{,}464066$

$C_2 = 0{,}474845$ $L_2 = 0{,}818944$ $\omega_{\infty 2} = 1{,}604212$

$C_3 = 1{,}221084$ $L_3 = 2{,}107550$ $\omega_{\infty 3} = 0{,}623359$

$C_4 = 3{,}757582$ $L_4 = 0{,}266128$

$C_5 = 1{,}543501$ $L_5 = 0{,}341735$ $\omega_{\infty 5} = 1{,}376897$

$C_6 = 2{,}926242$ $L_6 = 0{,}647878$ $\omega_{\infty 6} = 0{,}726270$

$C_7 = 1{,}663056$ $L_7 = 0{,}601303$

Structura filtrului cu pierderi ($Q_L = 196$) este arătată în fig. 7.19

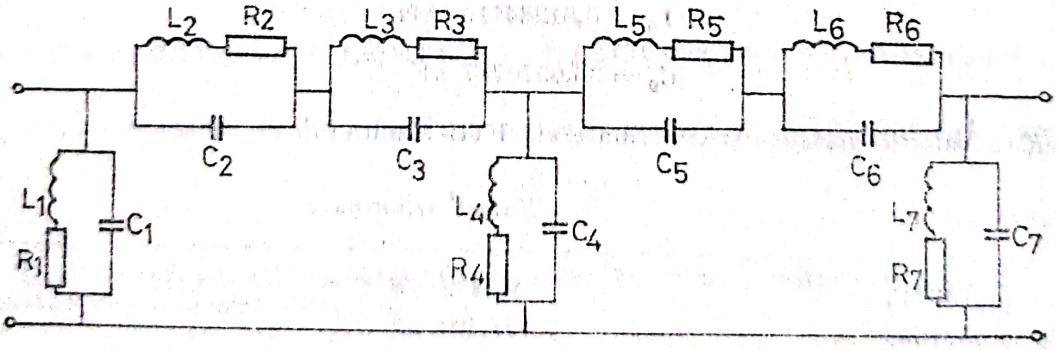


Fig. 7.19. Circuitul FTB cu pierderi.

Caracteristica atenuare frecvență — în banda de trecere în cazul bobinelor cu pierdere, atît pentru cazul filtrului FTB predistorsionat (fig. 7.20, *a*), cît și pentru cazul celui nepredistorsionat (fig. 7.20, *b*) este ilustrată în fig. 7.20.

În tabelul 7.4 sînt date comparativ valorile atenuării (dB), pentru cele două filtre, pentru frecvența cuprinsă atît în banda de trecere cît și în cea de blocare.

Se observă că diferența dintre maximele și minimele atenuării în zona de blocare a FTB cu predistorsionare este de $1{,}019 - 0{,}695 = 0{,}324$ dB pe cînd în cazul filtrului FTB, fără predistorsionare este de $1{,}904 - 0{,}615 = 1{,}289$ dB.

În banda de blocare minimele atenuării FTB cu predistorsionare nu scad sub 42,6 dB pe cînd în cazul filtrului FTB fără predistorsionare (cu pierderi) ajung la valoarea 39,51 dB. Se observă că avantajele proiectării cu predistorsionare sînt certe.

Scanned with OKEN Scanner

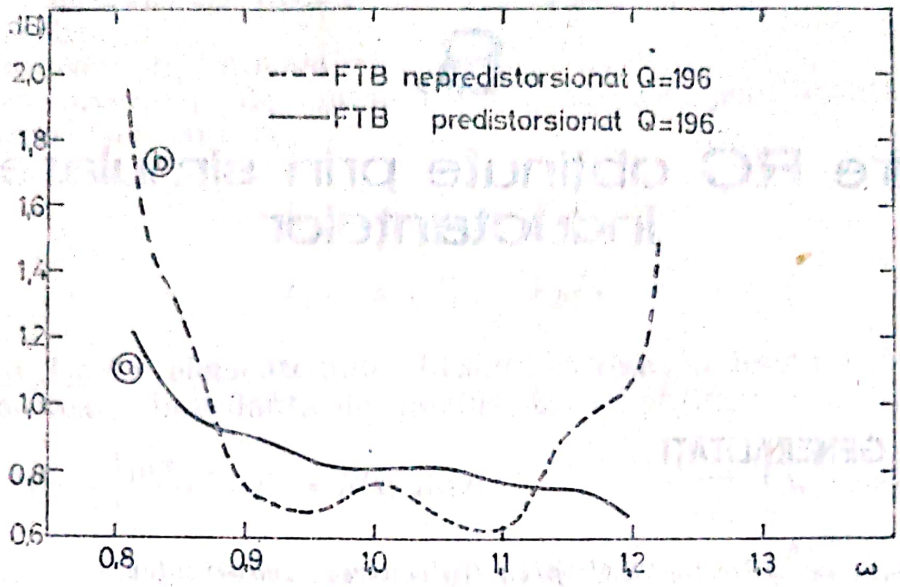


Fig. 7.20. Caracteristica $a(\omega)$ pentru cazul FTB; *a*) predistorsionat; *b*) nepredistorsionat

Tabelul 7.4

f normal	0,2	0,3	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,816	0,9
a(dB)FTB I	47,9	44,6	42,9		43,3	54,5	43,1	1,02	0,84
FTB II	44,3	41,2	39,7	39,64	40,4	50,9	42,3	1,90	0,73
	1	1,1	1,2	1,225	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
	0,84	0,78	0,73	0,69	18,2	47,4	45,1	64,1	50,8
	0,77	0,61	1,07	1,55	19,46	45,3	44,5	71,8	47,7
	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
	46,1	44,2	43,3	42,8	42,7	42,7	42,7	42,8	43
	43,2	41,3	40,3	39,8	39,6	39,5	39,6	39,7	39,9
						2,7	2,8	2,9	3,0
						43,2	43,4	43,6	43,8
						39,9	40,1	40,3	40,5

FTBI — filtru cu pierderi predistorsionat

FTB II — filtru cu pierderi fără predistorsionare

Atenuarea FTB cu pierderi calculat cu metoda predistorsionării FTBI și calculat cu valori ideale și analizat pentru cazul bobinelor cu pierderi FTBII.

Scanned with OKEN Scanner

8.

Filtre RC obținute prin simularea inductanțelor

8.1. GENERALITĂȚI

Simularea filtrelor LC prin înlocuirea inductanței

În acest procedeu, inductanța pasivă dintr-un filtru clasic LC se înlocuiește cu un circuit activ care simulează inductanțele respective. La înlocuirea inductanțelor se utilizează tipurile de convertoare descrise în continuare. Dintre cele trei posibilități, respectiv girator, convertor rezistență-inductanță sau rezistență negativă dependentă de frecvență, se analizează varianta în care sînt necesare mai puține elemente active. Deoarece, fiecare din aceste variante utilizează același tip de convertor, se poate alege oricare sau chiar combinații dintre acestea.

De notat că giratorul care utilizează convertorul general de imitanță (GIC) și convertorul rezistență-inductanță reprezintă de fapt același circuit.

Filtrele RC care simulează filtrele LC se divizează în două grupe. Prima grupă utilizează simularea directă a imitanței, înlocuind în structura filtrului LC inductanța cu un element activ sau elementele filtrului RLC le transformă în elemente CRD și elementul D îl realizează cu un circuit activ. Cealaltă grupă simulează funcționarea filtrului pasiv RLC prin modelarea raporturilor dintre tensiune și curenți.

Sinteza în cascadă

Realizarea cea mai simplă a filtrelor de grad mai mare o constituie sinteza cu structuri în cascadă.

Procedeul constă în aceea că, după determinarea tuturor polizerourilor structurii, acestea se separă în grupe, astfel încît fiecare grupă de pol-zerouri să fie realizabilă prin celule independente de grad I sau grad II, celule care se conectează apoi în cascadă pentru a forma filtrul necesar. Conectarea în cascadă se poate realiza întotdeauna ținînd seama de impedanța zero de ieșire a amplificatorului operațional.

Marele avantaj al acestei metode constă în simplitatea sa.

8.2. CONVERTOARE

Avantajul esențial al filtrelor pasive LC poate fi utilizat dacă circuitele acestora sînt simulate în tehnica RC. Unul din modurile cele mai

Scanned with OKEN Scanner

simple constă în folosirea convertoarelor sau invertoarelor de imitanță. În cele ce urmează se vor trata proprietățile și posibilitățile cele mai importante de realizare.

Convertoare de imitanță

Prin convertoare de imitanță se înțeleg cuadripolii liniari definiți prin caracteristica lanț [1]:

$$U_1 = A_{11}U_2 + A_{12}I_2 \tag{8.1}$$

$$I_1 = A_{21}U_2 + A_{22}I_2$$

unde A_{12} și A_{21} sînt elemente nule. Rezultă că dacă la ieșirea convertorului se conectează impedanța de sarcină Z_s, se obține:

$$Z_i = \frac{A_{11}(s)}{A_{22}(s)} Z_s(s) = R(s)\ Z_s(s)$$

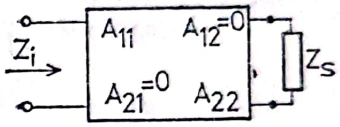


Fig. 8.1. Cuadripol general-convertor de impedanță.

Dacă impedanța de intrare este constituită de impedanța generatorului $Z_g(s)$, atunci impedanța de ieșire rezultă:

$$Z_1(s) = \frac{Z_g(s)}{k(s)} \tag{8.2}$$

Factorul $k(s)$ se numește coeficientul de conversie.

Acesta este circuitul denumit convertor general de imitanță (GIC). Realizarea practică de principiu a acestuia este ilustrată în fig. 8.2 prin folosirea a două amplificatoare operaționale.

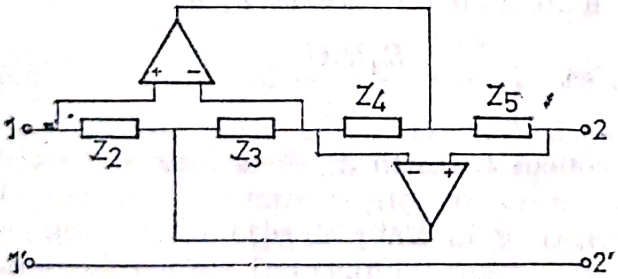


Fig. 8.2. Circuit care realizează convertorul general de imitanță.

Dacă amplificatorul operațional are amplificarea infinită, atunci

$$k(s) = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_3} \tag{8.3}$$

și corespunzător impedanța de intrare a circuitului este:

$$Z_i = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} Z_s \tag{8.4}$$

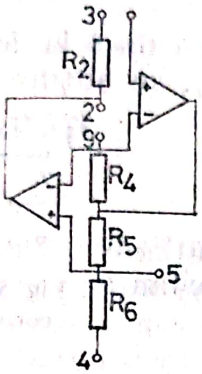
Elementele Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 pot fi, fie rezistențe, fie capacități. În funcție de locul unde se introduce capacitatea, impedanța de sarcină se transformă în raport cu coeficienții de conversie într-un element de tipul:

$$k(s() = k_0\,;k_1\,;\ \frac{k_2}{s}\ ;\ k_3 s^2\,;\ \frac{k_4}{s^2} \tag{8.5}$$

Rezultă că, utilizînd impedanța de intrare, putem simula diverse impedanțe, cum ar fi, de exemplu, inductanțe sau rezistențe negative dependente de frecvență.

Convertorul general de imitanță se fabrică și sub formă integrată. De exemplu, în tabelul 8.1 sînt indicate principalele caracteristici ale unui convertor tipic.

Tabelul 8.1

Circuitul	Parametrii
	U $\pm 5 \ldots \pm 18$ T $-25 \ldots +85°C$ R_2, R_4, R_5, R_6 7500 $\pm 0,4\%$ R_4/R_5 $1 \pm 0,2\%$ T $+110 \pm 60$ p $U_{ies\ max}$ ± 13V $I_{ies\ max}$ ± 20 mA f_T 1 MHz

8.3. SIMULAREA INDUCTANȚEI

Dacă în circuitul convertorului general de imitanță, în locul impedanțelor Z_3 sau Z_5, se introduce un condensator, restul fiind rezistențe (fig. 8.3), atunci circuitul transformatorului de sarcină Z_s în

$$Z_i = s\frac{R_2R_4C_3}{R_5}R_s \text{ sau } Z_i = s\frac{R_2R_4C_5}{R_3}R_s \tag{8.6}$$

care corespunde unei inductanțe conectate la masă de valoare:

$$L = \frac{C_3R_2R_4}{R_5}R_s \text{ sau } L = \frac{R_2R_4R_5}{R_3}R_s \tag{8.7}$$

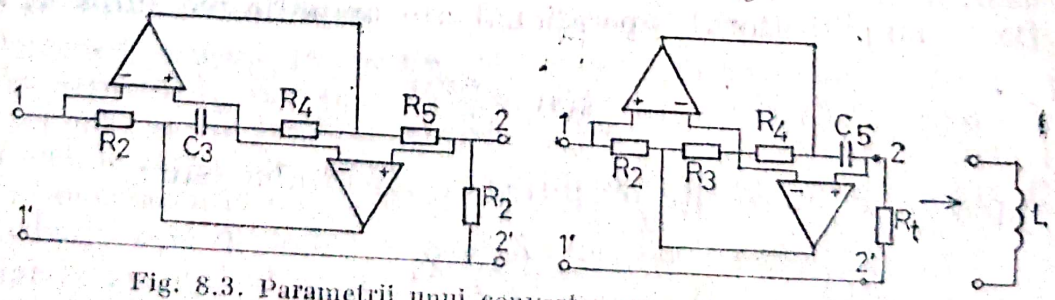


Fig. 8.3. Parametrii unui convertor general de imitanță.

De regulă, rezistențele $R_2 \ldots R_5$ sînt de valori identice și rezultă:

$$L = RR_sC_3 \text{ sau } L = RR_sC_5$$

Factorul de calitate Q_L al inductanței simulate este limitat de factorul de amplificare finit și dependent de frecvență.

Scanned with OKEN Scanner

La frecvenţe joase eroarea rezultată este dictată de amplificarea finită A_0 a amplificatorului operaţional şi prezintă o dependenţă de frecvenţă ca cea din fig. 8.4, centrată în jurul frecvenţei ω_L, determinată de rezistenţele R, R_s şi condensatorul C, unde :

$$\omega_L = \frac{1}{CRR_s}$$

La frecvenţe joase, valoarea lui Q_L este :

$$Q_L(\omega) \frac{A_0}{C(R+R_s) + \frac{1}{C}\frac{R+R_s}{R+R_s}} \quad (8.8)$$

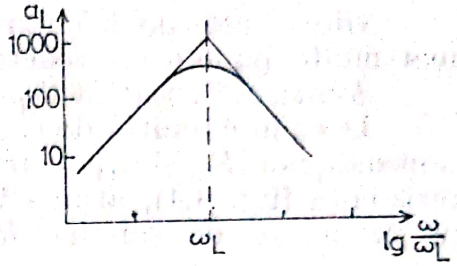


Fig. 8.4. Simularea inductanţei cu ajutorul GIC : Dependenţa de frecvenţă a factorului de calitate.

Din relaţia (8.8) rezultă că factorul de calitate Q_L al circuitului rezonant format cu inductanţa simulată, va avea valoarea maximă, dacă valoarea capacităţii din convertor este aceeaşi cu a capacităţii din circuitul oscilant.

Dacă valoarea inductanţei din circuitul oscilant este L şi frecvenţa de rezonanţă este ω_0, atunci trebuie alese următoarele valori :

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} \quad \text{şi} \quad \omega_0 L = \sqrt{RR_s}$$

Valoarea teoretică maximă a factorului de calitate Q_{L_0} va fi :

$$Q_{L\,max} = \frac{A_0\sqrt{RR_s}}{2(R+R_s)}$$

La frecvenţe mari, datorită dependenţei de frecvenţă a factorului de amplificare, pe lîngă valoarea optimă RC, variază şi valoarea măsurată Q_L. Această valoare scade sau creşte (ceea ce poate face convertorul să oscileze) în funcţie de punctul în care se conectează condensatorul şi de raportul dintre frecvenţele limită ale celor două amplificatoare. În [36] se arată că relaţia care stabileşte valoarea factorului de calitate Q_L în funcţie de dependenţa de frecvenţă a amplificatorului este :

$$Q_L(\omega) \approx \frac{1}{(R_5 + R_t)\frac{1}{T_2 R_5} - \frac{1}{T_1 R_t}} \quad (8.9)$$

pentru circuitul din fig. 8.3 *a* şi

$$Q_L(\omega) \approx \frac{1}{\left(1 - \frac{R_4}{R_3}\right)\frac{1}{\omega_{T1}} + \left(1 - \frac{R_3}{R_4}\right)\frac{1}{\omega_{T2}}} \quad (8.10)$$

pentru circuitul din fig. 8.3*b*.

Dependența de frecvență a amplificatorilor operaționali conduce și la erori de inductanță, a cărei valoare este :

$$\frac{\Delta L}{L} \approx 4\frac{\omega}{\omega_T} \tag{8.11}$$

Dintre cele două circuite, cel din fig. 8.3*b* este mai avantajos din mai multe puncte de vedere.

Rezistență negativă dependentă de frecvență

Dacă în circuitul de convertor general de imitanță (fig. 8.3) în locul impedanțelor Z_2 și Z_4 se introduc condensatoare și în locul celorlalte rezistențe (fig. 8.4), atunci impedanța de intrare a convertorului închis pe rezistența de sarcină R_s rezultă :

$$Z_i = \frac{1}{s^2}\frac{R_s}{C_2C_4R_3R_5} = -\frac{R_s}{\omega^2 C_2C_4R_3R_5} \tag{8.12}$$

Aceasta este o rezistență negativă dependentă de frecvență :

$$Z_i = \frac{1}{s^2 D} \qquad D = \frac{C_2C_4R_3R_5}{R_s} \tag{8.13}$$

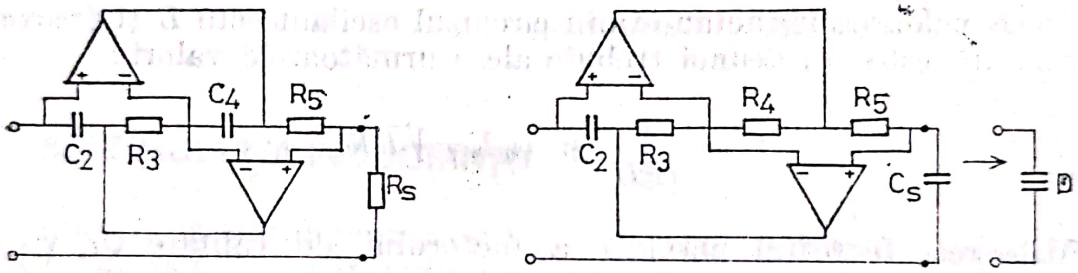


Fig. 8.5. Realizarea unei rezistențe negative dependentă de frecvență.

$$Z = \frac{1}{sC}(1 + s^2CL); \quad Z = R\left(1 + \frac{1}{s^2DR}\right); \quad Z = \frac{sL}{1 + s^2LC};$$

$$Z = \frac{R}{1 + s^2DR}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{DR}}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{DR}}$$

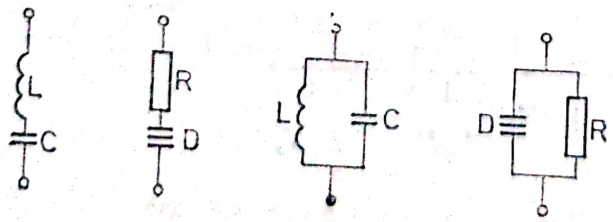


Fig. 8.6. Circuite oscilante LC și RD :

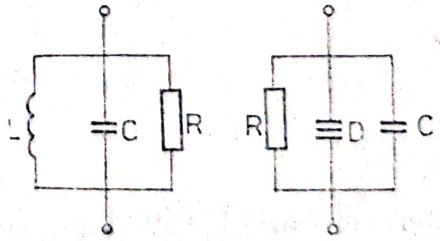


Fig. 8.7. Coeficienții de calitate ai circuitelor oscilante.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \omega_0 = \frac{1}{RD}$$

$$Q = \omega_0 RC \qquad Q = \frac{\omega_0 D}{C}$$

Scanned with OKEN Scanner

Se observă că, pe lîngă elementele de circuit R, L, C, apare un nou element D, de dimensiuni $f^2\Omega$. Acest element are proprietatea că, dacă este conectat în serie sau în paralel cu o rezistență R(fig. 8.6), dă naștere unui circuit rezonant a cărui frecvență de rezonanță este :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{RD}}$$

Elementul D prezintă un coeficient de calitate :

$$Q_D = -\frac{R_e[Z_{in}(j\omega)]}{I_m[Z_{in}(j\omega)]}$$

care prezintă o dependență de coeficientul de amplificare și de frecvența limită a amplificatorului operațional similară cu cea a inductanței simulate.

Dacă $C_2 = C_4 = C$ și $R_3 = R_5 = R_s = R$, atunci coeficientul de calitate prezintă o valoare maximă

$$\omega_0 = \omega_D = \frac{1}{RC}$$

Rezultă deci că este indicat ca rezistențele utilizate în interiorul convertorului să fie de valori identice cu valoarea rezistenței externe.

Elementul D poate fi obținut și cu o altă dispoziție a convertorului. De exemplu, dacă se conectează în locul impedanței Z_2 un condensator, în locul lui Z_3, Z_4, Z_5, rezistența de aceeași valoare și drept sarcină se alege un condensator C_t (fig. 8.5*b*). Acest convertor transpune sarcina $Z_t = \frac{1}{sC_s}$ într-o impedanță de intrare :

$$Z_i = \frac{1}{sC_2}\frac{R_4}{R_3R_5}\frac{1}{sC_t} = -\frac{1}{\omega^2C_2C_sR} = -\frac{1}{\omega^2D} \qquad (8.14)$$

care este un element D.

Inversori de imitanță

Prin inversori de imitanță se înțelege un cuadripol linear, în care elementele A_{11} și A_{22} din caracteristica lanț sînt nule.

Un caz special al inversorului general de imitanță îl constituie cazul în care :

$$A_{12} = k \text{ și } A_{21} = \frac{1}{k} \qquad (8.15)$$

Acesta este un inversor pozitiv de imitanță, care se mai numește și girator. Dacă la ieșirea acestuia se conectează o impedanță $Z_s = \frac{1}{sC_s}$, atunci se obține la intrare :

$$Z_i = \frac{k^2}{Z_s} = k^2sC_s \qquad (8.16)$$

care reprezintă o inductanță de valoare $L = k^2C_s$.

Convertorii din fig. 8.3 pot fi priviți și ca giratori dacă impedanța de sarcină este considerată condensatorul $C_3 = C_t$ (fig. 8.8a) sau $C_5 = C_s$ (fig. 8.8b).

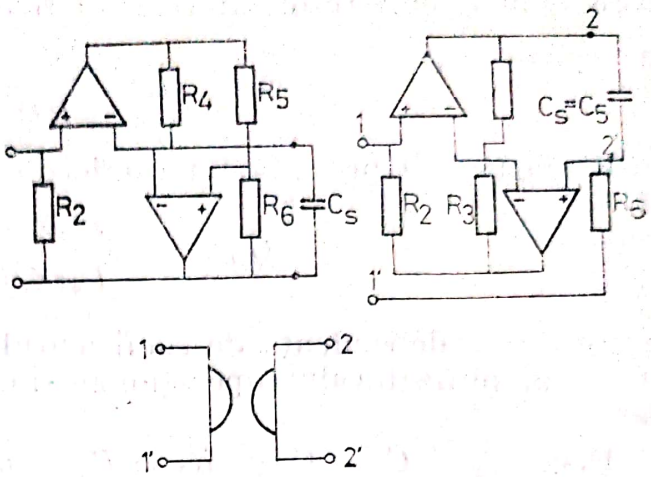


Fig. 8.8. Giratori tip Antoniou.

Aceștia sînt giratorii Antoniou [43] și pot simula numai inductanțe cu punct de masă. Pentru simularea inductanțelor care să nu fie puse la masă este nevoie de 2 giratori.

8.4. FUNCȚII DE TRANSFER CARE UTILIZEAZĂ CONCEPTUL DE REZISTENȚĂ NEGATIVĂ DEPENDENTĂ DE FRECVENȚĂ (FDNR)

Un convertor de imitanță pozitiv (PIC) poate fi utilizat pentru a realiza o rezistență dependentă de frecvență (FDNR). În continuare se va arăta că o rețea oarecare RLC pasivă poate fi realizată utilizînd conceptul de FDNR și că o rețea FDNR este indicată pentru a realiza filtre trece jos în scară, de ordin superior.

Un dipol FDNR este definit de admitanța sa care este dată de relația :

$$Y(s) = s^2 D \tag{8.17}$$

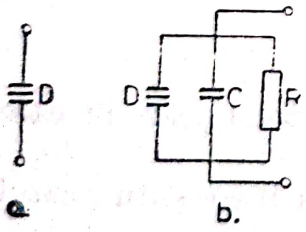


Fig. 8.9. *a*) Notarea unui dipol FDNR; *b*) Circuit oscilant cu FDNR.

unde D este o constantă reală pozitivă (fig. 8.9).

O rețea D, C, R este o rețea care conține elementele FDNR, rezistențe și capacități.

Dependența în domeniul timp între tensiunea și curentul de la bornele unui element FDNR este :

$$i = D \frac{d^2U}{dt^2} \tag{8.18}$$

O rețea RCL se transformă într-o rețea echivalentă DCR, unde DCR este o rețea ce se obține prin înmulțirea admitanței LCR prin parametrul s. Astfel, dacă se notează admitanța generală a unei ramuri oarecare a rețelei LCR cu :

$$Y_{LCR}(s) = G + sC + \frac{1}{sL} \tag{8.19}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde G, C și L sînt conductanța, capacitatea și inductanța, admitanța unei ramuri generale a rețelei DCR se definește ca :

$$Y_{DCR} = Ds^2 + sC + \frac{1}{R} \tag{8.20}$$

Se observă că :

$$Y_{DCR}(s) = sY_{LCR}(s) = sG + s^2C + \frac{1}{L} \tag{8.21}$$

unde G este o capacitate, L rezistența și FDNR, elementul C.

Dacă se consideră acum o rețea RLC cu parametrii lanț (de transmisie) A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, rezultă că, deoarece A_{11} și A_{22} reprezintă rapoarte de admitanță, rețeaua DCR are parametrii lanț A_{11} și A_{22} identici cu cei ai rețelei LCR. Deoarece A_{12} și A_{21} au dimensiuni de impedanță și respectiv admitanță, transformarea definită de relația (8.21) va conduce la modificarea acestor parametri în A_{12}/s, respectiv $A_{21}s$.

Rezultă că atît funcția de transfer de tensiune (A_{11}), cît și cea de curent (A_{22}) nu se modifică prin transformarea funcției LCR într-o rețea echivalentă DCR.

Funcția de transfer de lucru

Fie cazul unui cuadripol RLC închis la ambele capete și cel transformat DCR (fig. 8.10).

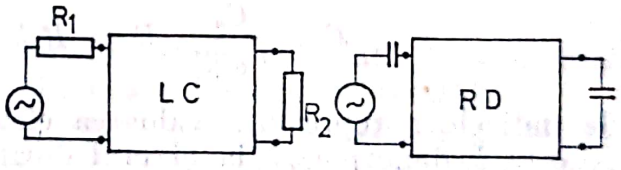


Fig. 8.10. Cuadripol LC și RD.

Conform celor arătate anterior, în cazul transformării rețelei LCR, în D, C, R elementele se transformă corespunzător :

$$\begin{gathered} G \to C \\ L \to R \\ C \to D \end{gathered} \tag{8.22}$$

iar parametrii lanț :

$$\begin{gathered} A_{11} \to A_{11} \quad A_{21} \to A_{21}s \\ A_{12} \to A_{12}/s \quad A_{22} \to A_{22} \end{gathered} \tag{8.23}$$

Funcția de transfer de lucru a cuadripolului LC închis pe rezistențele R_1 și R_2 este dată de relația :

$$H = \frac{1}{2}\left(A_{11}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \frac{A_{12}}{\sqrt{R_1R_2}} + A_{21}\sqrt{R_1R_2} + A_{21}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right) \tag{8.24}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă rezistențele de închidere R_1 și R_2 se înlocuiesc cu impedanțele capacităților de sarcină $\frac{1}{C_1 s}$ respectiv $\frac{1}{C_2 s}$ ce rezultă conform relațiilor de transformare (8.22), se obține :

— pentru cuadripolul LC închis pe capacitățile C_1 și C_2 :

$$H = \frac{1}{2}\left(A_{11}\sqrt{\frac{C_1}{C_2}} + A_{12}s\sqrt{C_1C_2} + A_{21}\sqrt{\frac{1}{s\sqrt{C_1C_2}}} + A_{21}\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}\right) \quad (8.25)$$

— pentru $C_1 = C_2$, rezultă :

$$H_{RLC} = H_{DCR} = \frac{1}{2}(A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{21}) \quad (8.26)$$

cu condiția efectuării transformărilor corespunzătoare relațiilor (8.22) și (8.23).

Realizarea filtrelor trece jos în scară utilizînd elemente FDNR.

Realizarea unei funcții de transfer de tensiune prin filtre în scară constituie o aplicație utilă a transformării menționate anterior.

Fie un filtru general eliptic trece jos LCR și echivalentul său DCR, așa după cum este indicat în fig. 8.11. În acest exemplu filtrul DCR are terminații capacitive și toate elementele D au un terminal la masă, ceea ce reprezintă un avantaj substanțial pentru realizarea practică.

Filtrul DCR prototip poate fi denormat în raport cu o frecvență oarecare ω_0 și un nivel specific de impedanță, după cum urmează :

$$C = \frac{C_n}{\omega_{0k}} \qquad R = R_n k \qquad D = \frac{D_n}{\omega_0^2 k} \quad (8.27)$$

unde indicele n reprezintă valoarea elementelor înainte de denormare și constanta k denormează la nivelul dorit de impedanță.

De exemplu, filtrul DCR din fig. 8.11 se denormează astfel încît să avem :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1 \text{ kHz}$$

și :

$$\frac{1}{\omega_0^2 D_2} = -100\Omega$$

care dă :

$$R = 1{,}106 \times 100 = 110{,}6$$

Astfel, valorile elementelor denormate, calculate din fig. 8.12, sînt următoarele :

$$L_1 = 141\ \Omega \qquad L_2 = 25{,}2\ \Omega \qquad L_3 = 194\ \Omega$$

$$L_4 = 75\Omega \qquad L_5 = 108\Omega$$

$$G_s = 1{,}44\ \mu F \qquad G_L = 1{,}44\ \mu F$$

$$D_2 = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 10^{-8} \qquad D_4 = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 0{,}71 \times 10^{-8}$$

Scanned with OKEN Scanner

Filtrul complet DCR este ilustrat în fig. 8.12, unde elementele D sînt realizate utilizînd rețelele analizate.

Rezistența de 22 kΩ din fig. 8.12 este utilizată pentru a da un curent de polarizare pentru amplificatorul μA 802C și va apărea în circuitul corespunzător LCR ca o inductanță șunt neideală. Aceasta va conduce la faptul că răspunsul la frecvențe joase nu va fi zero.

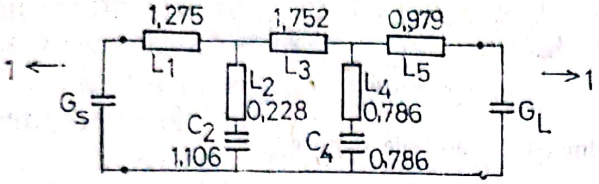


Fig. 8.11. Filtru trece jos realizat cu elemente RD.

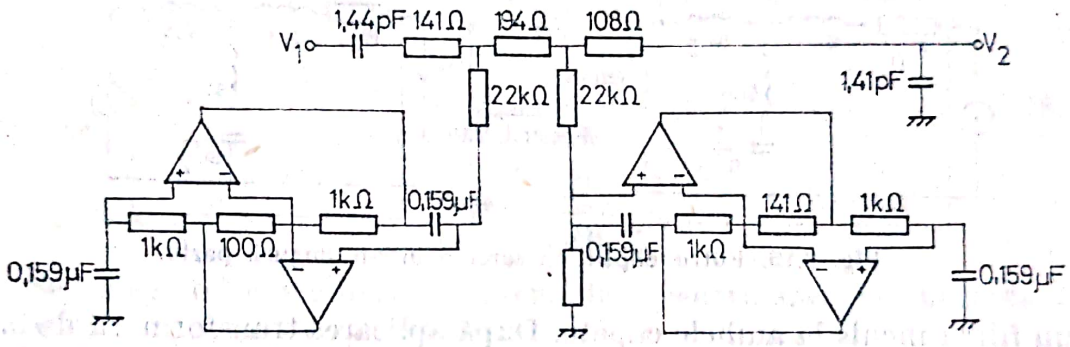


Fig. 8.12. Realizarea practică a filtrului trece jos cu elemente RD.

Caracteristica de transfer de tensiune calculată și măsurată este ilustrată în fig. 8.13, unde se observă o bună concordanță.

S-a observat că circuitul PII/PIC utilizat în realizarea practică este indicat să fie utilizat la frecvențe ridicate, deoarece posedă un factor de calitate Q ridicat.

Experimentările au arătat că circuite în scară de ordin ridicat au putut fi realizate cu ajutorul acestei tehnici cu frecvențe de tăiere pînă la 250 kHz, utilizînd amplificatorul μA702 C. De notat că un filtru eliptic de ordin ridicat, care conține N inductanțe flotante, necesită N-1 amplificatoare operaționale, dacă se utilizează această metodă.

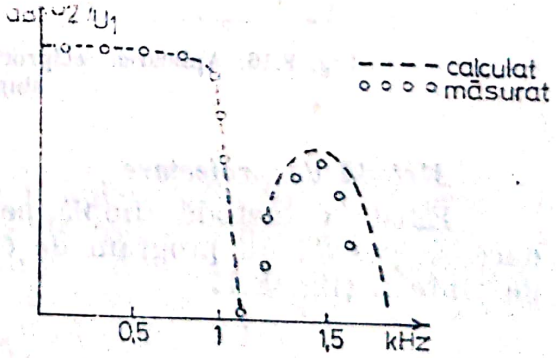


Fig. 8.13. Funcția de transfer de tensiune a filtrului trece jos eliptic.

Filtre FDNR

O mare parte dintre filtrele FDNR nu permit trecerea curentului continuu, cum este cazul filtrelor cu sarcină finită la intrare și ieșire, care suferă o transformare de impedanță (scaling) în care impedanța de intrare este constituită de o capacitate, după cum este ilustrat în fig. 8.14. Este posibil însă să se obțină filtre FDNR care permit trecerea curentului continuu, dacă se pornește de la o variantă cu sarcină într-o singură parte. Aplicînd teorema reciprocității, se poate schimba intrarea cu ieșirea, ca în fig. 8.15.

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece R_{in} are valoarea normată unu, tensiunea la bornele sale are aceeaşi valoare ca I_{ies}. Considerînd tensiunea la bornele lui R_{in} ca V_{ies}, s-a obţinut un filtru care prezintă aceeaşi funcţie de transfer de tensiune

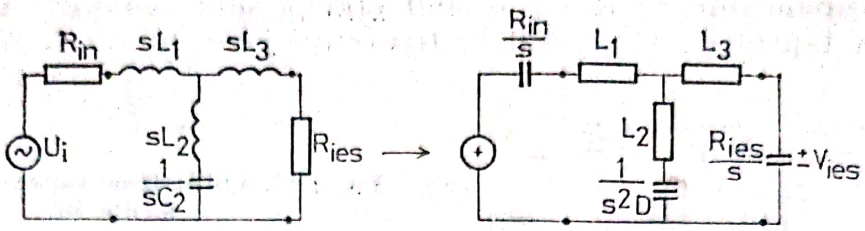


Fig. 8.14. Filtru eliptic închis în ambele capete.

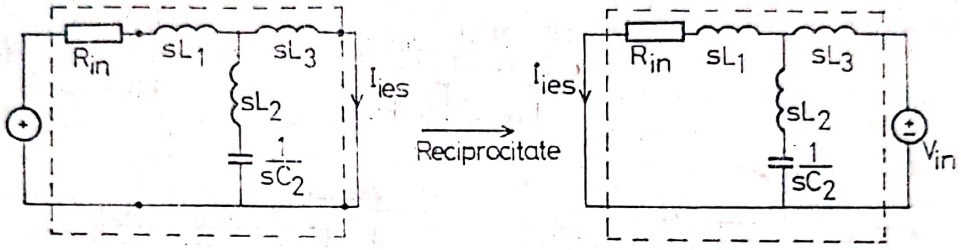


Fig. 8.15. Filtru eliptic cu sarcină într-o singură parte.

ca un filtru închis la ambele capete. După aplicarea transformării de impedanţă nu mai apare o capacitate în serie cu calea de semnal (fig. 8.16).

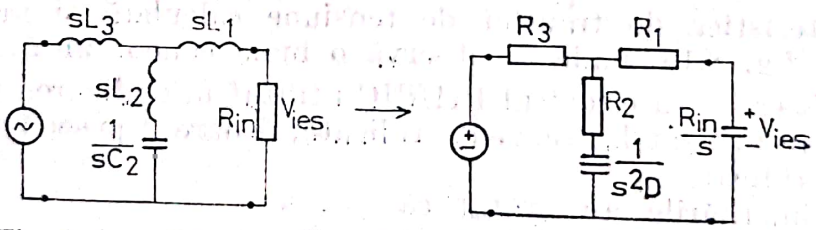


Fig. 8.16. Aplicarea reciprocităţii la filtru eliptic închis, într-o singură parte.

Metodă de proiectare

Există o metodă simplă pentru obţinerea filtrelor eliptice FDNR dacă se posedă un program de calcul sau un catalog de filtre pe bază de sinteză (fig. 8.17).

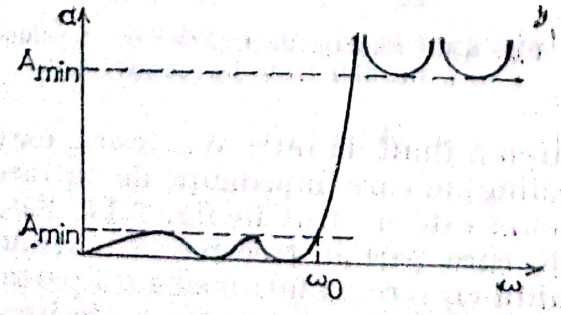


Fig. 8.17. Caracteristica filtrului eliptic de gr. 5.

1) Pe baza frecvenţelor ω_0 şi ω_t, după cum rezultă din fig. 8.17, se calculează panta :

$$\theta = \arcsin \frac{\omega_0}{\omega_t}$$

2) Pe baza atenuării maxime admise în banda de trecere se determină coeficientul de reflexie ρ.

3) Ţinînd seama de valoarea prescrisă pentru A_{min} se determină

ordinul n (al filtrului), care să corespundă și valorilor stabilite pentru ρ și θ. De menționat că prin alegerea n = impar, rezultă o utilizare mai bună a topologiei FDNR.

4) Dacă n este prea mare, se face un compromis între A_{max} și ω_0/ω_s și se repetă, dacă este necesar, operațiile 1—3.

5) Se determină valorile circuitului prototip (cu capacități minime).

Dacă este necesar, să treacă și curentul continuu, se alege un filtru cu sarcină finită la un singur capăt și, făcînd uz de teorema reciprocității, se interschimbă intrarea cu ieșirea.

6) Se face transformarea pentru utilizarea FDNR, înmulțind toate componentele cu 1/s (de ex. fig. 8.14).

7) Se face transformarea de frecvențe, păstrînd pe ω_0 și alegînd pe K drept variabilă :

$$R \to RK$$

$$C \to \frac{C}{\omega_0 K} \tag{8.28}$$

$$D \to \frac{D}{\omega_0^2 K}$$

Se alege o capacitate convenabilă pentru sarcina unitate $C_{ieș}$. Deoarece :

$$\frac{C_{ieș}}{\omega_0 K} = 1$$

$$K = \frac{1}{\omega_0 C_{ieș}} \tag{8.29}$$

Acum se substituie K în relațiile de mai sus și se calculează toate componentele filtrului.

8.5. DOMENIUL DINAMIC

Amplitudinea maximă care poate fi aplicată filtrului ce reprezintă vîrful domeniului dinamic este limitată de oscilația maximă permisă la ieșirea amplificatorului operațional. Amplitudinea se poate raporta la intrarea filtrului, obținîndu-se funcțiile de transfer V_2/V_{in} și V_4/V_{in} care sînt funcții de frecvență normată (fig. 8.18 și fig. 8.19).

Funcția de transfer va fi, ușor diferită pentru fiecare amplificator operațional, însă valoarea maximă utilizabilă V_{in} va fi limitată la amplitudinea maximă a acestor funcții de transfer.

Pentru analiza ce urmează, raportul $V_n/V_{in}(n = 2,4)$ se va descompune în două părți : V_d/V_{in} și V_n/V_d, deoarece

$$\frac{V_n}{V_{in}} = \frac{V_d}{V_{in}} \cdot \frac{V_n}{V_d}$$

V_d/V_{in} este o funcție a filtrului normat care nu poate fi îmbunătățită. Deci se va studia raportul V_n/V_d.

Scanned with OKEN Scanner

Alt motiv pentru care se examinează separat cele două rapoarte constă în aceea că fiecare din acestea este funcție de frecvență. V_d/V_{in} prezintă un vîrf ascendent în jurul frecvenței de tăiere (ω_0), pe cînd V_n/V_s prezintă o comportare de ordinul unu sau zero în funcție de dispunerea componentelor în interiorul FDNR. Vîrful V_d/V_{in} este o funcție mult mai puternic dependentă de frecvență decît V_n/V_d, astfel încît putem aproxima frecvența vîrfului lui V_n/V_{in} ca fiind egală cu aceea a lui V_d/V_{in}.

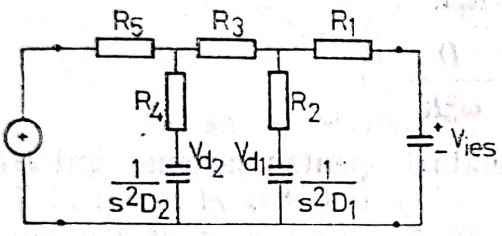


Fig. 8.18. Filtru eliptic de gr. 5 cu sarcina la un singur capăt.

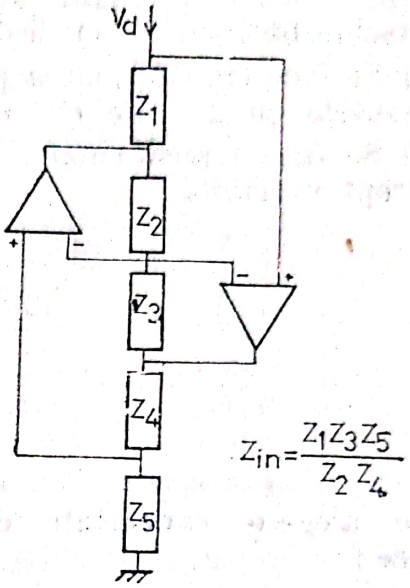


Fig. 8.19. Rezistență negativă dependentă de frecvență.

Rezultă că valoarea cea mai mare $\frac{V_n}{V_{in}}$ la frecvența vîrfului va defini limita superioară a lui V_{in}.

Pentru exemplificare, se alege un filtru de ordinul 5, cu sarcina la un singur capăt.

Rezultatele pentru $\frac{V_n}{V_d}$ sînt aplicabile pentru fiecare FDNR din interiorul filtrului, deci este necesar $\left|\frac{V_{d1}}{V_{in}}\right| \neq \left|\frac{V_{d2}}{V_{in}}\right|$.

Filtrul din fig. 8.18 este obținut în baza reciprocității și transformării de frecvență.

Relația dorită pentru FDNR :

$$Y_{in} \approx Y_1 Y_3 Y_5 / Y_2 Y_4 = Ds^2 \qquad (8.30)$$

se obține înlocuind cu o capacitate oricare două din Z_1, Z_3 și Z_5 și celelalte rămînînd rezistive, rezultînd :

$$Y_{in} \cong (C_a C_b R_2 R_4 / R_a) s^2 = Ds^2 \qquad (8.31)$$

Dacă se presupune că amplificatorul operațional este ideal se obține :

$$\frac{V_2}{V_d} = (1 - DZ_1 s^2) \quad \text{și} \quad \frac{V_4}{V_d} = \frac{Z_4 + Z_5}{Z_5} \qquad (8.32)$$

Scanned with OKEN Scanner

Se observă că $\left|\frac{V_n}{V_d}\right|$ depinde de dispunerea celor două capacități.

Dacă presupunem Z_5 ca fiind o rezistență, rezultă:

$$\frac{V_4}{V_d} = (R_4 + R_5)D\omega^2$$

și:

$$\frac{V_2}{V_d} = \sqrt{\left(\frac{D}{C_1}\omega\right)^2 + 1}$$

V_4/V_d crește proporțional cu ω^2 pe cînd V_2/V_d este proporțional cu V_2/V_d. Dacă presupunem că Z_1 este o rezistență, va rezulta că V_2/V_d crește aproximativ proporțional cu pătratul frecvenței.

Dacă însă Z_3 este rezistiv, avem:

$$\left|\frac{V_2}{V_d}\right| = \left(\frac{D}{C_1}\omega\right)^2 + 1 \qquad (8.33)$$

și

$$\left|\frac{V_4}{V_d}\right| = (R_4C_5)^2 + 1 \qquad (8.34)$$

ambele rapoarte fiind linear crescătoare cu frecvența.

Din aceste considerente se poate trage concluzia că, desemnînd pe Z_1 și Z_5 ca fiind capacități, se obține cea mai favorabilă conservare a domeniului dinamic pentru componentele FDNR.

După ce s-au atribuit capacități impedanțelor Z_1 și Z_5 și o rezistență lui Z_3, următoarea etapă necesară este să egalizăm pe $\frac{V_2}{V_d}$ și $\frac{V_4}{V_d}$ astfel încît ambele maxime ale domeniilor dinamice ale amplificatoarelor operaționale să se obțină în același timp. Din relațiile (8.33) și (8.34) și impunînd:

$$\left|\frac{V_2}{V_d}\right| = \left|\frac{V_4}{V_d}\right| \text{ se obține:}$$

$$\frac{D}{C_1} = R_4C_5 \qquad (8.35)$$

Examinînd expresia pentru D se observă:

$$D = (C_1C_5R_2R_4)/R_3 \qquad (8.36)$$

$$\frac{D}{C_1} = (C_5R_2R_4)/R_3 \qquad (8.36, a)$$

Din relațiile (8.35) și (8.36*a*) se obține:

$$R_4C_5 = (C_5R_2R_4)/R_3 \qquad (8.37)$$

Dacă $R_2 = R_3$, din (8.36) rezultă:

$$D = (C_1C_5R_4)/R_3 \qquad (8.38)$$

Pentru a minimiza rapoartele $\left|\frac{V_2}{V_d}\right|$ și $\left|\frac{V_4}{V_d}\right|$ trebuie ales corespunzător valoarea cea mai mare pentru capacitatea C_1 și produsul R_4 și C_5 din (8.35) și (8.34), menținînd valabilă relația (8.38). Un astfel de filtru se va denumi ca fiind proiectat după vîrf minim.

Relația $R_2 = R_3$ rezultă ca fiind una dintre cele două condiții care minimizează comportarea neideală a FDNR, care să conducă la o dezadaptare minimă a dezadaptării produsului cîștig-bandă a amplificatorului operațional, după cum se arată în [36].

Din analiza comparativă a filtrului FDNR a rezultat că utilizînd metoda de precizie maximă pentru FDNR acesta deviază cu mai puțin de 0,01 dB de comportarea ideală în domeniul $0{,}01\ \omega_0 < \omega < \omega_0$. Filtrul care utilizează vîrful minim FDNR deviază cu mai puțin de 0,02 dB, de comportarea ideală în aceeași bandă de frecvență. Se va analiza acum care este situația cu raportul $\frac{V_n}{V_d}$ pentru fiecare metodă în parte.

Filtrul cu vîrf minim a rezultat că prezintă un raport mai mic de 0,25 dB. Filtrul de precizie maximă, care îndeplinește condițiile (8.33), (8.34) și (8.36), precum și condițiile Martin și Sedra [42] respectiv $R_2 = R_3$ și $R_4\ C_5 = 1$ (aproximativ $\omega' \approx \omega_{vîrf}$) conduce la relația :

$$\frac{V_2}{V_d} = \frac{V_4}{V_d} = 3 \text{ dB}$$

Deci este posibil să se cîștige aproape 3 dB din domeniul dinamic, sacrificînd puțin din precizia răspunsului cu frecvența, prin proiectarea corespunzătoare a FDNR.

Proiectarea componentelor FDNR

Există trei procedee, în funcție de performanțele dorite :

a) Proiectarea cu minim de efort :

1. Se alege $R_2 = R_3$. Atunci acestea dispar din FDNR.
2. Pentru a minimiza numărul de componente se alege $C_1 = C_5 = C_{ieș}$.
3. $R_4 = D$.

b) Proiectarea pentru vîrf minim :

1. $R_2 = R_3$; se alege o valoare convenabilă

2. $\frac{D}{C_1} = R_4 C_5$ și $\frac{V_2}{V_d} = \sqrt{\left(\frac{D}{C_1}\omega_{vîrf}\right)^2 + 1}$

Se alege o valoare de proiectare pentru $\frac{V_4}{V_d}$ și se rezolvă pentru C_1, R_4 și C_5.

Se rotunjesc valorile C_1 și C_5 pînă la valorile cele mai convenabile și se ajustează R_4 pentru a se obține valoarea exactă a lui D.

c) Proiectarea pentru precizie maximă Martin-Sedra [42].

1. $R_2 = R_3$. Se alege o valoare convenabilă.
2. $R_4 R_5\ \omega_{vîrf} = 1$. Se rezolvă pentru R_4 și C_5, rotunjindu-se la valori convenabile.
3. Se utilizează expresia (8.36) a lui D pentru obținerea lui C_1. Se rotunjește pînă la obținerea unei valori convenabile.
4. Se ajustează R_4 pentru obținerea unei valori exacte pentru D.

Scanned with OKEN Scanner

9.

Optimizare

9.1. GENERALITĂȚI

În proiectarea și realizarea unui circuit electric (de exemplu un filtru) se pot distinge trei faze :

a) Studiul teoretic care determină „structura" circuitului și valorile elementelor componente. Această fază este cunoscută ca sinteza circuitului.

b) Realizarea circuitului.

c) Reglajul definitiv. Se dorește să se obțină răspunsul prescris al circuitului în funcție de parametrii care-l definesc. Sînt foarte rare cazurile în care circuitul, imediat după ce a fost executat să corespundă în totalitate condițiilor impuse.

În general trebuie efectuat un reglaj prin care se variază toate sau o parte din componente în jurul valorilor obținute pînă se obține răspunsul optim.

Acest procedeu denumit de optimizare (sau calcul prin aproximații succesive) este mai mult sau mai puțin complicat, depinzînd de circuitul corespunzător. Dacă de exemplu se are în vedere obținerea unei funcții de transfer „$H(s)$" a unui filtru LC care depinde de parametrii $x_1, x_2, \ldots x_n$ este suficient să acționăm asupra valorilor x_i, care de regulă sînt inductanțe și capacități variabile.

Pentru aceasta este necesar să se simuleze circuitul, adică să se calculeze $H(x_1, \ldots x_n)$ cunoscînd valorile x_i. și pe cît posibil să se reducă toate cazurile posibile la rezolvarea aceleiași probleme matematice.

9.2. PROCEDEE DE OPTIMIZARE

Procedeul de optimizare permite ca pornind de la o proiectare a circuitului într-o primă aproximare să se obțină îndeplinirea optimă a condițiilor impuse. Această etapă este cu atît mai importantă cu cît condițiile impuse sînt mai complexe și mai severe și cu cît domeniul de frecvență este mai ridicat și trebuie ținut seama de efectele parazite. Spre deosebire de acordul manual al circuitului în care se poate acționa într-u

Scanned with OKEN Scanner

moment dat numai asupra unui element, cu ajutorul procedeului de optimizare se poate acționa simultan asupra mai multor parametri.

Etapele unui proces de optimizare sînt indicate în fig. 9.1.

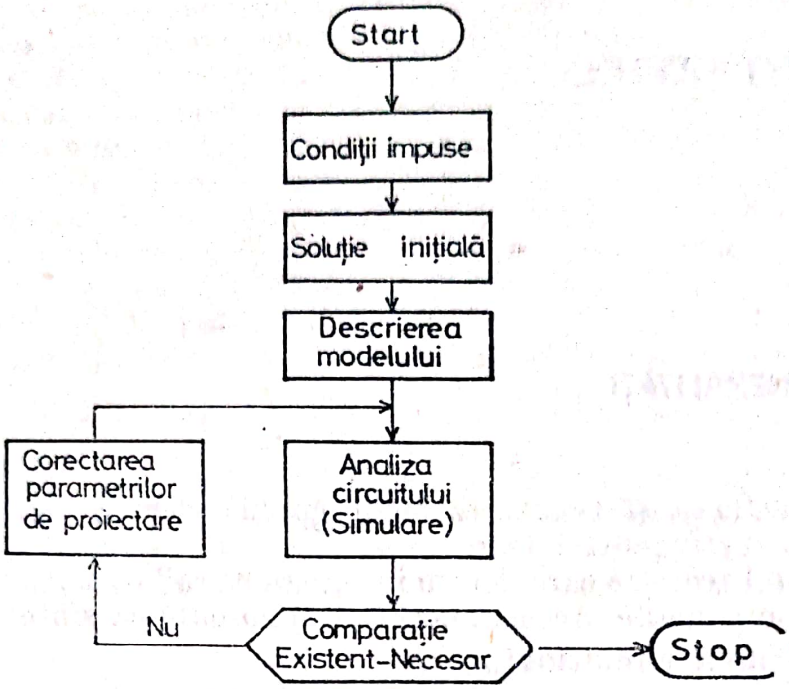


Fig. 9.1. Etapele procesului de optimizare.

Pornind de la specificații, se calculează mai întîi o soluție inițială, care trebuie să îndeplinească în general și nu obligatoriu în toate amănuntele condițiile impuse. Aceasta este o etapă dificilă deoarece se bazează pe intuiția și experiența proiectantului. Aici se permit simplificări importante.

Etapa următoare necesită stabilirea unui model de circuit în care se iau în considerație elementele circuitului și influențele parazite astfel încît să fie simulat circuitul real. În final se compară în baza unui criteriu, caracteristica obținută cu cea impusă, și rezultă o funcție eroare care arată cît de mult diferă acestea între ele.

Dacă din comparație rezultă valori inacceptabile se variază sistematic parametrii circuitului (de exemplu valorile elementelor) pentru îmbunătățirea soluției. Procedeul se repetă iterativ pînă ce se îndeplinesc condițiile impuse.

Avantajul unei optimizări iterative constă în flexibilitatea acestuia, deoarece o formă standardizată poate fi aplicată în multe tipuri de probleme. Programele de regulă sînt ancombrante și dacă soluția inițială nu este bine aleasă pot să nu fie convergente.

Soluția inițială are o importanță deosebită deoarece prin programul de optimizare se ajunge la cel mai apropiat optim local și nu la optimul absolut, denumit optim global. Deci procedeul optimizării nu poate fi considerat o metodă în sine de proiectare, ci numai un mijloc ajutător.

În acest capitol se vor descrie numai principial procedeele de optimizare cele mai folosite în proiectarea circuitelor. Descrierea acestora se poate consulta în literatura română de specialitate care în ultimul timp a publicat lucrări valoroase.

Scanned with OKEN Scanner

9.3. CRITERII DE OPTIMIZARE

Criteriul de optimizare a unui circuit caracterizează abaterea dintre caracteristicile impuse şi cele obţinute. Criteriul de optimizare se poate alege liber şi formula de exemplu : „să se ajungă la soluţia dorită prin minimizarea funcţiei eroare".

Valorile dorite ale funcţiei se vor nota cu $y_{di}\,(i = 1,2,\ldots,m)$ şi cele obţinute, corespunzătoare prin $y_i(X_1, x_2,\ldots,x_n)$. Acestea depind de parametrii circuitului $x_1, x_2,\ldots,x_n$ care pot fi cuprinşi în vectorul transpus

$$X^T = (x_1, x_2,\ldots,x_n)$$

În multe probleme de proiectare y_{di} reprezintă valori măsurate ale unei caracteristici a circuitului în domeniul frecvenţă (ω). Se ajunge la o problemă de aproximare, care într-un domeniu dat $\omega_a \leqslant \omega \leqslant \omega_b$, trebuie să aproximeze cît mai bine valorile $\{y_{di}\} = y_{di}$ prin funcţia aproximată

$$\{y_i(x)\} = y(\omega, X) \tag{9.1}$$

Abaterea medie pătratică

Un criteriu pentru aprecierea erorii îl constituie în multe cazuri valoarea medie a abaterilor patratice. Criteriul de proiectare este în acest caz :

$$f(X) = \int_{\omega_a}^{\omega_b} w(\omega)[y(\omega, X) - y_d(\omega)]^2\, d\omega \tag{9.2}$$

sau dacă y_d este cunoscut numai în puncte discrete $\omega = \omega_i\ (i = 1,\ldots,m)$:

$$f(X) = \sum_{i=1}^{m} w(\omega_i)[y(\omega_i X) - y_d(\omega_i)]^2 \tag{9.3}$$

$w(\omega) > 0$ este o funcţie de pondere pozitivă, care permite luarea diferenţiată în consideraţie a abaterilor, în interiorul intervalului.

Dacă nu există prescrieri de acest gen atunci

$$w(\omega) \equiv 1$$

O nivelare a valorilor extreme se obţine dacă se alege :

$$F(\omega) = [y(\omega, X) - y_d(\omega)]^{N_1}$$

unde $N_1 = 2,4\ldots$
Criteriul 9.3 devine în acest caz :

$$f(X) = \sum [y(\omega_i, X) - y_d(\omega_i)]^N \tag{9.4}$$

unde $N = 2,4\ldots$ (Din motive de precizie numerică, N nu poate lua valori prea mari (de exemplu $N \leqslant 10$).

Scanned with OKEN Scanner

Criteriul Cebîşev

Criteriul care permite o aproximare uniformă în interiorul întregului interval a fost stabilit de Cebîşev. Caracteristică erorii în interiorul intervalului o constituie valoarea absolută a acesteia. Se obţine pentru funcţia scop :

$$f(X) = \max_{\omega_a \leqslant \omega \leqslant \omega_b} \{w(\omega)[y(\omega, X) - y_d(\omega)]\} \tag{9.5}$$

unde ω poate lua valori continue sau discrete.

Criteriile abaterii medii patratice şi Cebişev au fost descrise în [1].

Luarea în consideraţie a restricţiilor, date prin ecuaţii sau inecuaţii, în multe cazuri se obţine prin modificarea funcţiei scop, astfel încît în final să se ajungă la o problemă de optimizare fără restricţii. De aceea în acest capitol se va trata numai optimizarea fără restricţii.

Eliminarea variabilelor

Restricţiile date sub forma unor ecuaţii lineare

$$g_j = A_j^T X - b_j = 0 \quad (j = 1,2,\ldots r) \tag{9.6}$$

pot fi luate în consideraţie în funcţia scop $f(x_1, x_2, \ldots, x_r, x_{r+1} \ldots x_r)$, dacă sistemul 9.6 se rezolvă în raport cu $x_1, x_2, \ldots, x_r$ şi introduse în $f(X)$ se elimină.

Se obţine o funcţie scop modificată, care depinde numai de variabilele $x_{r+1}, x_{r+2}, \ldots x_n$.

Transformarea de variabile

Restricţiile prescrise sub forma unor inecuaţii, care în interiorul intervalului sînt limitate într-o parte sau în ambele părţi, pot fi luate în consideraţie cu ajutorul transformării de variabilă ca de exemplu :

Restricţii	Transformarea de variabile
$x_j \geqslant 0$	$x_j = y_j^2$
$x_j \geqslant a$	$x_j = a + y_j^2$
	$x_j = b - y_j^2$
$x_j \leqslant b$	$x_j = a + \frac{1}{2}(b - a)(1 + \sin y_j)$
$a \leqslant x_j \leqslant b$	

Funcţia scop $f(X)$ se transformă într-o funcţie scop modificată, de variabilă transformată y_j care poate lua orice valoare.

Multiplicatorii Lagrange

Restricţiile sub formă de ecuaţii pot fi luate în consideraţie şi cu ajutorul metodei Multiplicatorilor lui Lagrange, în care se introduce funcţia scop

$$F(Z) = f(X) + \sum_{j=1}^{r} \lambda_j g_j(X)$$

care conţine vectorul extins $Z^T = (X^T, \lambda^T)$.

Funcţia scop modificată este o funcţie liniară în raport cu variabilele λ.

Scanned with OKEN Scanner

Prescrierea iterației. Diversele procedee de optimizare diferă între ele în principal prin algoritmul de calcul al vectorului de corecție P_k în procesul de iterație respectiv :

$$X_{k+1} = X_k + P_k \qquad (k = 0,1,\ldots) \tag{9.7}$$

pentru etapa k de iterație

Stabilitate. Un procedeu de minimizare a funcției $f(X)$ este stabil, dacă la fiecare treaptă de iterație pentru care $X_{k+1} \neq X_k$ este valabilă relația

$$f(X_{k+1}) < f(X_k) \tag{9.8}$$

Convergență. Procedeul este convergent, dacă pentru vectorul de corecție rezultă :

$$|P_k| \to 0 \text{ pentru } k \to \infty \tag{9.9}$$

În acest caz șirul vectorilor X_0, $X_1\ldots$ tinde către vectorul soluție X^*.

În jurul minimumului convergența se caracterizează prin relația care stabilește distanța de minim pentru două etape succesive de iterație

$$E_{k+1} = X_{k+1} - X^* = \Phi(X_k - X^*) = \Phi(E_k) \tag{9.10}$$

Dacă se dezvoltă funcția Φ în serie Taylor și se ține seama că $E^* = \Phi(E^*) = 0$, atunci valorile absolute devin :

$$|E_{k+1}| = \|\Phi'(0)\|\,|E_k| + \frac{1}{2}\|\Phi''(0)\|\,|E_k|^2 + \ldots \tag{9.11}$$

Dacă $\|\Phi'(0)\| \neq 0$ se spune că convergența este liniară și $|E_{k+1}|$ este proporțională cu $|E_k|$.

Dacă însă $\|\Phi'(0)\| = 0$ și $\|\Phi'\| \neq 0$ atunci $|E_{k+1}|$ este proporțional cu $|E_k|^2$ și procedeul are o convergență patratică. Viteza de convergență este cu atît mai mare cu cît factorul de proporționalitate este mai mic.

Criteriul de întrerupere

În aplicațiile practice, orice procedeu iterativ trebuie după un număr limitat de iterații să se termine. Dacă procedeul se întrerupe prea devreme atunci se obține un rezultat relativ imprecis, care prin iterații ulterioare ar fi putut conduce la o soluție îmbunătățită.

Dacă însă se efectuează mai multe iterații decît sînt necesare, se folosește un timp de calcul inutil, fără ca soluția să se îmbunătățească. Rezultă că trebuie acordată o atenție deosebită criteriului de întrerupere.

Dacă se fixează o limită ε pentru valorile factorului de corecție, procedeul trebuie întrerupt dacă :

$$|P_k| < \varepsilon \text{ respectiv } \frac{|P_k|}{|X_k|} < \varepsilon \tag{9.12}$$

Relația 9.12 se folosește numai dacă $|X_k| \to 0$.

În mod corespunzător se poate examina și variația funcției scop, respectiv :

$$|f(X_{k+1}) - f(X_k)| < \delta$$

Scanned with OKEN Scanner

respectiv :

$$\left| \frac{|f(X_{k+1}) - f(X_k)}{f(X_k)} \right| < \delta \tag{9.13}$$

Şi în acest caz, relaţia (9.13) se foloseşte numai dacă $f(X_k) \to 0$.

Dacă se stabileşte un anumit număr de cifre semnificative pentru o precizie impusă, procedeul trebuie întrerupt dacă factorul de corecţie P_k rezultă ca ordin de mărime egal cu eroarea de rotunjire (fig. 9.2) adică dacă

$$|P_{k+1}| \geqslant |P_k| \tag{9.14}$$

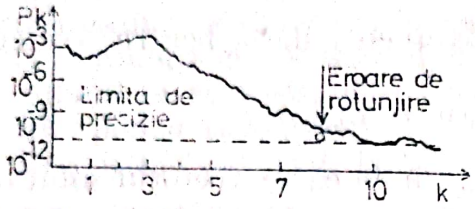


Fig. 9.2. Dependenţa factorului de corecţie de numărul iteraţiilor.

sau dacă P_k este atît de mic încît nu mai are influenţă asupra termenului $X_k + P_k$, respectiv

$$X_{k+1} = X_k \tag{9.15}$$

9.5. METODE DE OPTIMIZARE

Există mai multe metode de optimizare şi în continuare se vor descrie numai cele mai utilizate în proiectarea circuitelor electrice. Aceste metode pot fi împărţite în grupe ca : metoda de căutare directă, metoda de gradient, metoda Cebîşev, metoda de programare lineară. În principiu problema constă în minimizarea funcţiei eroare.

1. *Metode care nu necesită cunoaşterea derivatelor*

Metodele sofisticate de optimizare necesită evaluarea derivatelor de ordinul unu sau doi. Există însă procedee care nu utilizează derivatele.

Unul dintre cele mai simple constă în minimizarea funcţiei eroare prin varierea pe rînd a unui singur parametru. De exemplu, mai întîi se minimizează eroarea în raport cu parametrul x_i. După aceasta se continuă minimizarea în raport cu x_{i+1}. După ce se efectuează minimizarea în raport cu toţi parametrii se începe un nou ciclu începînd cu p_1. Deoarece la fiecare etapă minimizarea se efectuează în raport cu un singur parametru se poate utiliza în acest scop oricare procedeu de căutarea minimumului a unei funcţii de o variabilă.

Procedeul simplex poate fi utilizat pentru minimizarea simultană a mai multor parametri.

2. *Metode de gradient*

Metodele de gradient necesită evaluarea derivatelor funcţiei eroare de ordinul unu $\frac{\partial E}{\partial x_i}$, şi folosesc informaţiile obţinute, pentru a stabili cum trebuie modificaţi parametrii pentru a minimiza eroarea.

Scanned with OKEN Scanner

Derivatele de ordinul unu determină gradientul funcției eroare, care indică direcția celei mai rapide variații a funcției eroare. Pentru a minimiza eroarea trebuie acționat în direcția opusă grădientului. Fie $E(X)$ funcția eroare și X vectorul parametrilor $x_1, x_2 \ldots x_n$. Funcția $E(X)$ se poate descompune în serie Taylor astfel:

$$E(X+\triangle X) = E(X) + \nabla E^T \triangle X + \frac{1}{2} \triangle X^T H \triangle X \qquad (9.16)$$

unde $\triangle X$ reprezintă vectorul creșterii variabilelor, iar ∇E vectorul gradient și H matricea (Hessiană) a derivatelor de ordinul doi.

În metoda pantei celei mai rapide, din descompunerea în serie Taylor a funcției $E(X)$ (9.16) se reține numai primii doi termeni și se obține:

$$\triangle E = \nabla E^T \triangle X$$

Panta cea mai rapidă este determinată de vectorul unitate

$$\hat{s} = -\frac{\nabla E}{\|\nabla E\|} \qquad (9.17)$$

Valoarea vectorului de mai multe variabile X la fiecare iterație se determină din valoarea avută la iterația precedentă în baza relației:

$$X_{i+1} = X_i - \lambda \hat{s} \qquad (9.18)$$

unde λ este un scalar pozitiv, care determină valoarea pasului în spațiul multidimensional.

Exemplul 9.1

Pentru a exemplifica utilizarea procedeului descris fie ca funcție eroare, funcția lui Rosenbroc:

$$E(X) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

Fie la iterația k, vectorul $x^{(k)} = [-0{,}5\ 0{,}5]^T$ punct în care $E(X^k) = 8{,}5$. Gradientul normat în punctul $X^{(k)}$ este $s^{(k)} = [-0{,}685\ -0{,}729]^T$.

Pentru a găsi vectorul x^{k+1} este necesar să alegem valoarea scalarului λ. Se poate menține valoarea lui λ de la ciclul precedent sau se ia valoarea care minimizează funcția $E(X)$ în direcția dictată de vectorul unitate $\hat{s}(k)$.

În punctul $X^{(k)} = [-0{,}5\ 0{,}5]^T$, relația (9.18) are forma:

$$X^{(k+1)} = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \lambda^{(k)} \begin{bmatrix} 0{,}685 \\ 0{,}729 \end{bmatrix} \qquad (9.19)$$

de unde:

$$E[X^{(k+1)}] = E(\lambda) = 100[0{,}5 - 0{,}729\lambda - (0{,}5 + 0{,}685\lambda)^2]^2 + (1{,}5 + 0{,}685\lambda)^2$$

Minimumul lui $E(\lambda)$ în raport cu λ se obține în punctul $\lambda = 0{,}164$. Introducînd $\lambda^{(k)} = 0{,}164$ în relația (9.19) se obține noul punct:

$$X^{(k+1)} = [-0{,}612;\ 0{,}381]^T \text{ punct în care } E(X) = 2{,}6.$$

Se determină acum un nou vector $s^{(k+1)}$ în baza relației (9.17) pentru punctul $X^{(k+1)}$ și apoi se determină punctul $X^{(k+2)}$ în direcția $s^{(k+1)}$ similar cu determinarea punctului $X^{(k+1)}$.

Acest procedeu se continuă pînă ce se obține minimumul dictat de unul din criteriile de întrerupere.

Metode de ordinul doi

Metodele de gradient, caută să reducă rapid eroarea în primele etape ale procedeului de optimizare.

Convergența acestor procedee este însă slabă pe măsură ce ne apropiem de minimum. Pentru a îmbunătăți rata de convergență, se pot utiliza nu numai derivatele de ordinul întîi ale funcției eroare $\left(\frac{\partial E}{\partial x_i}\right)$ ci și cele dé ordinul doi $\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x_i \partial x_{j1}}\right)$.

După cum primele derivate determină gradientul funcției eroare, cele de ordinul doi determină Hessianul funcției.

În multe cazuri derivatele de ordinul unu nu se determină analitic ci acestea se determină pe cale numerică.

Derivatele de ordinul doi nu pot fi determinate în baza acestui procedeu, ci sînt aproximate folosind informațiile avute despre funcția eroare și gradientul său de la ciclul de iterație precedent.

Procedeul de minimizare Fletcher Powell este unul dintre cele mai cunoscute metode de ordinul doi.

În această metodă vectorul variabilelor X_{i+1} se determină din iterația precedentă în baza relației:

$$X_{i+1} = X_i - \delta_i H_i \nabla E_i \tag{9.20}$$

unde H_i — este inversa matricei derivatelor de ordinul doi la pasul de iterație i. La primul pas matricea se alege egală cu matricea unitate, ceea ce înseamnă că la această etapă metoda se confundă cu metoda pantei celei mai rapide. Mărimea δ_i se alege astfel încît să minimizeze funcția eroare E_{i+1}. În procesul de minimizare matricea H se modifică permanent și intervine în relația:

$$X_{i+1} - X_i = H_{i+1}[\nabla E_{i+1} - \nabla E_i] \tag{9.21}$$

Valoarea curentă a matricei H se determină în baza relațiilor:

$$H_{i+1} = H_i + A_i + B_i$$

$$A_i = \frac{\Delta X_i \Delta X_i^T}{\Delta X_i^T G_i}$$

$$B_i = \frac{-H_i G_i G_i^T H_i}{G_i^T H_i G_i}$$

$$\Delta X_i = -\delta_i H_i \nabla E_i$$

$$G_i = \nabla E_{i+1} - \nabla E_i \tag{9.22}$$

După cum se observă în această metodă valorile funcțiilor $E \nabla E$ și din pasul anterior sînt utilizate pentru îmbunătățirea iterației curente.

Minimizarea erorii medii patratice

Se impune să se aproximeze în intervalul $\omega_1 \leqq \omega \leqq \omega_m$ funcția dorită $y_d(\omega)$. Funcția $y_d(\omega)$ poate fi exprimată fie explicit fie empiric numai prin punctele ω_i $(i = 1,2,\ldots,m)$, de exemplu printr-o curbă măsurată. Funcția

Scanned with OKEN Scanner

aproximată se va nota prin $y(\omega, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, unde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sînt parametrii liberi care trebuie determinaţi şi care se vor nota prin vectorul $X^T = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$. Diferenţa dintre funcţia dorită şi cea existentă este funcţia eroare :

$$\Delta y(\omega, X) = y(\omega; X) - y_d(\omega) \tag{9.23}$$

În cazul minimizării erorii medii pătratice funcţia scop este :

$$f(X) = \int_{\omega_i}^{\omega_m} [y(\omega; X) - y_d(\omega)]^2 \, d\omega \tag{9.24}$$

sau în cazul în care aceasta este dată numai prin punctele discrete : $\omega_i (i = 1,2,\ldots,m)$:

$$f(X) = \sum_{i=1}^{m} [y(\omega_i, X) - y_d(\omega_i)]^2 \tag{9.25}$$

Dacă se notează eroarea : $\Delta y_i = y(\omega_i; X) - y_d(\omega_i)$ $(i = 1,2,\ldots,m)$ prin vectorul eroare $Z^T = [\Delta y_1, \ldots \Delta y_m]$ relaţia (9.25) se poate scrie sub forma mai simplă :

$$f(X) = Z^T Z$$

unde : $Z^T = (Z_1 Z_2, \ldots, Z_m)$ este vectorul eroare respectiv :

$$Z_i = y(\omega_i, X) - y_d(\omega_i) \qquad (i = 1,2,\ldots,m) \tag{9.26}$$

Pentru obţinerea relaţiei de iteraţie, este necesar să se cunoască gradientul şi matricea Hess a funcţiei $f(X)$.

Diferenţiind relaţia (9.26) rezultă :

$$\underset{\sim}{\nabla} f(\underline{X}) = \frac{d}{d\underline{X}} (\underline{Z}^T)\underline{Z} + \underline{Z}^T \left(\frac{d}{d\underline{X}} \underline{Z} \right) = 2 \underset{\sim}{\nabla} \underline{Z}^T \underline{Z} = 2 \underset{\sim}{J} \underline{Z} \tag{9.27}$$

Matricea $\underset{\sim}{J}$ este denumită matricea Jacobi de dimensiuni $(m \times n)$ este :

$$\underset{\sim}{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Z_1}{\partial x_1} & \frac{\partial Z_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial Z_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial Z_2}{x_1} & \frac{\partial Z_2}{x_2} & \cdots & \frac{\partial Z_2}{x_n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{\partial Z_m}{\partial x_1} & \frac{\partial Z_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial Z_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \tag{9.28}$$

Diferenţiind încă odată relaţia (9.27) rezultă :

$$\underset{\sim}{H}_k = 2 \underset{\sim}{J}^T \underset{\sim}{J} + 2 \left(\frac{d}{d\underline{X}} \underset{\sim}{J}^T \right) \underline{Z} \tag{9.29}$$

Termenul al doilea al relaţiei (9.29) se poate neglija deoarece conţine factorul Z, ale cărui componente în jurul soluţiei aproximaţiei trebuie

să fie foarte mici. În acest caz din relaţia (9.29) se deduce :

$$\underset{\sim}{H}_k = 2\underset{\sim}{J}^T\underset{\sim}{J} \tag{9.30}$$

şi în baza relaţiei de iteraţie :

$$\underline{X}_{k+1} = \underline{X}_k - (\underset{\sim}{J}^T\underset{\sim}{J})^{-1}\underset{\sim}{J}^T\underline{Z} \tag{9.31}$$

Pentru a se economisi calculul în practică nu se inversează matricea $\underset{\sim}{J}^T\underset{\sim}{J}$, ci se rezolvă sistemul linear de ecuaţii :

$$\underset{\sim}{J}^T\underset{\sim}{J}\ \underline{P}_k = -\underset{\sim}{J}^T\underline{Z} \tag{9.32}$$

cu ajutorul algoritmului Gauss, rezolvînd în raport cu factorul de corecţie :

$$\underline{P}_k = \underline{X}_{k+1} - \underline{X}_k$$

Sistemul de ecuaţii (9.32) este de forma :

$$\underset{\sim}{Q}\,\underline{P}_k = \underline{R} \tag{9.33}$$

În cazul $m \leqq n$, adică dacă numărul punctelor de interpelare (9.32) este mai mare decît al parametrilor sistemul (9.32) este nesingular şi poate fi rezolvat în raport cu vectorul de corecţie $\underline{P}_k$. Se presupune că $\underset{\sim}{J}$ este de rang n.

Relaţia formală de iteraţie este în acest caz (9.31).

În cazul în care $m < n$ sistemul de ecuaţii (9.32) este singular. În acest caz se foloseşte transformarea de variabilă :

$$\underline{P}_k = \underset{\sim}{J}^T{}_k\underline{\tilde{P}}_k$$

Relaţia (9.31) prin multiplicarea suplimentară la stînga cu $(\underset{\sim}{J}\underset{\sim}{J})^{T-1}\underset{\sim}{J}$ se transformă în sistemul nesingular :

$$\underset{\sim}{J}\underset{\sim}{J}^T\underline{\tilde{P}}_k = -Z$$

Relaţia formală de iteraţie în acest caz este :

$$X_{k+1} = \underline{X}_k - \underset{\sim}{J}^T(\underset{\sim}{J}\underset{\sim}{J}^T)^{-1}\underline{Z} \tag{9.34}$$

În concluzie algoritmul Gauss—Newton rezultă :

1. Se dă X_0. Se pune $k = 0$.
2. Se construieşte sistemul linear de ecuaţii :

$$(\underset{\sim}{J}^T\underset{\sim}{J})\underline{P}_k = -\underset{\sim}{J}^T\underline{Z} \quad \text{pentru} \quad m \geqq n \quad \text{sau}$$

$$(\underset{\sim}{J}\underset{\sim}{J}^T)\underline{P}_k = -\underline{Z} \quad \text{pentru} \quad m < n$$

calculînd componentele $q_{\mu\nu}$, ale coeficienţilor matricei :

$$\underset{\sim}{Q} = \underset{\sim}{J}^T\underset{\sim}{J} \quad \text{respectiv} \quad \underset{\sim}{Q} = \underset{\sim}{J}\underset{\sim}{J}^T$$

Scanned with OKEN Scanner

și componentele r_μ ale părții drepte $\underline{R} = -\underline{J}^T\underline{Z}$ respectiv $\underline{R} = -\underline{Z}$, respectiv :

$$q_{\mu\nu} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial y(\omega_i, \underline{x}_k)}{\partial x_\mu} \cdot \frac{y(\omega_i, \underline{x}_k)}{\partial x_\nu} \quad \text{respectiv ;}$$

$$q_{\mu\nu} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial y(\omega_\mu, \underline{x}_k)}{\partial x_i} \frac{\partial y(\omega_\nu, \underline{x}_k)}{\partial x_i}$$

$$r_\mu = -\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial y(\omega_i, \underline{x}_k)}{\partial x_\mu} [y(\omega_i, \underline{x}_k) - y_d(\omega_i)] \text{ respectiv :}$$

$$r_\mu = [-y(\omega_\mu, \underline{x}_k) - y_d(\omega_\mu)]$$

($\mu, \nu = 1,2,\ldots,n$) respectiv : ($\mu, \nu = 1,2,\ldots,m$)

3) Sistemul de ecuații se rezolvă cu ajutorul algoritmului lui Gauss în raport cu P_k respectiv $\widetilde{P}_k$. Pentru $m < n$ se calculează $\widetilde{P}_k = \underline{J}^T\underline{P}_k$ în baza relației

$$\underline{P}_{k,\mu} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial y(\omega_i, \underline{X}_k)}{\partial x_\mu} \widetilde{P}_{k,i} \quad (k, \mu = 1,2,\ldots,n)$$

4) Se înlocuiește $\underline{X}_{k+1} = \underline{X}_k + \underline{P}_k$

5) Se înlocuiește $k = k + 1$.

Se continuă cu punctul 2, pînă ce criteriul de întrerupere este îndeplinit.

Rezultă din cele de mai sus că acest procedeu conduce la soluția exactă X^k, printr-o singură rezolvare a sistemului 9.31, dacă funcția $y(\omega, X)$ este liniară în raport cu $X_i (i = 1,2,\ldots,n)$.

Procedeul Remez

Procedeul Remez servește în special pentru rezolvarea problemelor numerice în cazul aproximării Cebîșev. Funcția de minimizat, în acest caz este :

$$f(X) = \text{Max}[w(\omega)\ y(\omega, X) - y_d(\omega)] \tag{9.35}$$

unde $X^T = (x_1 x_2, \ldots, x_n)$ și Min $f(X) = \delta$

Se pornește de la presupunerea că se cunoaște o soluție aproximativă, care îndeplinește condițiile denumite „condiția de alternanță".

Această condiție impune ca funcția ponderată de eroare $w(\omega)[y(\omega), \underline{X}) - y_d(\omega)]$ în intervalul de aproximare $a \leqq \omega \leqq b$, posedă cel puțin $n+1$ extreme alternante, dacă numărul variabilelor este n. Dacă există mai multe extreme $n + 1$, se aleg dintre acestea $n+1$ care prezintă cele mai mari valori absolute.

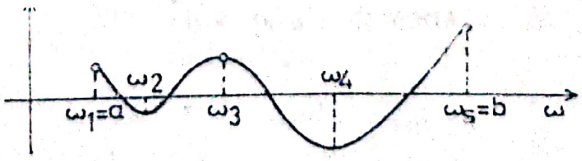


Fig. 9.3. Variația tipică a funcției eroare ($n=4$).

În fig. 9.3 se arată un exemplu de funcție eroare, pentru o problemă de aproximare cu $n = 4$ variabile, care îndeplinește condițiile de alternanță.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă problema considerată are o soluție în sens Cebișev, se poate găsi o soluție aproximativă, care să îndeplinească condiția de alternanță, fie prin interpolare, fie prin procedeul de eroare minimă pătratică.

Algoritmul Remez permite minimizarea treptată a valorilor maxime ale funcției eroare, în care se cere :

$$w(\omega)[y(\omega_j, X) - y_d(\omega_j)] = -(-1)^j\delta \tag{9.36}$$

$(j = 1,2,\ldots,n+1)$

Relația (9.36) este în general un sistem de $n+1$ ecuații nelineare, pentru determinarea necunoscutelor $x_1, x_2,\ldots,x_n$ și valorile ω_j sînt valorile extreme ale funcției eroare.

Printr-o soluție iterativă a ecuațiilor, pornind de la o soluție $\underline{X}_0$, cu valori extreme $\omega_{j,0}$, se dezvoltă funcția aproximativă $y(\omega, \underline{X})$ în punctul $\underline{X}_k$, în serie Taylor, unde valorile $\omega_{j,k}$ sînt presupuse constante :

$$y(\omega_{j,k}, x_{k+1}) = y(\omega_{j,k}, x_k) + \sum_{\nu=1}^{n} \frac{y(\omega_{j,k}, x_k)}{\partial x_\nu} \Delta x_{\nu,k} \tag{9.37}$$

Dacă se înlocuiește (9.37) în (9.36) rezultă :

$$\sum_{\nu=1}^{n} \frac{y(\omega_{j,k}, k_k)}{\partial x_\nu} \Delta x_{\nu,k} + \frac{(-1)^j \delta_{k+1}}{w(\omega_{j,k})} = -y(\omega_{j,k}, x_k) - y_d(\omega_{j,k}) \tag{9.38}$$

Dacă se rezolvă sistemul (9.38) în raport cu ΔX_k și δ_{k+1} se obține o soluție îmbunătățită a vectorului soluție :

$$X_{k+1} = X_k + \Delta X_k \tag{9.39}$$

Acum se calculează din nou extremele reale $\omega_{j,k+1}(j = 1,2,\ldots,n+1)$ și se continuă procedeul iterativ, pînă cînd corecția devine neglijabilă adică

$$\delta_{k+1} - \delta_k < \varepsilon$$

unde : $\varepsilon > 0$ (de ex. $\varepsilon = 10^{-3}$).

Algoritmul în anumite condiții converge patratic.

Scanned with OKEN Scanner

10. Corectori de timp de propagare de grup

10.1. GENERALITĂȚI

Un sistem linear de transmisiuni funcționează fără distorsiuni, dacă în banda de frecvență utilă :

a) atenuarea este constantă ;

b) faza este proporțională cu frecvența sau timpul de propagare de grup este constant.

Aceste două condiții nu pot fi îndeplinite oricît de bine dorim de către rețelele de fază minimă. Din acest motiv distorsiunile de atenuare se corectează cu ajutorul filtrelor și apoi acestea se conectează în cascadă cu un circuit trece tot, circuit care nu este de fază minimă și corectează distorsiunile de timp de propagare de grup (fig. 10.1).

Există și posibilitatea proiectării unor filtre pentru care se prescriu, simultan condiții atît pentru atenuare cît și pentru fază. Schemele care se obțin nu sînt însă suficient de flexibile pentru a fi utilizate în joasă, medie sau înaltă frecvență. Din acest motiv în cea mai mare parte a cazurilor se preferă proiectarea separată a filtrelor și corectorilor. Mai mult, după ce se realizează practic filtrul și corectorul de timp de propagare de grup, care corectează distorsiunile de fază, (de exemplu în cazul frecvențelor intermediare 70 și 140 MHz, rezultă în banda de trecere distorsiuni ale caracteristicii de amplitudine frecvență, distorsiuni care așa după cum se arată în fig. 10.1 se corectează cu ajutorul unor circuite corectoare de amplitudine (Cap. 11).

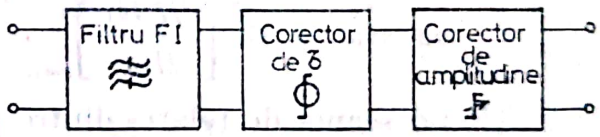


Fig. 10.1. Lanț format din filtru și corectoare.

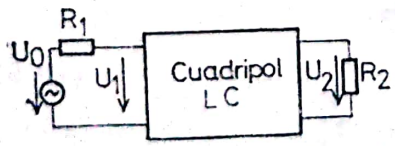


Fig. 10.2. Cuadripol LC închis între două terminații.

Fie un cuadripol LC închis între două sarcini rezistive fig. 10.2.

Relația dintre puterea P_2 care se disipă pe rezistența de sarcină R_2 și puterea P_{max} care poate fi cedată de generator este prin definiție.

$$H^2 = \frac{P_{max}}{P_2} \quad \text{unde} \quad P_{max} = \frac{(U_0/2)^2}{R_1}$$

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2}$$

și H este funcția de transmisie.

10.2. FAZA ȘI TIMPUL DE PROPAGARE DE GRUP

Relația dintre funcția de transmisie $H(s)$, atenuarea a și faza b este :

$$\ln |H(j\omega)| = a + jb \tag{10.1}$$

Timpul de propagare de grup τ se definește ca : $\tau = \frac{db}{d\omega}$

Diferențiind în raport cu ω, relația (10.1) se obține :

$$\frac{da(\omega)}{d\omega} + j\frac{db(\omega)}{d\omega} = \frac{d}{d\omega}|\ln H(j\omega)| = j\frac{d}{d(j\omega)}|\ln H(j\omega)| =$$

$$= j\frac{d}{ds}\,[\ln H(s)]_{s=j\omega} \tag{10.2}$$

Identificînd termenii din membrul stîng și drept al relației (10.2) se obține :

$$-j\frac{da(\omega)}{d\omega} + \tau(\omega) = \frac{d}{ds}\ln H(s)\Big|_{s=j\omega} = \frac{H'(s)}{H(s)}\Big|_{s=j\omega} \tag{10.3}$$

unde $H'(s)$ înseamnă derivata lui $H(s)$ în raport cu s

$$\frac{da(\omega)}{d\omega} = -\operatorname{Im}\frac{H'(s)}{H(s)}\Big|_{s=j\omega} = -\operatorname{Im}\left[\frac{d}{ds}\ln H(s)\right]_{s=j\omega}$$

$$\text{iar } \tau(\omega) = \operatorname{Re}\left[\frac{H'(s)}{H(s)}\right]_{s=j\omega} = \operatorname{Re}\left[\frac{d}{ds}\ln H(s)\right]_{s=j\omega} \tag{10.4}$$

Ținînd seama de relația dintre partea reală și partea pară (Ev„ ") rezultă :

$$\tau(\omega) = \operatorname{Ev}\left[\frac{H'(s)}{H(s)}\right]_{s=j\omega} = \frac{1}{2}\left[\frac{H'(s)}{H(s)} + \frac{H'(-s)}{H(-s)}\right]_{s=j\omega} \tag{10.5}$$

Notînd cu H_e respectiv H_0 partea pară și impară a funcției $H(s)$ adică :

$$H_e(s) = \frac{H(s) + H(-s)}{2}$$

$$H_0(s) = \frac{H(s) - H(-s)}{2} \tag{10.6}$$

și ținînd seama că $H(s) = \frac{E(s)}{G(s)}$

unde $G(s)$ este în cazul filtrelor LC un polinom fie par, fie impar rezultă :

$$\tau(\omega) = \operatorname{Ev}\left[\frac{E'(s)}{E(s)} - \frac{G'(s)}{G(s)}\right]_{s=j\omega} = \operatorname{Ev}\left[\frac{E'(s)}{E(s)}\right]_{s=j\omega} \tag{10.7}$$

Scanned with OKEN Scanner

Relația (10.7) este valabilă numai în cazul cuadripolilor reactivi, în care $G(s)$ este un polinom par sau impar și deci raportul $\frac{G'(s)}{G(s)}$ este o funcție impară deoarece dacă $G(s)$ este polinom par $G'(s)$ este impar și invers dacă $G(s)$ este impar $G'(s)$ este par.

Prin prelungire analitică se poate scrie :

$$\tau(s) = \mathrm{Ev}\left[\frac{H'(s)}{H(s)}\right] = \mathrm{Ev}\left[\frac{E'(s)}{E(s)}\right] \tag{10.8}$$

funcție care pentru $s = j\omega$ reprezintă timpul de propagare de grup.

$$\text{Dacă } E(s) = \prod_{i=1}^{k}(s - \sigma_i) \prod_{i=1}^{l}(s^2 - 2\alpha_i s + \gamma_i^2) \tag{10.9}$$

se ține seama că $\frac{E'(s)}{E(s)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}[\ln E(s)]$ și de relația (10.9) rezultă :

$$\frac{E'(s)}{E(s)} = \sum_{i=1}^{k}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\ln(s - \sigma_i) + \sum_{i=1}^{l}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\ln(s^2 - 2\alpha_i s + \gamma_i^2) =$$

$$= \sum_{i=1}^{k}\frac{1}{s - \gamma_i} + 2\sum_{i=1}^{l}\frac{s - \alpha_i}{s^2 - 2\alpha_i s + \gamma_i^2}$$

$$\mathrm{Ev}\left[\frac{E'(s)}{E(s)}\right] = \sum_{i=1}^{k}\frac{\sigma}{s^2 - \sigma_i^2} + \sum_{i=1}^{l}\frac{2\alpha_i(s^2 - \gamma_i^2)}{(s^2 + \gamma_i^2) - 4\alpha_i^2 s^2}$$

În baza relației (10.7)

$$\tau(\omega) = \mathrm{Ev}\frac{E'(s)}{E(s)}\bigg|_{s=j\omega} = -\sum_{i=1}^{k}\frac{\sigma_i}{\omega^2 + \sigma_i^2} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{l}\frac{2\alpha_i(\gamma_i^2 + \omega^2)}{(\gamma_i^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha_i^2\omega^2} \tag{10.10}$$

Dacă funcția de transmisie este scrisă sub formă de produs de factori

$$H(s) = \sum_{k=1}^{n} H_k(s) \quad \text{atunci}$$

$$\tau(\omega) = \mathrm{Re}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\ln\prod_{k=1}^{n}H_k(s)\right] = \mathrm{Re}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}H_k(s)\right] = \sum_{k=1}^{n}\tau_k(s) \tag{10.11}$$

În cazul general dacă s_{0i} sînt rădăcinile polinomului $E(s)$ și $s_{\infty i}$ ale lui $G(s)$, atunci :

$$H(s) = C\,\frac{\prod_{i=1}^{n}(s - s_{0i})}{\prod_{j=1}^{n}(s - s_{\infty j})} \tag{10.12}$$

Scanned with OKEN Scanner

şi

$$\tau(\omega) = \mathrm{Re}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\ln E(s) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\ln G(s)\right]_{s=\mathrm{j}\omega} =$$

$$= \mathrm{Re}\left[\frac{E'(s)}{E(s)} - \frac{G'(s)}{G(s)}\right]_{s=\mathrm{j}\omega} = \mathrm{Re}\left[\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{s-s_{0i}} - \sum_{j\neq 1}^{l}\frac{1}{s-s_{0j}}\right]_{s=\mathrm{j}\omega} \tag{10.13}$$

iar prin prelungire analitică

$$\tau(s) = \mathrm{Ev}\left[\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{s-s_{0i}} - \sum_{j=1}^{l}\frac{1}{s-s_{\infty j}}\right] \tag{10.14}$$

Cu notaţiile introduse faza $b(\omega)$ este dată de relaţia :

$$b(\omega) = \mathrm{arctg}\left[\frac{H_0(s)/\mathrm{j}}{H_0(s)}\right]_{s=\mathrm{j}\omega} = \frac{1}{\mathrm{j}}\,\mathrm{arth}\,\frac{H_0(\mathrm{j}\omega)}{H_e(\mathrm{j}\omega)} \tag{10.15}$$

10.3. FUNCŢII TRECE TOT

10.3.1. Funcţia de transmisie a circuitelor trece tot

Definiţie : Un circuit trece tot este un cuadripol a cărui valoare absolută a funcţiei de transmisie $H(\mathrm{j}\omega)$ este o constantă reală. Un astfel de circuit are o atenuare constantă şi o fază dependentă de frecvenţă. Fie $f(s)$ un polinom Hurwitz :

$$f(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots a_n s^n \tag{10.16}$$

Valoarea complex conjugată a acestuia este

$$\overline{f(s)} = a + a_1\bar{s} + a_2 s^{-2} + \ldots a_n s^{-n} = f(\bar{s})$$

Pentru $s \neq \mathrm{j}\omega$ rezultă :

$$\overline{f(\mathrm{j}\omega)} = f(\overline{\mathrm{j}\omega}) = f(-\mathrm{j}\omega) \tag{10.17}$$

sau .

$$\overline{f(s)} = f(-s) \quad (s = \mathrm{j}\omega)$$

Fie

$$H = k\frac{f(-s)}{f(s)} \quad (k \text{ reală}) \tag{10.18}$$

unde $f(s)$ este un polinom Hurwitz.

Ţinînd seama de (10.17) se obţine :

$$|H| = |k|\frac{|f(-\mathrm{j}\omega)|}{|f(\mathrm{j}\omega)|} = |k|\frac{|\overline{f(\mathrm{j}\omega)}|}{|f(\mathrm{j}\omega)|} = |k| \tag{10.19}$$

deoarece două mărimi complex conjugate au aceeaşi valoare absolută.

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece funcţia raţională H definită de relaţia (10.18) este funcţia de transmisie a unui circuit fizic realizabil şi valoarea sa absolută pe axa $s = j\omega$, este o constantă, rezultă că aceasta este funcţia de transmisie a unui circuit trece tot. Deci orice funcţie de transmisie de forma (10.18) este funcţie de transmisie a unui circuit trece tot.

Rezultă concluzia :

Pentru o ca funcţie $F(s)$, de variabilă complexă s să reprezinte funcţia de transmisie a unui circuit trece tot, este necesar şi suficient ca $H(s)$ să fie o funcţie raţională de forma :

$$H(s) = k\frac{f(-s)}{f(s)} \quad (k = \text{constantă})$$

unde $f(s)$ este un polinom Hurwitz.

10.3.2. Timpul de propagare de grup al circuitelor trece tot

Deoarece atenuarea unui cicuit trece tot este constantă rezultă că faza şi derivata acesteia constituie funcţia care prezintă interes.

Logaritmînd funcţia de transmisie a unui circuit trece tot

$$\ln H = \ln |H| + j \arg H = \ln k + \ln f(-s) - \ln f(s) \qquad (10.20)$$

Diferenţiind în raport cu s :

$$\frac{d}{ds}\ln H = \frac{1}{j}\left(\frac{\partial}{\partial\omega}\ln H + j\frac{\partial}{\partial\omega}\arg H\right) = -\left(\frac{f'(s)}{f(s)} + \frac{f'(-s)}{f(-s)}\right) \qquad (10.21)$$

Derivata $f'(-s)$ se priveşte ca

$$f'(-s) = f'(z)|_{z=-s}$$

Deoarece prin definiţie H este constant pe axa imaginară şi relaţia (10.21) se reduce la :

$$\frac{d}{d\omega}\arg H = \frac{d\varphi}{d\omega} = -\left[\frac{f'(s)}{f(s)} + \frac{f'(-s)}{f(-s)}\right] \quad (s = j\omega) \qquad (10.22)$$

Pentru a nu opera cu funcţii negative se înlocuieşte $-\varphi = b$ şi deci :

$$-\frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{db}{d\omega} = \tau \qquad (10.23)$$

unde τ este timpul de propagare de grup.

Dacă se utilizează scrierea sub forma generală a funcţiei de transmisie [1], respectiv :

$$H(s) = \frac{E(s)}{G(s)} = \frac{E_a(s)}{E_a(-s)} = \frac{[E_a(s)]^2}{E_a(s)E_a(-s)} \qquad (10.24)$$

unde $E(s) = [E_a(s)]^2$

relaţia 10.8 devine : $H(s) = 2\ \text{Ev}\left[\frac{[E'_a(s)}{E_a(s)}\right]$ (10.25)

Scanned with OKEN Scanner

Circuitul trece tot corespunzător unui polinom Hurwitz de gradul n se denumește circuit trece tot de ordinul n. Deoarece polinomul Hurwitz de gradul n se poate descompune în factori de gradul unu și gradul doi în s, rezultă posibilitatea realizării fizice a unui cuadripol trece tot prin conectarea în cascadă a circuitelor trece tot de ordinul unu și ordinul doi.

Termenii corespunzători ai celulelor elementare trece tot sînt :

Circuit trece tot de ordinul unu : $a_0 + s\,;\ a_0 > 0$

Circuit trece tot de ordinul doi : $a_0 + a_1 s + s^2\,;\ a_0 > 0,\ a_1 > 0$ (10.26)

10.3.3. Faza circuitelor trece tot

Un polinom Hurwitz se poate descompune într-o parte pară G și una impară U :

$$f(s) = G(s) + U(s) \tag{10.27}$$

Rezultă :

$$f(-s) = G(s) - U(s)$$

Pentru funcția de transmisie a unui circuit trece tot se obține :

$$H(s) = k\frac{f(-s)}{f(s)} = k\frac{1 - \dfrac{U(s)}{G(s)}}{1 + \dfrac{U(s)}{G(s)}} \quad (k \text{ real}) \tag{10.28}$$

Pentru $s = \mathrm{j}$ rezultă :

$$\arg H(\mathrm{j}\omega) = \arg k - 2 \operatorname{arc\,tg}\left[\frac{1}{j}\frac{U(\mathrm{j}\omega)}{G(\mathrm{j}\omega)}\right] \tag{10.29}$$

În cazul circuitelor de tip trece tot după cum rezultă din relația (10.19), valoarea absolută a funcției de transfer în funcție de frecvență trebuie să fie o constantă. Această condiție va fi satisfăcută dacă zerourile sînt imaginile în raport cu axa j a polilor funcției. În fig. 10.3 se ilustrează dispunerea pol-zerourilor a funcțiilor trece tot de ordinul 1 și doi.

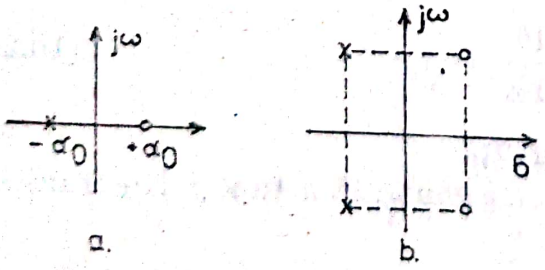


Fig. 10.3. Dispunerea pol-zerourilor funcției de transfer trece tot : *a*) de ordinul unu ; *b*) de ordinul doi.

Funcția trece tot de ordinul unu

Din fig. 10.3*a* se observă că distanța dintre pol-zerourile reale este $2\alpha_0$. Funcția de transfer de ordinul unu este

$$H(s) = \frac{s - \alpha_0}{s + \alpha_0} \tag{10.30}$$

Scanned with OKEN Scanner

Valoarea absolută a funcției $T(s)$ rezultă :

$$|H(s)| = \frac{|s - \alpha_0|}{|s + \alpha_0|} = \frac{\sqrt{\alpha_0^2 + \omega^2}}{\sqrt{\alpha_0^2 + \omega^2}} = 1 \quad (s = j\omega') \tag{10.31}$$

Deci funcția este de tip trece tot și are valoarea absolută egală cu unu la toate frecvențele.

Defazarea este dată de relația

$$\varphi(\omega) = -2 \text{ arc tg} \frac{\omega}{\alpha_0} \tag{10.32}$$

unde $\varphi(\omega)$ este exprimată în radiani.

Dependența lui $\varphi(\omega)$ din relația (10.32) în funcție de frecvență este ilustrată în fig. 10.4.

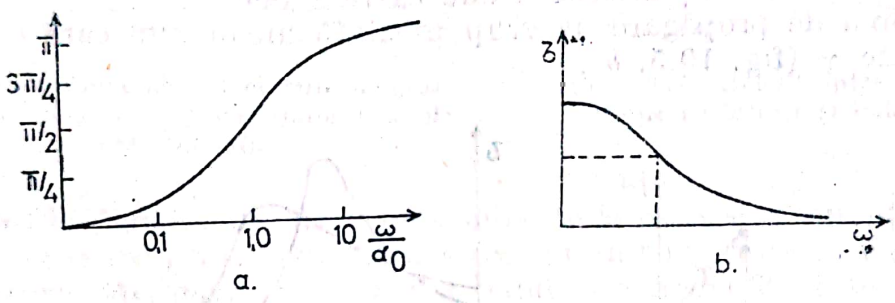


Fig. 10.4. *a*) Timpul de propagare al funcției trece tot de ordinul unu ; *b*) Defazarea.

Timpul de propagare de grup s-a definit astfel încît să exprime neuniformitatea de propagare, respectiv ca derivata fazei în funcție de frecvență :

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = \frac{2\alpha_0}{\alpha_0^2 + \omega^2} \tag{10.33}$$

În fig. 10.4*b* se arată curbele care indică dependența de frecvență a funcției $\tau(\omega)$ dată în relația (10.33) pentru două valori caracteristice ale lui α_0.

Funcția trece tot de gradul doi

Funcția de transfer de ordinul doi este de forma

$$H(s) = \frac{s^2 + 2\alpha s + \gamma^2}{s^2 - 2\alpha s + \gamma^2} \tag{10.34}$$

unde α, β și γ sînt parametrii ilustrați în fig. 10.5, iar

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

Valoarea absolută a funcției $H(s)$ este :

$$|H(s)|^2 = \frac{(\gamma^2 - \omega^2) + 4\alpha^2}{(\gamma - \omega^2) + 4\alpha^2} = 1 \tag{10.35}$$

deci o funcție trece tot.

Defazarea în radiani este dată de relația :

$$b(\omega) = 2 \operatorname{arctg} \frac{2\alpha\omega}{\gamma^2 - \omega^2} \tag{10.36}$$

iar timpul de propagare de grup :

$$\tau = \frac{4\alpha(\gamma^2 + \omega^2)}{(\gamma^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} \tag{10.37}$$

Parametrii funcțiilor de fază și de timp de propagare de grup ai funcției trece tot de ordinul unu sînt simplu de utilizat deoarece aceasta este funcție de un singur parametru α_0.

Funcția de ordinul doi, depinde de doi parametri respectivi α și β.

Defazarea unei funcții trece tot de ordinul doi este $-180°$ la frecvența $\omega = \gamma$. În curent continuu defazarea este zero, iar la frecvențe mult mai mari decît γ aceasta tinde către $-360°$.

Timpul de propagare de grup prezintă un maxim care este foarte aproape de γ (fig. 10.5, *b*).

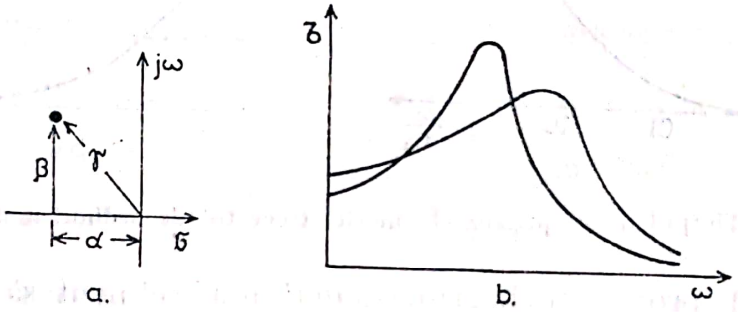


Fig. 10.5 *a*) Zeroul funcției de transmisie de ordinul doi ; *b*) Timpul de propagare de grup al funcției trece tot de ordinul doi.

10.4. CORECTORI DE TIMP DE PROPAGARE DE GRUP

Problema care intervine în practică și care se rezolvă cu ajutorul corectorilor de timp de propagare de grup este următoarea :

Să presupunem că fie prin calcul, fie experimental, s-a reușit să se determine variația timpului de propagare de grup în funcție de frecvență a unui sistem oarecare (fig. 10.6, curba *A*).

Este necesar să se determine un cuadripol de tip trece tot (care să nu modifice proprietățile de atenuare ale sistemului inițial), care să posede o funcție de timp de propagare de grup astfel încît conectînd în cascadă sistemul inițial și cuadripolul corector, să se aibă o variație a timpului de propagare (într-o bandă de frecvență dorită cuprinsă între ω_1 și ω_2) de valoarea specificată anterior.

Dacă curba *B* (fig. 10.6), reprezintă variația timpului de propagare a cuadripolului corector, atunci rezultanta este ilustrată prin curba *B* (fig. 10.6).

Determinarea funcției de transmisie a unui corector de timp de propagare de grup se reduce la o problemă de aproximare respectiv trebuie determinată funcția corespunzătoare $\tau(\omega)$, care să aproximeze o

Scanned with OKEN Scanner

curbă empirică stabilită printr-un procedeu oarecare și care să corespundă condițiilor de realizabilitate.

Corectorii de timp de propagare de grup, sînt în general constituiți din filtre trece tot adică cuadripoli, a căror atenuare este constantă și egală cu zero, iar defazarea variază în funcție de frecvență.

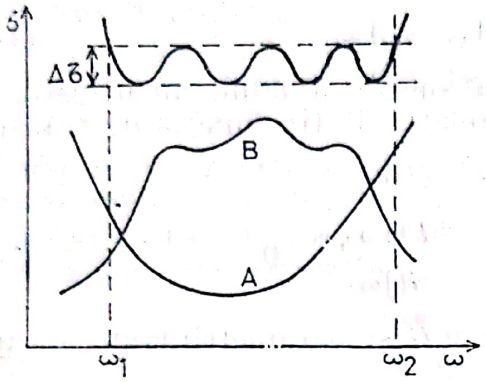


Fig. 10.6. Corectarea unei curbe de propagare de grup (A) cu ajutorul unui corector (B).

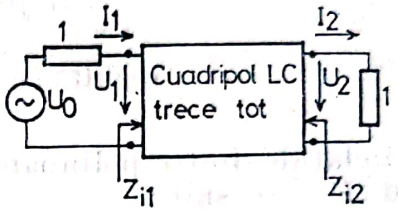


Fig. 10.7. Relații între mărimile de intrare și ieșire.

Relațiile dintre curenții și tensiunile de la intrare și curenții și tensiunile de la ieșire pentru un filtru trece tot sînt ilustrate în fig. 10.7.

Deoarece atenuarea în întreaga bandă de frecvență este egală cu zero, impedanțele de intrare și ieșire (Z_{i1} și Z_{i2}) trebuie să fie constante și egale cu impedanțele de închidere adică coeficienții de reflexie din primar și secundar să fie egali cu zero.

Rezultă că circuitul care satisface aceste condiții trebuie să fie cuadripol reactiv adaptat, și că energia de la intrare se transmite la ieșire prin cel puțin două căi. Cuadripolii sînt electric simetrici și rezistențele de închidere din primar și secundar sînt egale.

Deoarece modulul funcției de transmisie $H(s)$ a circuitelor trece tot pentru $s = j\omega$, trebuie să fie constant și egal cu unu ($\ln |H| = 0$) aceasta se poate scrie ca raportul a două polinoame reale, unul fiind complexul conjugat al celuilalt. Polinomul de la numitorul unui circuit reactiv trebuie să fie par sau impar (în cazul de față par, căci altfel ar trebui pentru $\omega = 0$ să aibă un pol de atenuare) și numărătorul trebuie să fie un polinom Hurwitz. Se obține pentru funcția de transmisie:

$$H(s) = \frac{E(s)}{E(-s)} = \frac{E^2(s)}{E(s)E(-s)} \qquad (s = \sigma + j\omega) \qquad (10.38)$$

Funcția $H(s)$ este de gradul n (gradul numărătorului este egal cu gradul numitorului și cu al matricei $[A]$ și cele $\frac{n}{2}$ singularități ale polinomului $E(s)$ sînt dispuse în semiplanul stîng).

În baza relațiilor de definiție (10.1 și 10.2) se obține pentru atenuarea a și faza b

$$a(\omega) = \ln |H(j\omega)| = 0$$
$$b(\omega) = \text{arc } H(j\omega) \qquad (10.39)$$

Din condiţiile impuse impedanţelor de intrare :

$$Z_{i_1} = \frac{A_{11} + A_{12}}{A_{21} + A_{22}} = Z_{i_2} = \frac{A_{22} + A_{12}}{A_{21} + A_{12}} = 1 \qquad (10.40)$$

rezultă că :

$$A_{11} = A_{22}\,; \quad A_{12} = A_{21} \qquad (10.41)$$

adică cuadripolul este şi simetric şi antimetric (dualul său însuşi).

Deoarece $H(j\omega) = 1$ rezultă din relaţia dintre funcţia de transmisie

$$|H(j\omega)|^2 = 1 + K(j\omega)^2$$

$$\text{rezultă că } K(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{G(j\omega)} = 0 \qquad (10.42)$$

Relaţiile dintre polinoamele E, F şi G şi parametrii lanţ [1 cap. 5] pentru $F = 0$, sînt :

$$A = \begin{bmatrix} E_e & E_0 \\ E_0 & E_e \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{G} \qquad (10.43)$$

Ţinînd seama că (10.38) :

$$H(s) = \frac{E(s)}{G(s)} = \frac{E^2(s)}{E(s)E(-s)}$$

rezultă pentru parametrii lanţ :

$$A_{11} = \frac{\mathrm{Ev}[E^2(s)]}{E(s)E(-s)} \quad \text{şi} \quad A_{12} = \frac{\mathrm{Od}[E^2(s)]}{E(s)E(-s)} \qquad (10.44)$$

unde Ev $[E^2]$ şi Od $[E^2]$ sînt părţile pare şi respectiv impare ale polinomului $|E^2(s)|$.

Din relaţia (10.1) rezultă : $H(s) = e^{a+jb} = \dfrac{E(s)}{E(-s)}$

$$\text{deoarece } e^a \equiv 1 \text{ rezultă că : } e^{jb} = \frac{E(s)}{E(-s)} \qquad (10.45)$$

$$\text{de unde : } j\ \mathrm{tg}\frac{b}{2} = \frac{E(s) - E(-s)}{E(s) + E(-s)} \qquad (10.46)$$

sau :

$$b(\omega) = 2\ \mathrm{arc}\ E(j\omega) = 2\ \mathrm{arctg}\ \frac{\mathrm{Od}[E(j\omega)]}{j\mathrm{Ev}[E(j\omega)]} \qquad (10.47)$$

Raportul dintre partea impară şi partea pară a unui polinom Hurwitz, reprezintă o funcţie reactanţă care se poate defini ca :

$$X(s) = \frac{\mathrm{Ev}[E(s)]}{\mathrm{Od}[E(s)]} \qquad (10.48)$$

$\left(\text{fiind de grad } \dfrac{n}{2}\right)$.

Scanned with OKEN Scanner

Din (10.47) și (10.48) se obține :

$$b(\omega) = 2 \text{ arctg } \frac{1}{J} X(j\omega) = 2 \text{ arctg } x(\omega) \tag{10.49}$$

Timpul de propagare de grup se definește ca derivata faz ei în funcție de frecvență respectiv :

$$\tau(\omega) = \frac{db(\omega)}{d(\omega)} = \frac{d}{d\omega} 2 \text{ arctg } x(\omega) = \frac{2}{1 + x^2(\omega)} \frac{dx(\omega)}{d\omega} \tag{10.50}$$

Dacă se integrează relația (10.50) se obține suprafața închisă de funcția reprezentată în funcția de frecvență și axa frecvențelor pozitive care depinde numai de gradul n al funcției de transmisie definită și nu de dependența acesteia, respectiv :

$$F = \int_{\omega=0}^{\omega=\infty} \tau(\omega) d\omega = n \frac{\pi}{2} \tag{10.51}$$

10.5. CELULE ELEMENTARE

Polinomul $E(s)$ poate fi scris sub forma generală :

$$E(s) = \prod_{i=1}^{p} (s + \alpha_i) \prod_{k=1}^{r} (s^2 + 2\alpha_k s + \gamma_k^2) \tag{10.52}$$

unde α_i, α_k și γ_k sînt constante real pozitive și $\alpha_k < \gamma_k$.

Rezultă că funcția de transmisie este de forma :

$$H(s) = \prod_{i=1}^{p} \frac{s + \alpha_i}{-s + \alpha_i} \prod_{k=1}^{r} \frac{(s^2 + 2\alpha_k s + \gamma_k^2)}{(s^2 - 2\alpha_k s + \gamma_k^2)} \tag{10.53}$$

$$p + 2r = \frac{n}{2}$$

cu zerourile reale $s_{0i} = -\alpha_i$ și zerouri complex-conjugate

$$s_{0k} = -\alpha_k + j\beta_k ; \quad \gamma_k^2 = \alpha_k^2 + \beta_k^2$$

Distribuția zerourilor și polilor funcției $H(s)$ este ilustrată în fig. 10.8.

Ținînd seama că aceste circuite corectoare se realizează prin filtre trece tot adaptate la ambele capete, fiecare factor al produsului din relația (10.53) se poate realiza prin celule elementare.

Din această cauză este indicat să se examineze mai îndeaproape proprietățile și realizabilitatea unor astfel de celule elementare.

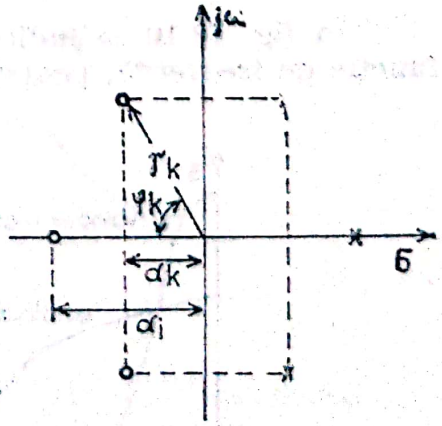


Fig. 10.8. Pol (x) zerourile (0) funcției $H(s)$.

Ținînd seama de relațiile (10.47), (10.49) și (10.53) se obține pentru fază :

$$b(\omega) = 2\sum_{i=1}^{p} \operatorname{arctg}\frac{\omega}{\alpha_i} + 2\sum_{k=1}^{r} \operatorname{arctg}\frac{2\alpha_k}{\gamma_k^2 - \omega^2} \qquad (10.54)$$

Celule elementare cu de gradul $n = 2$

Funcția de transmisie, a unei celule elementare de gradul 2 este de forma :

$$H(s) = \frac{E_a(s)}{E_a(-s)} = \frac{\alpha + s}{\alpha - s} \quad (\alpha \text{ real și pozitiv})$$

Timpul de propagare, calculat în baza relației (10.25)

$$\tau(s) = 2\ \mathrm{Ev}\left[\frac{E_a(s)}{E_a(s)}\right] = 2\ \mathrm{Ev}\left[\frac{1}{\alpha + s}\right] = \left[\frac{1}{\alpha + s} + \frac{1}{\alpha - s}\right] = \frac{2\alpha}{\alpha^2 - s^2}$$

$$\tau(\omega) = 2\mathrm{Ev}\left[\frac{E_a'(s)}{E_a(s)}\right]_{s=j\omega} = \frac{2\alpha'}{\alpha^2 - s^2}\Big|_{s=j\omega} = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \qquad (10.55)$$

Maximumul funcției $\tau(\omega)$, calculat în baza relației $\frac{d\tau(\omega)}{d\omega} = 0$ rezultă în punctul $\omega = 0$.

Pentru valoarea maximă se obține $\tau_{max} = \tau(0) = \frac{2}{\alpha}$. (10.56)

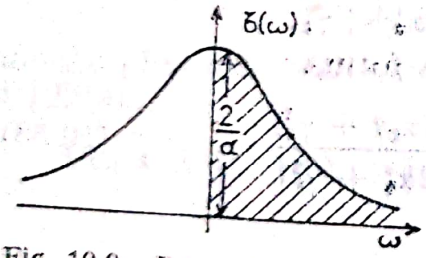


Fig. 10.9. Dependența de frecvență a funcției $\tau(\omega)$ $(n = 2)$.

În fig. 10.9 este ilustrată dependența de frecvență (10.55) a timpului de propagare de grup pentru acest tip de celulă.

Suprafața F închisă de această curbă și axa ω între frecvențele $\omega = 0$ și $\omega = \infty$, rezultă pentru orice α :

$$F = \int_0^{\infty} \frac{2\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}\, d\omega = \tau$$

În fig. 10.10 se indică variația timpului de propagare de grup în funcție de frecvență, pentru diverse valori ale parametrului α.

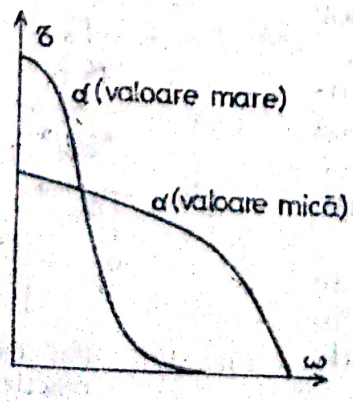


Fig. 10.10. Variația funcției $\tau(\infty)$ $(n = 2)$.

Celulă elementară de grad $n = 4$

În acest caz polinomul $E(s)$ posedă o pereche de zerouri complex conjugate şi funcţia de trasmisie $H(s)$ este de forma :

$$H(s) = \frac{E_a(s)}{E_a(-s)} = \frac{s^2 + 2\alpha s + \gamma^2}{s^2 - 2\alpha s + \gamma^2} \quad (\alpha < \gamma) \tag{10.57}$$

Dacă $\alpha \geqslant \gamma$, funcţia reprezintă combinarea a două funcţii elementare, de zerouri α_1 şi α_2 şi rezultă :

$$2\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$\gamma^2 = \alpha_1 \alpha_2$$

Funcţia $\tau(s)$, calculată în baza relaţiei (10.25) :

$$\tau(s) = 2\,\mathrm{Ev}\left[\frac{E_a'(s)}{E_a(s)}\right] = 2\,\mathrm{Ev}\left[\frac{2(\alpha + s)}{s^2 + 2\alpha s + \gamma^2}\right] =$$

$$= 2\left[\frac{\alpha + s}{s^2 + 2\alpha s + \gamma^2} + \frac{\alpha - s}{s^2 - 2\alpha s + \gamma^2}\right] = \frac{4(\gamma^2 - s^2)\alpha}{(s^2 + \gamma^2)^2 - 4\alpha^2 s^2}$$

Pentru timpul de propagare $\tau(\omega)$ se obţine :

$$\tau(\omega) = \tau(s)|_{s=j\omega} = \frac{4\alpha(\gamma^2 + \omega^2)}{(\gamma^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} = \frac{4\alpha(\gamma^2 + \omega^2)}{(\gamma^2 + \omega^2) - 4\beta^2\omega^2} =$$

$$= \frac{2\alpha}{(\omega - \beta)^2 + \alpha^2} + \frac{2\alpha}{(\omega + \beta)^2 + \alpha^2} = \frac{2\alpha}{(\omega^2 - 2\beta\omega + \gamma^2)} + \frac{2\alpha}{\omega^2 + 2\beta\omega + \gamma^2} \tag{10.58}$$

În fig. 10.11 este ilustrată dependenţa de frecvenţă a timpului de propagare de grup a acestui tip de celulă (curba plină). Curbele cu linii întrerupte reprezintă dependenţa de frecvenţă, a celor doi termeni din relaţia (10.58).

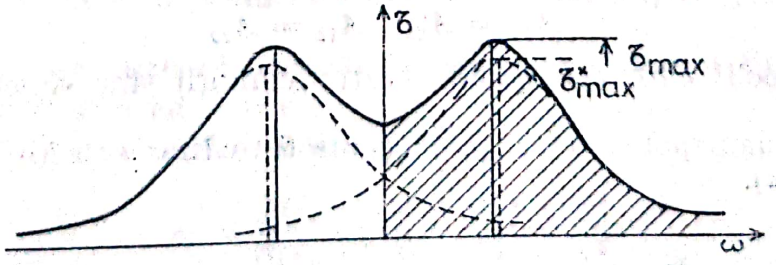


Fig. 10.11. Dependenţa de frecvenţă a funcţiei $\tau(\omega)$ $(n = 4)$.

Maximele celor două curbe parţiale sînt dispuse la frecvenţele $\omega = \pm\beta$ şi au valoarea $\tau^*_{max} = \frac{2}{\alpha}$.

Maximele curbei rezultante sînt dispuse la frecvențele

$$\omega_m = \pm\sqrt{\gamma(2\beta - \gamma)} \tag{10.59}$$

și cu valoarea $\tau_{max} = \dfrac{\alpha}{\beta(\gamma - \beta)}$ (10.60)

Minimumul relativ al curbei rezultante se află la frecvența $\omega = 0$ și are valoarea

$$\tau_{min} = \frac{4\alpha}{\gamma^2} \tag{10.61}$$

Relațiile (10.59), (10.60) și (10.61) sînt valabile pentru cazul $\beta \geqslant \dfrac{\alpha}{\sqrt{3}}$.

Dacă se definește φ unghiul dreptei care unește originea cu zeroul $s_0 = -\alpha + j\beta$, cu semiaxa reală negativă (fig. 10.8), condiția impusă corespunde cazului $\varphi \geqslant 30°$.

Pentru cazurile $\varphi \leqslant 30°$, apare numai un maxim la frecvența $\omega = 0$ și de valoare

$$\tau_{max} = \frac{4\alpha}{\gamma^2}$$

Suprafața cuprinsă între curba timpului de propagare de grup și semiaxa reală pozitivă (fig. 10.11) este dată de relația:

$$F = \int_0^\infty \frac{4\alpha(\gamma^2 + \omega^2)}{(\gamma^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}\, d\omega$$

10.6. SINTEZA CIRCUITELOR

În paragraful anterior s-a demonstrat că în cazul circuitelor trece tot, reactive, adaptate la ambele capete există relațiile:

$$A_{11} = A_{22} \quad A_{12} = A_{21}$$

Cuadripolii care corespund acestor condiții sînt simetrici și antimetrici.

Orice cuadripol simetric pasiv poate fi realizat sub formă de circuit Λ (fig. 10.12).

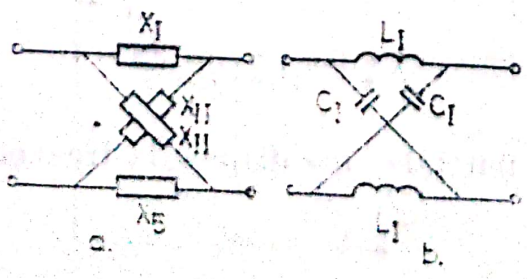


Fig. 10.12. *a*) Circuit în X; *b*) Circuit trece tot ($n = 2$).

Între reactanţele X_I şi X_{II} şi polinoamele E, F, G există relaţiile [1 cap. 6]:

$$\frac{Z_1}{R} = \frac{E + (F-G)}{E - (F - G)} \quad \frac{Z_2}{R} = \frac{E + (F + G)}{E - (F + G)}$$

Deoarece în cazul circuitelor trece tot $F = 0$

şi $H = \frac{E}{G} = \frac{E(s)}{E(-s)}$ rezultă:

$$X_I = \frac{E(s) - E(-s)}{E(s) + E(-s)} = \frac{\text{Od } E(s)}{\text{Ev } E(s)}$$

şi:

$$X_{II} = \frac{E(s) + E(-s)}{E(s) - E(-s)} = \frac{\text{Ev } E(s)}{\text{Od } E(s)} = \frac{1}{X_I} \tag{10.62}$$

Funcţia de transmisie $H(s)$ se poate calcula în baza relaţiei:

$$H(s) = \frac{E(s)}{E(-s)} = \frac{E_e(s) + E_0(s)}{E_e(s) - E_0(s)} = \frac{1 + X(s)}{1 - X(s)} \tag{10.63}$$

sau:

$$X(s) = \frac{H(s) - 1}{H(s) + 1} \tag{10.64}$$

Celulă elementară de grad $n = 2$

În cazul $n = 2$ funcţia de transmisie $H(s)$ este:

$$H(s) = \frac{E_a(s)}{E_a(-s)}$$

În baza relaţiilor (10.62) rezultă:

$$X(s) = X_I(s) = \frac{1}{X_{II}(s)} = \frac{s}{\alpha} \tag{10.65}$$

Deci $X_I(s)$ este o inductanţă $l_1 = \frac{1}{\alpha}$, iar X_{II} o capacitate $c_{II} = \alpha$.

Celula care realizează această funcţie este ilustrată în fig. 10.12*b*.

Celulă elementară de grad $n = 4$

Funcţia $H(s)$ este în acest caz:

$$H(s) = \frac{E(s)}{G(s)} = \frac{s^2 + 2\alpha s + \gamma^2}{s^2 - 2\alpha s + \gamma^2}$$

În baza relaţiilor (10.61) şi (10.62) rezultă:

$$X_I = \frac{E - G}{E + G} = \frac{2\alpha s}{s^2 + \gamma^2} = \frac{1}{\frac{s}{2} + \frac{\gamma}{2\alpha s}} = \frac{1}{c_1 s + \frac{1}{l_1 s}}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$X_{II} = \frac{E+G}{E-G} = \frac{s^2+\gamma^2}{2\alpha s} = \frac{s}{2\alpha} + \frac{1}{\frac{s}{\gamma^2}s} = l_{II}\,s + \frac{1}{c_{II}s} \qquad (10.66)$$

Circuitul X corespunzător este indicat în fig. 10.13, unde:

$$l_I = c_{II} = \frac{2}{\gamma^2}$$

$$C_I = l_{II} = \frac{1}{2\alpha}$$

$$\omega_{0I} = \omega_{0II} = \gamma \qquad (10.67)$$

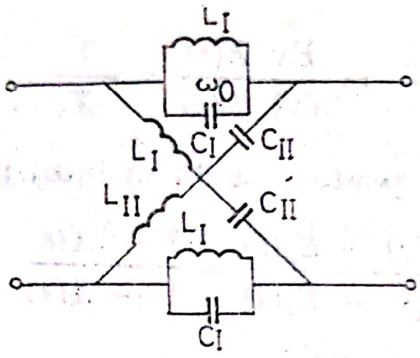


Fig. 10.13. Circuit în X trece tot ($n = 4$).

Circuite asimetrice față de masă

Circuitele în punte (X) prezintă dezavantajul că sînt simetrice față de masă, ceea ce este nedorit în cazul frecvențelor înalte și necesită un număr relativ mare de elemente. Aceste neajunsuri pot fi înlăturate prin realizarea sub forma unor circuite echivalente asimetrice față de masă. În fig. 10.14 este indicat un circuit echivalent (punte diferențială) al circuitului din fig. 10.12*a*.

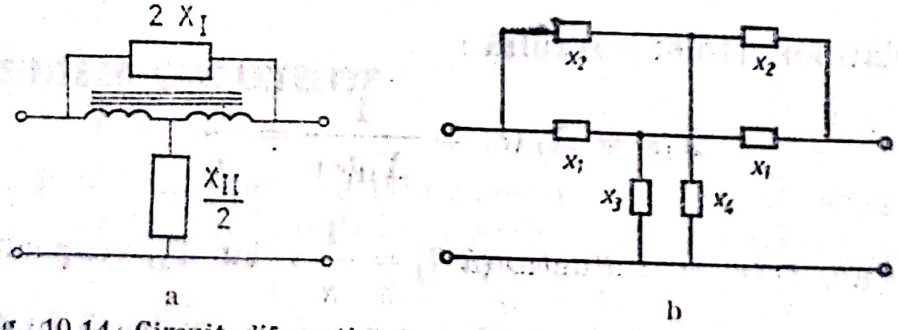


Fig. 10.14. Circuit diferențiat în punte(rapor de transformare 1 :1).

Circuit echivalent — trece tot de grad $n = 2$

Circuitul echivalent al celulei elementare de grad $n = 2$ indicat în fig. 10.12, sub forma punții diferențiale (fig. 10.14) este indicat în fig. 10.15, circuit care conține două inductanțe L_1 realizate pe același miez magnetic și cuplate strîns.

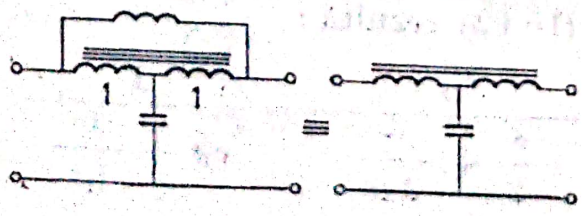


Fig. 10.15. Circuit trece tot ($n = 2$) asimetric față de masă.

Scanned with OKEN Scanner

Utilizînd relaţiile (10.65) pentru circuitul din fig. 10.15 se obţine pentru valorile elementelor :

$$L_t = 4 \qquad L_1 = \frac{2}{\alpha} \quad \text{deci} \quad L_1 = \frac{1}{2\alpha}$$

$$C_2 = \frac{2}{\alpha} \qquad \omega_{12} = \alpha \tag{10.68}$$

Circuit elementar trece tot de grad $n = 4$

Circuit general valabil ($0 \leqslant \varphi < 90°$)

Pentru circuitul trece tot elementar din fig. 10.13, a cărui funcţie de transmisie este dată de relaţia 10.57 şi timpul de propagare de grup de relaţia 10.58, în baza echivalenţei din fig. 10.14 se obţine circuitul echivalent din fig. 10.16.

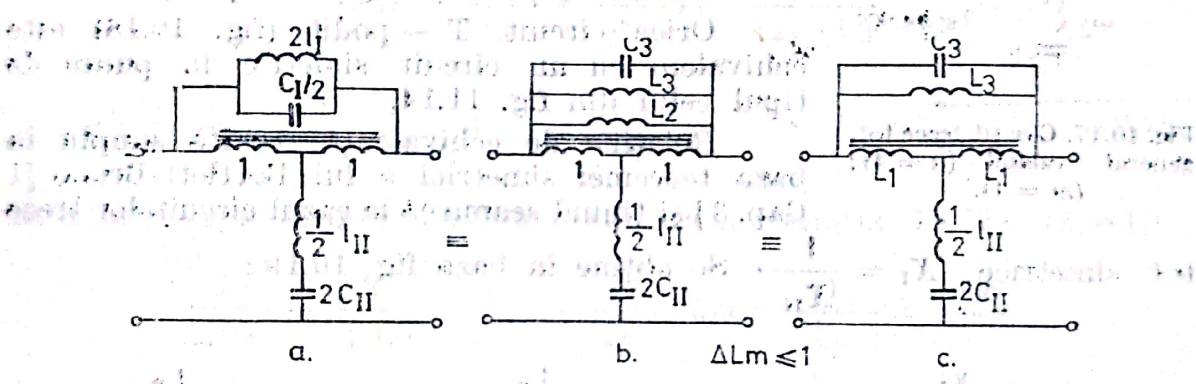


Fig. 10.16. Circuit trece tot ($n = 4$) asimetric faţă de masă.

Pentru obţinerea acestui circuit, inductanţa $2l_1$ din fig. 10.16*a*, se descompune în două inductanţe conectate în paralel L_3 şi L_t, într-un raport m, ales după dorinţa ($0 < m \leqslant 1$). Inductanţa L_t necesară pentru excluderea transformatorului ideal şi realizarea transformatorului real constă din două inductanţe egale L_1, realizate pe acelaşi miez (bobinate în acelaşi sens şi cuplate strîns). Realizabilitatea acestui circuit nu este condiţionată sub nici-o formă de poziţia zerourilor funcţiei de transmisie.

Deci inductanţa $L_t = \frac{1}{m} \cdot 2l_1$ iar L_3 rezultă din relaţia $\frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_t} = 2l_1$.

În baza relaţiilor (10.66) şi (10.67) precum şi fig. 10.15 şi 10.16 se obţine pentru valorile elementelor din fig. 10.16 :

$$L_t = \frac{4}{m\gamma^2} = 4L_1 \text{ respectiv } L_1 = \frac{\quad}{m\gamma^2}$$

$$L_2 = \frac{1}{4\alpha}; \quad C_2 = \frac{4}{\gamma^2}; \quad \omega_2 = \gamma$$

$$L_3 = \frac{4\alpha}{(1-m)\gamma^2}; \quad C_3 = \frac{1}{4\alpha}; \quad \omega_3 = \gamma\sqrt{1-m} \tag{10.69}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezultă că inductanţele L_t, L_1 şi L_3 au următoarele domenii de variaţie :

$$0 < m \leqslant 1 = m_{max}$$

$$\infty > L_t \geqslant \frac{4}{\gamma^2}$$

$$\infty > L_1 \geqslant \frac{\alpha}{\gamma^2} \qquad (10.70)$$

$$\frac{4\alpha}{\gamma^2} < L_3 \leqslant \infty$$

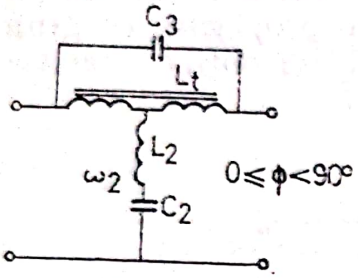


Fig. 10.17. Circuit trece tot, general valabil ($n = 4$); ($m = 1$).

Pentru cazul special $m = m_{max} = 1$ se obţine circuitul echivalent din fig. 10.17 care conţine un număr minim de elemente.

Circuite T-podit ($60° \leqslant \varphi < 90°$) *de grad* $n = 4$

Orice circuit T — podit (fig. 10.18) este echivalent cu un circuit simetric în punte de tipul celui din fig. 11.14.

Relaţiile de echivalenţă rezultă simplu în baza teoremei simetriei a lui Bartlett-Brune [1 Cap. 3] şi ţinînd seama că în cazul circuitelor trece tot simetrice $X_I = \dfrac{1}{X_{II}}$. Se obţine în baza fig. 10.19 :

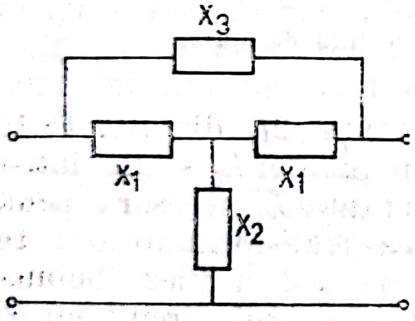


Fig. 10.18. Circuit T-podit simetric.

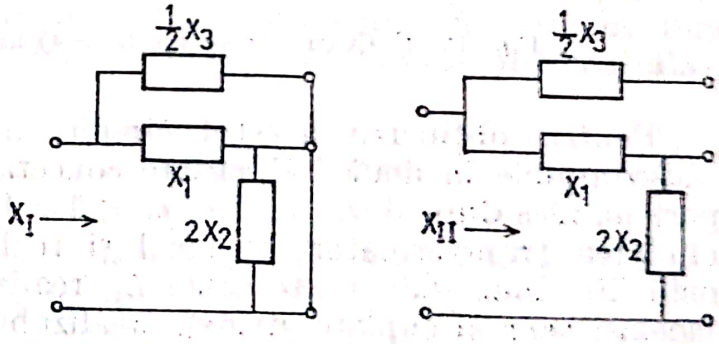


Fig. 10.19. Determinarea reactanţelor X_I şi X_{II}.

Pentru reactanţa punte X_I rezultă :

$$\frac{1}{X_1} + \frac{2}{X_3} = \frac{1}{X_I} = X_{II} \qquad a)$$

iar pentru reactanţa X_{II} :

$$X_1 + 2X_2 = X_{II} \qquad b) \qquad (10.71)$$

Dacă se exprimă reactanţele în funcţie de frecvenţă, atunci se obţine în baza relaţiilor (10.66) şi fig. 10.13 :

$$\frac{1}{X_1(s)} + \frac{2}{X_3(s)} = X_1(s) + 2X_2(s) = C_I s + \frac{1}{l_I s} = \frac{1}{2\alpha} s + \frac{\gamma^2}{2\alpha s} \qquad (10.72)$$

Din relația (10.72) se deduce că sînt permise numai astfel de funcții reactanță, care au un pol fie la $s = 0$, fie la $s = \infty$.

Dacă se alege $X_1(s)$, astfel încît să aibă concomitent un pol la $s = 0$ și un pol la $s = \infty$, atunci ar avea obligatoriu un zerou la frecvența finită și deci $\frac{1}{X_1(s)}$ ar avea un pol la frecvență finită, ceea ce ar contrazice relațiile (10.72).

Pentru $X_1(s)$ rezultă numai următoarele două cazuri posibile:

Cazul 1. Se alege pentru X_1 o fracțiune din inductanța l_1 respectiv:

$$X_1(s) = \frac{l_1 s}{m} = \frac{2}{m\gamma^2} s \tag{10.73}$$

Din relația (10.72) ținînd seama de (10.73) se obține:

$$2X_2(s) = \frac{1}{2\alpha} s - \frac{2}{\gamma^2 m} s + \frac{1}{(2\alpha/\gamma^2)s}$$

$$\text{Deci: } L_2 = \frac{1}{4\alpha} - \frac{\alpha}{\gamma_m^2}; \quad C_2 = \frac{4\alpha}{\gamma^2} \tag{10.74}$$

Reactanța $X_3(s)$ se determină de asemenea din relația (10.72) respectiv:

$$\frac{1}{X_1(s)} + \frac{2}{X_3(s)} = \frac{1}{2\alpha} s + \frac{\gamma^2}{2\alpha s} \quad \text{unde} \quad \frac{1}{X_1(s)} = \frac{\gamma^2 m}{2\alpha s}$$

$$\text{Rezultă: } \frac{1}{X_3} = \frac{1}{4\alpha} s + \frac{\gamma^2(1-m)}{4\alpha s}$$

reactanță care se realizează cu un circuit derivație ale cărui elemente sînt fig. 10.20.

$$L_3 = \frac{4\alpha}{\gamma^2(1-m)}; \quad C_3 = \frac{1}{4\alpha}$$

Deci elementele sînt date de relațiile:

$$L_1 = \frac{2\alpha}{m\gamma^2}$$

$$L_2 = \frac{1}{4\alpha} - \frac{\alpha}{m\gamma^2};$$

$$C_2 = \frac{4\alpha}{\gamma^2}; \quad \omega^2 = \gamma \Big/ \sqrt{1 - \frac{4\alpha^2}{m\gamma^2}}$$

$$L_3 = \frac{4\alpha}{\gamma^2(1-m)}; \quad C_3 = \frac{1}{4\alpha}$$

$$\omega_3 = \gamma\sqrt{1-m} \tag{10.75}$$

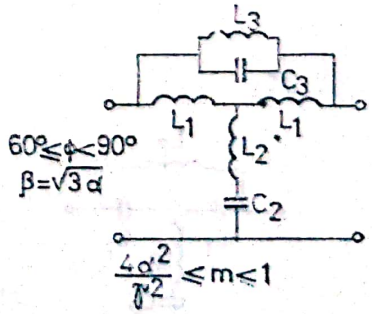


Fig. 10.20. Circuit trece tot, tip T-podit ($n = 4$) $\frac{4\alpha^2}{\gamma^2} \leqslant m \leqslant 1$.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a obține elemente de valori pozitive, parametrul m trebuie să fie astfel ales încît să fie cuprins între limitele :

$$m_{min} = \frac{4\alpha}{\gamma^2} \text{ și } m_{max} = 1$$

Relațiile (10.76) indică domeniile posibile de variație ale inductanțelor L_1, L_2 și L_3.

Pentru $m = m_{min}$ se obține circuitul din fig. 10.21*a* iar pentru $m = m_{max}$, circuitul din fig. 10.21*b*

$$m_{min} = \frac{4\alpha}{\gamma^2} \leqslant m \leqslant 1 \leqslant m_{max} \qquad \frac{1}{2\alpha} \geqslant L_1 \geqslant \frac{2\alpha}{\gamma^2};$$

$$0 \leqslant L_2 \leqslant \frac{1}{4\alpha} - \frac{\alpha}{\gamma^2}; \qquad \frac{1}{\frac{\gamma^2}{4\alpha} - \alpha} \leqslant L_3 \leqslant \infty \qquad (10.76)$$

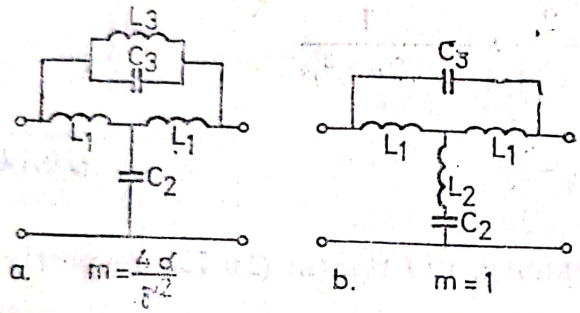


Fig. 10.21. Circuit trece tot tip T — podit ($n = 4$).

Cazul 2

Se alege pentru reactanța X_1 o capacitate de valoare

$$X_1(s) = \frac{m}{Ls} = \frac{m\gamma^2}{2\alpha s}$$

În acest caz se obțin circuite duale față de cele indicate în fig. 10.21. Structura circuitului și valorile elementelor sînt date în fig. 10.22*a* și 10.22*b* în care s-au înlocuit :

$$L_1 \to C_1;\ L_2 \to C_3;\ L_3 \to C_2;\ C_2 \to L_3;\ C_3 \to L_2$$

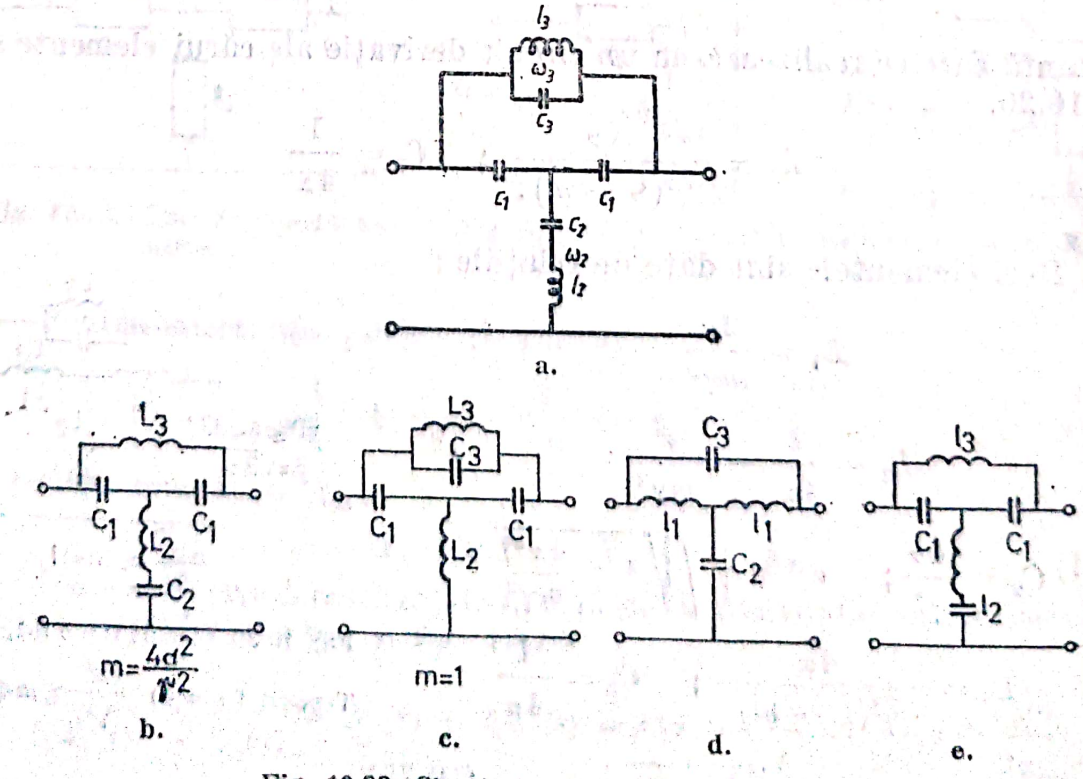


Fig. 10.22. Circuit trece tot tip T — podit.

Dacă zerourile funcției de transmisie $H(s)$ se află dispuse în intervalul $60° \leqslant \varphi < 90°$ ($\beta \geqslant \sqrt{3}\alpha$), toate elementele circuitelor din fig. 10.20 pînă la 10.22 sînt pozitive.

Pentru cazul limită $\varphi = 60°$ ($\beta = \alpha\sqrt{3}$) rezultă $\frac{4\alpha}{\gamma^2} = 1$ și $m_{min} = m_{max} = 1$. În baza relației 10.76 rezultă că în acest caz ambele circuite din fig. 10.21 devin identice ($L_3 = \infty$; $L_2 = 0$). Circuitul rezultat este arătat în fig. 10.22*d* și valorile elementelor sînt :

$$l_1 = \frac{1}{2\alpha}; \quad C_2 = \frac{1}{\alpha}; \quad C_3 = 1/4\alpha$$

În mod analog se obține pentru circuitul din fig. 10.22, *c* și *d* circuitul rezultant din figura (10.22*e*) ($C_2 = \infty$ și $C_3 = 0$), iar valorile elementelor sînt indicate în relațiile 10.77.

$$C_1 = \frac{1}{2\alpha}; \quad l_2 = \frac{1}{4\alpha}; \quad l_3 = \frac{1}{\alpha} \qquad (10.77)$$

Circuite dublu T ($45° \leqslant \varphi < 90°$)

Orice circuit dublu *T*, simetric (fig. 10.23) este echivalent cu circuitul punte indicat în fig. 10.14*a* :

În baza teoremei de simetrie — Bartlett — Brune rezultă similar cu cele arătate în cazul circuitului T — podit :

$$\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} = X_{II} = \frac{1}{X_I} = Cs + \frac{1}{Ls} = \frac{1}{2\alpha}s + \frac{\gamma^2}{2\alpha s} \qquad (10.78)$$

$$\frac{1}{X_2 + 2X_4} + \frac{1}{X_1 + 2X_3} \qquad X_I = \frac{1}{Cs + \frac{1}{Ls}} = \frac{1}{\frac{1}{2\alpha}s + \frac{\gamma^2}{2s}}$$

Similar cu relațiile (10.73) și (10.77) aici trebuie alese liber două reactanțe pentru rezolvarea ecuațiilor (10.78). În cele ce urmează se vor trata cazurile care prezintă cel mai mare interes pentru aplicații practice.

Se va presupune că :

$$X_1(s) = \frac{1}{Cs} = \frac{2\alpha}{s} \qquad (10.79)$$

Rezultă :

$$X_2(s) = Ls = \frac{2\alpha s}{\gamma^2}$$

Cazul 1. Se alege suplimentar față de (10.79) :

$$\frac{1}{X_2(s) + 2X_4(s)} = \frac{1}{X_1(s) + 2X_3(s)}, \text{ deci :}$$

$$X_2(s) + 2X_4(s) = X_1(s) + 2X_3(s) = 2X_{II}(s) \qquad (10.80)$$

Scanned with OKEN Scanner

rezultă în baza relațiilor (10.78) și (10.79), (10.80), circuitul din fig. 10.23, iar valorile elementelor sînt date în relațiile 10.81 :

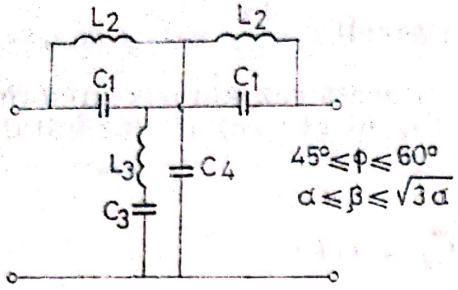


Fig. 10.23. Circuit trece tot, tip dublu T($n = 4$).

$$C_1 = \frac{1}{2\alpha}; \quad L_2 = \frac{2\alpha}{\gamma^2}; \quad \omega_{12} = \gamma$$

$$C_3 = \frac{1}{\frac{\gamma^2}{2\alpha} - \alpha}; \quad L_3 = \frac{1}{2\alpha}; \quad \omega_3 = \gamma \Big/ \sqrt{1 - \frac{2\alpha^2}{\gamma^2}}$$

$$\omega_4 = \gamma \Big/ \sqrt{1 - \frac{2\alpha^2}{\gamma^2}} \qquad (10.81)$$

$$C_4 = \frac{2\alpha}{\gamma^2}; \quad L_4 = \frac{1}{2\alpha} - \frac{\alpha}{\gamma^2}; \quad \omega_{34} = \gamma$$

Dacă T-urile de elemente $L_2 - L_4 - L_2$, respectiv $C_1 - C_3 - C_1$ se transformă în π-uri echivalente se obține circuitul din fig. 10.24, iar valorile elementelor corespunzătoare sînt date de relațiile 10.82.

$$C_1 = \frac{\alpha}{\gamma^2} \quad L_2 = \frac{1}{\alpha} \quad \omega_{12} = \gamma$$

$$C_4 = \frac{2\alpha}{\gamma^2} \quad L_3 = \frac{1}{2\alpha} \quad \omega_{34} = \gamma$$

$$C_3 = \frac{1}{4\alpha} - \frac{\alpha}{2\gamma^2}; \quad L_4 = \frac{1}{\frac{\gamma^2}{4\alpha} - \frac{\alpha}{2}} \qquad (10.82)$$

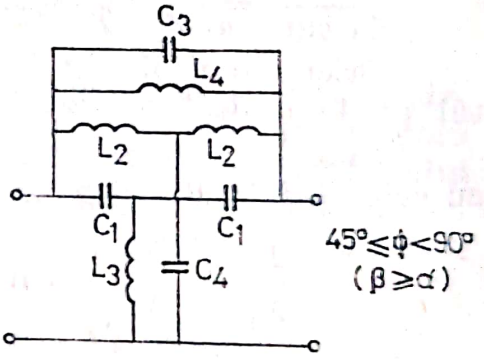


Fig. 10.24. Celulă dublu T — trece tot ($n = 4$).

Condiția ca valorile elementelor din fig. 10.23 și 10.24 să fie toate pozitive este ca zerourile funcției de transmisie H(s) să fie cuprinse în domeniul $45° \leqslant \varphi < 90°$ ($\beta \geqslant \alpha$)

Pentru cazul limită $\varphi = 45°$($\beta = \alpha$, $\gamma^2 = 2\alpha^2$), în circuitul din fig. 10.23 și 10.24 rezultă pentru elemente :

$$C_3 = \infty; \quad L_4 = 0; \quad C_3 = 0 \text{ și } L_4 = \infty$$

În acest caz ambele celule se transformă într-una singură (fig. 10.25) și valorile elementelor indicate în relațiile (10.83) :

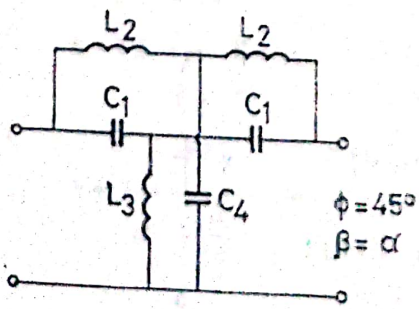


Fig. 10.25. Celulă dublu T — trece tot ($n = 4$).

$$C_1 = \frac{1}{2\alpha}; \quad L_2 = \frac{1}{\alpha}$$

$$C_4 = \frac{1}{\alpha}; \quad L_3 = \frac{1}{2\alpha} \qquad (10.83)$$

Cazul 2. Dacă se impune suplimentar față de condițiile (10.79) și condiția

$$2X_2(s) = Ls = \frac{2\alpha}{\gamma^2} s \qquad (10.84)$$

Scanned with OKEN Scanner

atunci din relațiile (10.78) și (10.79) rezultă circuitul indicat în fig. 10.26 și valorile elementelor date de relațiile (10.85) :

$$C_1 = \frac{1}{2\alpha} \qquad L_2 = \frac{2\alpha}{\gamma^2} \qquad \omega_{12} = \gamma$$

$$L_3 = \frac{\alpha}{\gamma^2} \qquad C_4 = \frac{4\alpha}{\gamma^2} - \frac{1}{\alpha}, \qquad L_4 = \frac{1 - \frac{2\alpha^2}{\gamma^2}}{2\alpha - \frac{\gamma^2}{2\alpha}}$$

$$\omega_4 = \gamma \Big/ \sqrt{2\left(1 - \frac{2\alpha^2}{\gamma^2}\right)}$$

Dacă se transformă T-ul $L_2 - L_4 - L_2$ din fig. 10.26, în circuitul echivalent se obține circuitul din fig. 10.27, ale cărei elemente sînt date de relațiile 10.85

$$C_1 = \frac{1}{2\alpha}; \qquad L_2 = \frac{1}{2\alpha - \frac{\gamma^2}{2\alpha}}; \qquad L_3 = \frac{\alpha}{\gamma^2}$$

$$C_4 = \frac{4\alpha}{\gamma^2} - \frac{1}{\alpha}; \qquad L_4 = \frac{1}{\frac{\gamma^2}{2\alpha} - \alpha} \qquad (10.85)$$

Cazul 3. Dacă suplimentar față de condițiile (10.79) se impune condiția

$$2X_4(s) = \frac{1}{Cs} = \frac{2\alpha}{s} \qquad (10.86)$$

atunci din relațiile (10.78) și (10.79) și (10.86) rezultă circuitul corespunzător din fig. 10.28 și valorile elementelor date de relațiile 10.87 :

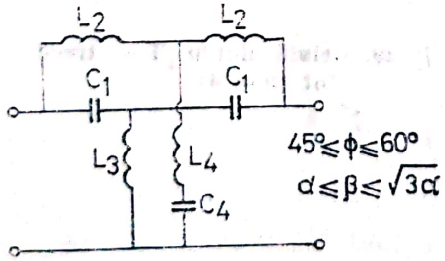


Fig. 10.26 Celulă dublu T — trece tot ($n = 4$).

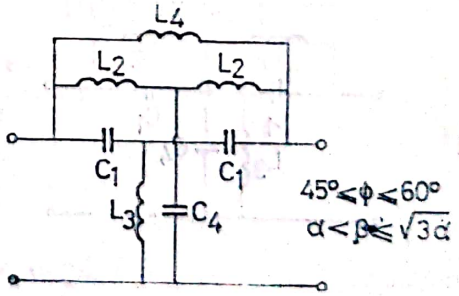


Fig. 10.27. Celulă dublu T — trece tot ($n = 4$).

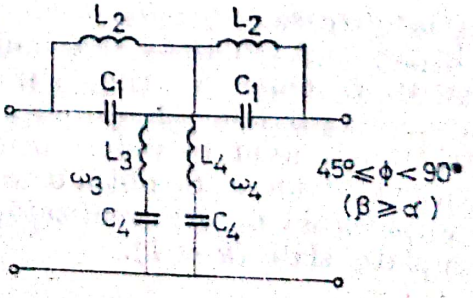


Fig. 10.28. Celulă dublu T — trece tot ($n = 4$).

$$C_1 = \frac{1}{2\alpha}; \quad L_2 = \frac{2\alpha}{\gamma^2}$$

$$C_3 = \frac{\frac{2\alpha}{\gamma^2} - \frac{1}{2\alpha}}{1 - \frac{2\alpha^2}{\gamma^2}}; \quad L_3 = \frac{1}{4\alpha - \frac{\gamma^2}{\alpha}}; \quad \omega_3 = \gamma\sqrt{2\left(1 - \frac{2\alpha^2}{\gamma^2}\right)}$$

$$C_4 = \frac{1}{\alpha}. \tag{10.87}$$

Prin transformarea T-ului de capacităţi $C_1 - C_3 - C_1$ din fig. (10.28) în circuitul π echivalent se obţine circuitul din fig. 10.29 şi valorile elementelor corespunzătoare (10.38) :

$$C_1 = \frac{2\alpha}{\gamma^2} - \frac{1}{2\alpha} \quad L_2 = \frac{2\alpha}{\gamma^2}$$

$$C_3 = \frac{1}{2\alpha} - \frac{\alpha}{\gamma^2} \quad L_3 = \frac{1}{4\alpha - \frac{\gamma^2}{\alpha}} \tag{10.88}$$

$$C_4 = \frac{1}{\alpha}$$

Condiţia ca valorile elementelor circuitelor din fig. 10.26—10.29 să fie pozitive este ca zerourile funcţiei de transmisie $H(s)$ să fie dispuse în domeniul $45° \leqslant \varphi \leqslant 60°$ ($\alpha \leqslant \beta \leqslant \alpha\sqrt{3}$). Pentru cazurile limită $\varphi = 45°$ ($\gamma^2 = 2\alpha^2$) respectiv $\varphi = 60°$ ($\gamma^2 = 4\alpha^2$) circuitele din fig. 10.26, 10.27, 10.28, 10.29 se transformă în circuitul din fig. 10.25 respectiv în circuitele din fig. 10.22*l*.

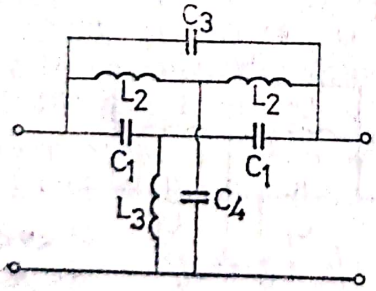


Fig. 10.29. Celulă dublu T — trece tot ($n = 4$)

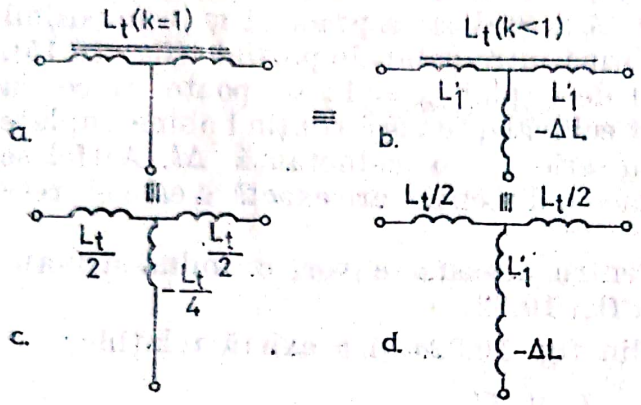
10.7. REALIZAREA PRACTICĂ

Considerarea scăpărilor bobinelor cuplate în cazul circuitelor trece tot. În fig. 10.15 şi 10.17 sînt indicate structuri de circuite trece-tot cu inductanţa L_1 cuplată strîns. Dacă în practică nu se reuşeşte ca între inductanţele parţiale să se obţină factorul necesar de cuplaj $k = 1$, aceasta trebuie avut în vedere prin stabilirea şi luarea în consideraţie a circuitului echivalent. Se obţin în acest fel circuite exacte trece-tot în care inductanţa totală L_t este realizată prin două inductanţe egale ca mărime însă cuplate slab ($k < 1$).

Scanned with OKEN Scanner

Dacă în structurile din fig. 10.15 și 10.17 se înlocuiesc inductanțele cuplate cu cele echivalente care conțin inductanțe parțiale cuplate slab L_1' (fig. 10.30) se observă ca efect micșorarea inductanței L_2 cu ΔL — ceea ce trebuie avut în vedere.

Din circuitele echivalente din fig. 10.30*c* și 10.30*d* se poate citi că trebuie să fie îndeplinită relația:



$$L_M + \Delta L = \frac{L_t}{4} \tag{10.89}$$

unde L_M este inductanța mutuală și k factorul de cuplaj între cele două inductanțe egale L_1' cuplate slab și dat de relația:

$$k = \frac{L_M}{\frac{L_t}{2} - L_M} \tag{10.90}$$

Fig. 10.30 Circuit echivalent a două bobine cuplate strâns, cu bobina cuplată slab.

de unde: $L_1 = \dfrac{L_t}{2(1 \pm k)}$ (10.91)

Cu ajutorul relațiilor (10.89) și (10.90) se obține relația care există între L și k:

$$\Delta L = \frac{L_t}{4}\,\frac{1-k}{1+k} \tag{10.92}$$

Din condiția $L_2 \geqq \Delta L$ și din relația (10.69) și (10.92) se obține condiția:

$$\frac{m\gamma^2}{4\alpha^2} \geqq \frac{1-k}{1+k} \tag{10.93}$$

Se obține de asemenea o condiție pentru factorul k în funcție de zerouri, pentru circuitele din fig. 10.16 și 10.17 ($m = 1$)

$$k \geqq \frac{\frac{4}{m}\,\frac{\alpha^2}{\gamma^2} - 1}{\frac{4}{m}\,\frac{\alpha^2}{\gamma^2} + 1} \tag{10.94}$$

Se poate trage concluzia, că factorul de cuplaj k trebuie să depășească o anumită valoare k_g.

Cu cît este mai mic m și mai mare $\dfrac{\alpha}{\gamma}$ (pentru o pereche de zerouri reale $\alpha > \gamma$), cu atît este k_g mai aproape de unitate. Pentru cazul $m = 1$ (fig. 10.17) și zerouri complex conjugate ale funcției de transmisie (vezi fig. 10.5 $\varphi > 0$) se indică în fig. 10.31 o diagramă a factorului k_g în funcție de unghiul zerourilor. Relația rezultă din inegalitatea (10.94) respectiv:

$$k_g = \frac{4\cos^2\varphi - 1}{4\cos^2\varphi + 1} \tag{10.95}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru cazul unui zerou dublu ($\varphi = 0$), cuplajul necesar minim este $k_\varphi = 60\%$, iar pentru $\varphi = 60°$ rezultă $k_\varphi = 0$. Deci pentru $\varphi \geqq 60°$ circuitul este realizabil cu inductanţa fără cuplaj (fig. 10.20).

În domeniul corolat din fig. 10.31 este indicată luarea în considerare a unui cuplaj slab care nu mai poate fi utilizat.

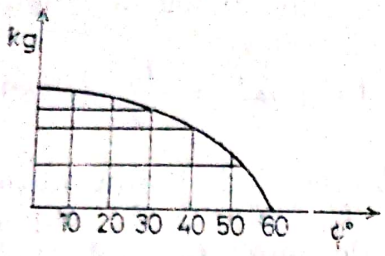


Fig. 10.31 Valoarea limită a factorului k_φ în funcţie de poziţia zerourilor (φ).

Celula elementară de gradul $n = 2$

Dacă în realizarea practică nu este posibil să se obţină între bobinele parţiale (fig. 10.15), factorul de cuplaj $k = 1$, se poate trece la circuite echivalente care conţin bobine cuplate strîns în serie cu o inductanţă Δl. Astfel se poate face o dimensionare exactă a celulei trece tot.

Pentru aceasta se vor examina structurile din fig. 10.32.

Între elementele celulelor din fig. 10.32*a* şi *b* există relaţiile:

$$L_1' = L_1 + L_M'$$

$$L_2' = L_2 + L_M' \tag{10.96}$$

$$L_M' = k\sqrt{L_1 L_2}$$

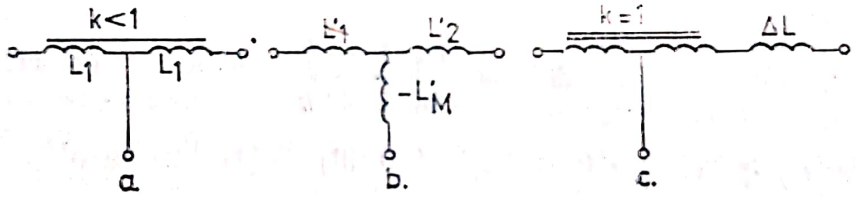


Fig. 10.32 Circuite echivalente a două bobine, cuplate slab.

Dacă se alege valoarea particulară

$$L_2 = L_1/k^2 \tag{10.97}$$

atunci:

$$L_M' = L_1;\ L_1' = 2L_1;\ L_2' = L^1\left(1[\,+\frac{1}{k^2}\right). \tag{10.98}$$

Dacă inductanţa L_2' din fig. 10.32*b* se divizează astfel:

$$L_2' = L_1' + \Delta L \tag{10.99}$$

atunci pentru L rezultă:

$$\Delta L = L_2' - 2L_1 = L_1\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) \tag{10.100}$$

Dacă L_1 se dimensionează în baza relaţiei (10.68) şi L_2 în baza relaţiei (10.97) se obţine circuitul echivalent din fig. 10.32*c*. cu două inductanţe L_1 cuplate strîns, ca un circuit component al celulei trece tot din fig. 10.15 şi o inductanţă suplimentară serie ΔL dată de relaţia (10.100).

Scanned with OKEN Scanner

Dacă circuitul trece tot se conectează în lanț cu un alt cuadripol, care începe cu o inductanță serie (de exemplu un filtru trece jos antimetric), atunci influența cuplajului slab se poate lua în considerație diminuînd inductanța serie cu ΔL.

Dacă nu este acest caz, atunci se poate construi cu ajutorul unei capacități suplimentare ΔC un filtru trece jos, a cărui influență asupra dependenței de frecvență a timpului de întîrziere, atenuării și factorului de reflexie să nu fie supărătoare (fig. 10.33).

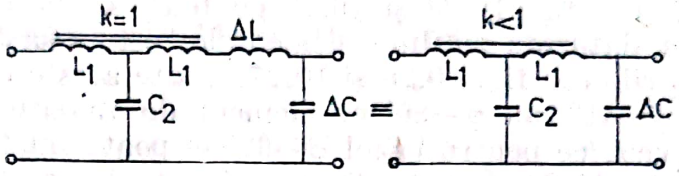


Fig. 10.33. Compensarea cuplajului slab la un circuit trece tot ($n = 2$):

$$L_1 = \frac{1}{2\alpha}; \quad L_2 = \frac{1}{2\alpha k^2}$$

$$C_2 = \frac{2}{\alpha}; \quad \Delta C = \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right).$$

Pentru dimensionarea acestui filtru trece jos se poate alege o structură de filtru polinomial de grad $n = 2$ [1] [2], ale cărui elemente rezultă în baza relațiilor (10.68) și (10.100) respectiv

$$\Delta C = \Delta L = \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right).$$

Indicații referitoare la realizarea practică a corectorilor de timp de program de grup

După ce pe baza condițiilor inițiale impuse și a rezolvării problemei aproximării s-au determinat zerourile funcțiilor de transmisie ale celulelor elementare constitutive, se pune problema alegerii structurilor celor mai indicate pentru realizarea acestora.

Aspectele ce trebuie avute în vedere la realizarea practică sînt, ordinul de mărime al elementelor, numărul bobinelor, luarea în considerație a capacităților parazite, cuplajul slab al bobinelor precum și posibilitățile de acord.

Toate acestea depind de poziția zerourilor (φ) ale funcției de transmisie a celulelor elementare.

Dacă $\varphi = 0$, atunci sînt zerouri simple și sînt posibile numai celule indicate în fig. 10.15.

Anterior s-a arătat modul în care se are în vedere un cuplaj slab al bobinelor. Dacă rezultă mai multe zerouri reale, atunci este avantajos să se utilizeze celulă de grad $n = 4$ indicată în fig. 10.17.

Dacă $0 \leqq \varphi \leqq 45$ nu este posibilă realizarea fără bobine cuplate și atunci trebuie avute în vedere celulele indicate în fig. 10.16 respectiv 10.17. Deoarece cuplajul slab se poate lua în considerație, rezultă că această structură este cea mai generală. Pentru realizare se determină mai întîi valoarea inductanței L_1, cu o parte din aceasta stabilită la valoarea nomi-

nală valabilă, la frecvențe joase. Capacitățile parazite ale bobinei se pot lua în considerație prin acordul circuitului $C_2 - L_i$ la frecvența $\omega = \omega_A = \gamma$. În continuare se stabilește C_2 la valoarea nominală și cuplajul slab al bobinei parțiale L_1 se are în vedere prin acordul serie cu ajutorul bobinei L_2. Rezultă că această structură poate fi utilizată totdeauna ($0 \leqq \varphi < 90°$) cu toate că pentru $\varphi \geqq 45°$ sînt posibile realizări și fără bobine cuplate.

De bază pentru cazul $45° \leqq \varphi \leqq 60°$ sînt structurile cu bobine minime dublu T din fig. 10.28 și 10.29 cu toate că datorită greutăților de acord și celor datorate mărimii elementelor este necesar să se revină adesea la structurile din fig. 10.26 și 10.27. Toate aceste circuite prezintă pentru cazurile $\varphi \to 45°$ sau $\varphi \to 60°$ un element de valoare fie foarte mare fie foarte mică, ceea ce pentru cazul $\varphi \to 60°$ se poate înlătura cu ajutorul structurilor din fig. 10.23 și 10.24. De menționat, sînt cazurile limită propriu-zise respectiv $\varphi = 45°$ sau $\varphi = 60°$, care conduc la configurații foarte simple conform fig. 10.22 d și e și 10.25 și este indicat ca în procesul de aproximare dacă sîntem în apropierea acestor limite să se aibă în vedere acest lucru.

Pentru cazurile cele mai des întîlnite $60° \leqq \varphi < 90°$ se utilizează în mod avantajos circuitele fără cuplaj din fig. 10.20, 10.21 și 10.22. Referitor la mărimea elementelor există un parametru liber (alegerea parametrului m) care influențează valoarea bobinelor în circuitul din fig. 10.20 și condensatorii în fig. 10.22*a* cu cazuri importante la limită (fig. 10.22*d*, respectiv 10.22*e*). Din acest motiv circuitele din fig. 10.22*a* și 10.22*b* prezintă un mare interes pentru frecvențe joase, ținînd seama de numărul mic de bobine.

La realizarea fizică a circuitelor trebuie procedat totdeauna la acordul frecvențelor conform celor indicate în paragraful 10.9.

Criterii de acord pentru celule elementare trece-tot de grad $n = 4$

Din circuitul echivalent în punte diferențială (fig. 10.14) se poate deduce un criteriu de acord, care este valabil pentru toate tipurile de celule de grad $n = 4$.

Între bornele 1 și 2 se poate măsura frecvența de rezonanță (paralel) a reactanței X_I, iar între bornele 1/2 și 1′/2′ frecvența de rezonanță (serie) a reactanței X_{II}. În baza relațiilor (10.67), ambele frecvențe de rezonanță sînt egale și se obține o valoare care este valabilă pentru toate circuitele practice, respectiv :

$$\omega_{0I} = \omega_{0II} = \omega_A = \gamma$$

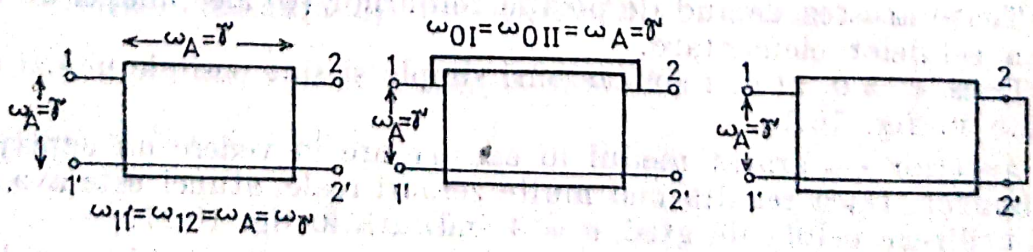


Fig. 10.34. Măsurarea frecvențelor de acord, pentru celulă trece tot ($n = 4$); *a*) Rezonantă paralel; *b*) Rezonantă serie.

a) Rezonanțe paralel $\omega_{11'} = \omega_{12} = \omega_A = \gamma$

b) Rezonanța serie $\omega_{11'} = \omega_A = \gamma$

Scanned with OKEN Scanner

Din cauza simetriei prescrierile sînt valabile și pentru bornele secundare.

Pentru impedanțele în gol și în scurt se obține :

$$X_{1g} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = X_{2g}$$

(deoarece $A_{11} = A_{22}$ și $A_{12} = A_{21}$).

În baza relațiilor (10.44) și (10.57) rezultă :

$$X_{1g} = X_{2g} = \frac{s^4 + (4s^2 + 2\gamma^2)s^2 + 4}{4\,s(s^2 + \gamma^2)} = \frac{1}{X_{1s}} = \frac{1}{X_{2s}}$$

Impedanțele măsurate în gol prezintă deci un pol la frecvența $s^2 = -\gamma^2\,(\omega_A = \gamma)$ și impedanțele măsurate în scurt un zerou, la $s^2 = -\gamma^2(\omega_A = \gamma)$.

Prescrierile de acord sînt indicate în fig. 10.34.

10.8. APROXIMAREA

Problema aproximării funcției timpului de propagare de grup, pornește de la rezolvarea problemei generale respective.

Fiind dată într-un domeniu de frecvență $[\omega_1, \omega_2]$ funcția dorită $F_D(\omega)$, se impune ca aceasta să fie aproximată printr-o funcție $F(\omega, x_k)$ prin variația parametrilor x_k astfel încît integrala

$$I(x_k) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} [F(\omega, x_k) - F_D(\omega)]^2\,d\omega \stackrel{!}{=} Min \qquad (10.101)$$

$(k = 1,2,\ldots k)$

Dacă funcția dorită este dată numai prin puncte discrete, atunci trebuie căutat minimumul funcției :

$$S(x_k) = \sum_{\nu=1}^{m} [F(\omega_\nu, x_k) - F_D(\omega_\nu)]^2 \stackrel{!}{=} Min \qquad (10.102)$$

Pentru rezolvare se impune condiția ca derivatele parțiale ale sumei în raport cu parametrii x_k să fie nule și se obține sistemul de ecuații

$$\frac{\partial S(x_k)}{\partial x_k} = f_k(x_k) = 0 \quad (k = 1,2,\ldots, k) \qquad (10.103)$$

Sistemul este format din k ecuații cu k necunoscute, respectiv parametrii x_k care pot fi determinați.

Sistemul de ecuații este linear numai dacă funcția $F(\omega, x_k)$ este o funcție liniară. În general nu acesta este cazul și sistemul de ecuații neliniare, trebuie mai întîi linearizat.

Aceasta se poate obține cu ajutorul procedeului Newton pentru mai multe variabile. Cu ajutorul acestui procedeu este posibil plecînd de

la o soluție aproximativă x_k să se formeze un sistem de ecuații liniare în funcție de factori de corecție $\Delta x^{(0)}$, factori cu ajutorul cărora să se îmbunătățească soluția.

Rezultă un procedeu iterativ de aproximare, care converge dacă se utilizează aproximări suficient de bune. Linearizarea se obține utilizînd seriile Taylor respectiv

$$f_k(x_k) = f_k(x_k^{(0)}) + \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{\mathrm{d}^{\mu} f_k}{\mu!} \tag{10.104}$$

Dacă aproximarea $f_r(x_k^{(0)})$ este suficient de bună din dezvoltarea Taylor se poate opri numai termenul care conține derivata întîi și sistemul de ecuații poate fi format astfel :

$$f_k(x_k^{(0)}) + \sum_{\rho=1}^{k} \frac{f_k}{x_\rho} \Big| \Delta x_\rho^{(0)} \approx 0$$

$$x_\rho = X_\rho^{(0)} \tag{10.105}$$

Sistemul este format din k ecuații ($k = 1 \ldots k$), cu k necunoscute $\Delta x_\rho^{(0)}$ și soluția permite obținerea unor aproximări îmbunătățite date de :

$$x_\rho^{(1)} = x_\rho^{(0)} + \Delta x_\rho^{(0)} \tag{10.106}$$

Dacă $\tau_D(\omega_\nu)$ este funcție timp de propagare de grup dorită și $\tau(\omega, x_k)$ funcție timp de propagare de grup îmbunătățită atunci în baza relațiilor (10.102) și (10.103) se obține :

$$\sum_{\nu=1}^{n} [\tau(\omega_\nu, k_k) - \tau_D(\omega_\nu)] \frac{\partial \tau}{\partial x_k} = 0 \tag{10.107}$$

Din relațiile 10.58, rezultă pentru funcția de timp de propagare de grup, funcția aproximantă :

$$\tau(\omega, x_k) = \sum_{\sigma=1}^{p} \frac{2\alpha_\sigma}{\omega^2 + \alpha_\sigma^2} + \sum_{\varphi=1}^{r} \left[\frac{2\alpha_\varphi}{(\omega - \beta_\varphi)^2} + \frac{2\alpha_\varphi}{(\omega + \beta_\varphi)^2 + \alpha_\varphi^2} \right] + \tau_0 \tag{10.108}$$

și parametrii care pot fi aleși liber

$$x_k (k = 1, 2, \ldots, k = s + 2p + 1)$$

sînt formate din α_σ părți reale ale celor p — zerouri reale ale funcției $H(s)$, precum și r perechi (α_φ și β_φ) formate din partea reală și cea imaginară a celor r zerouri complex conjugate ale funcției $H(s)$. τ_0 este o parte constantă a timpului de propagare de grup care poate compensa nivelul funcției dorite dacă aceasta nu a fost aleasă corespunzător.

Singura limitare a parametrilor care poate fi însă ușor controlabilă o constituie condiția $\alpha > 0$ pentru realizabilitatea fizică.

Scanned with OKEN Scanner

Din relaţiile (11.105) şi (11.106) rezultă sistemul de ecuaţii necesar să fie rezolvat

$$\sum_{\nu=1}^{n}(\tau-\tau_0)\frac{\partial\tau}{\partial x_k}+\sum_{\rho=1}^{k}\left\{\left[\sum_{\nu=1}^{n}\frac{\partial\tau}{\partial x_k}\frac{\partial\tau}{\partial x_\rho}\right]\right\}+\Delta x_\rho^{(0)}\approx 0 \qquad (10.109)$$

k este indexul pentru linii şi ρ indexul pentru coloane.

Derivatele parţiale ale funcţiei $\tau(\omega, x_k)$, din relaţia (10.108) în raport cu parametrii corespunzători sînt :

$$\frac{\partial\tau}{\partial\alpha_\sigma}=\frac{\omega^2-2\alpha_\sigma^2}{(\omega^2+\alpha_\sigma^2)^2}$$

$$\frac{\partial\tau}{\partial\alpha_\varphi}=\frac{2N_1-4\alpha_\varphi^2}{N_1^2}+\frac{2N_2-4\alpha_\varphi^2}{N_2^2}$$

unde :

$$N_1=(\omega-\beta_\varphi)^2+\alpha_\varphi^2$$

şi

$$N_2=(\omega+\beta_\varphi)^2+\alpha_\varphi^2$$

$$\frac{\partial\tau}{\partial\beta_\varphi}=4\alpha\left[\frac{\omega-\beta_\varphi}{N_1^2}-\frac{\omega+\beta_\varphi}{N_2^2}\right)$$

$$\frac{\partial\tau}{\partial\tau_0}=1 \qquad (10.110)$$

Cu valorile $\Delta x_\rho^{(0)}$ calculate pe baza sistemului de ecuaţii (10.109) se poate îmbunătăţi soluţia (10.106) şi iteraţia se continuă pînă cînd suma din relaţia (10.102) îndeplineşte condiţia impusă pentru calitatea aproximării.

Procedeul expus este uşor programabil.

10.9. DISTORSIUNILE DE ATENUARE ALE CORECTORILOR DE TIMP DE PROGRAMARE DE GRUP

Corectorii de timp de propagare de grup au fost proiectaţi ca fiind realizaţi din elemente LC, neţinîndu-se seama că acestea nu sînt elemente ideale şi prezintă pierderi. Ca urmare celulele corectoare nu mai pot fi considerate ca celule trece tot, deoarece introduc atenuare în banda de trecere.

Factorul de calitate al bobinei este definit astfel :

$$Q_L(\omega)=\operatorname{tg}\delta_L=\frac{\omega L}{r}=\frac{\omega}{d} \qquad (10.111)$$

unde r este rezistenţa de pierderi a inductanţei.

Prin analogie pentru un condensator se defineşte

$$Q_c(\omega)=\frac{\omega C}{g}=\frac{\omega}{\psi}=\operatorname{tg}\delta_c \qquad (10.112)$$

g fiind admitanţa de pierderi a capacităţii C.

De regulă pierderile condensatoarelor sînt mai mici decît ale inductanţelor şi deci ψ se poate neglija în comparaţie cu $d(\psi \approx 0)$.

Reactanţa unei inductanţe cu pierderi poate fi descrisă de transformarea de frecvenţă :

$$s_v \cdot L = sL + r = L\left(s + \frac{r}{L}\right) = L(s + d) \tag{10.113}$$

După cum s-a văzut, calculele corectoare de timp de propagare fiind cuadripoli simetrici, proprietăţile de transmisie pot fi calculate dacă se cunosc reactanţele punte X_I şi X_{II}.

Reactanţele punte pentru celulele de ordinul I şi ordinul doi sînt ilustrate în fig. 10.34.

Reactanţele punte rezultă :

pentru ordinul $n = 2$ pentru $n = 4$

$$a) \quad X_I(s) = sL = \frac{s}{\alpha} = \frac{1}{X_{II}(s)} \qquad X_I(s) = \frac{1}{X_{II}(s)} = \frac{1}{C_I s + \frac{1}{L_I s}} \quad b)$$

$$= \frac{1}{\frac{s}{2\alpha} + \frac{\gamma^2}{2\alpha s}} = \frac{2\alpha s}{s^2 + \gamma^2} \tag{10.114}$$

Dacă în relaţia (10.114) se introduce transformarea (10.113) se obţine :

$$\frac{1}{Z_I(s)} = \frac{s}{2\alpha} + \frac{\gamma^2}{2\alpha}\,\frac{1}{s + d}$$

$$Z_{II}(s) = \frac{s + d}{2\alpha} + \frac{\gamma^2}{2\alpha}\,\frac{1}{s} \tag{10.115}$$

Funcţia de transmisie $H(s)$ pentru cazul celulei reactive (fără pierderi) simetrice este :

$$H(s) = \frac{[1 + X_I(s)][1 + X_{II}(s)]}{X_{II}(s) - X_I(s)} \tag{10.116}$$

Pentru cazul reactanţelor cu pierderi, relaţia (10.116), ţinînd seama de (10.114*b*) devine :

$$H_r(s) = \frac{\left[1 + Z_{II}(s)\right]\left[1 + Z_{II}(s) + \frac{d}{s}\right]}{Z_{II}^2(s) - \left(1 + \frac{d}{s}\right)} \tag{10.117}$$

Deoarece $a(\omega) = \ln H_r(j\omega)$

şi presupunînd că $\frac{d}{\gamma} \geqslant \frac{1}{Q}$

Scanned with OKEN Scanner

(unde α și γ sînt partea reală și modulul unui zerou) fig. 10.5 se obține :

$$a(\omega) \approx \frac{\gamma}{\alpha Q} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2}{4\alpha^2}\left(\frac{\omega}{\gamma} - \frac{\gamma}{\omega}\right)^2} \text{ (Np)} \qquad (10.118)$$

Dependența de frecvență a atenuării în cazul unei celule de grad n=4, este ilustrată în fig. 10.35.

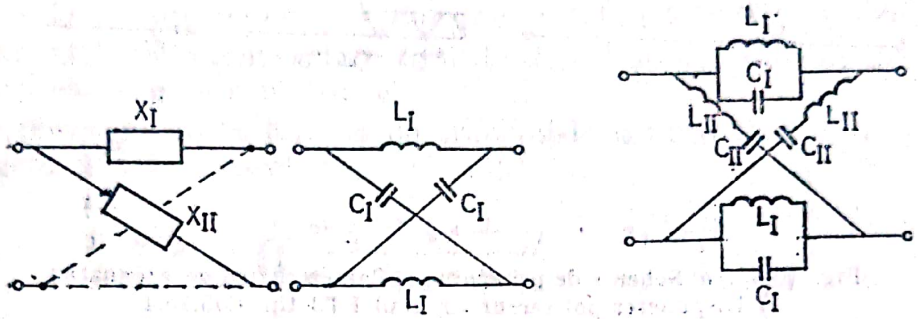


Fig. 10.35. Celule trece tot de ordinul I și II.

Cazul $n = 2$

Ținînd seama de transformarea 10.113 pentru cazul celulei de grad $n = 2$, rezultă :

$$Z_I(s) = \frac{1}{\alpha}(s + d), \quad Z_{II}(s) = \frac{\alpha}{s} \qquad (10.119)$$

În cazurile practice $\frac{d}{\alpha} \ll 1$ și rezultă :

$$a(\omega) = \frac{d}{\alpha} \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\alpha^2}} \qquad (10.120)$$

cu un máxim dat de $a(0) \approx \frac{d}{\alpha} = \frac{r}{2}$ (Np)

Dependența de frecvență a atenuării în acest caz este ilustrată în fig. 10.36

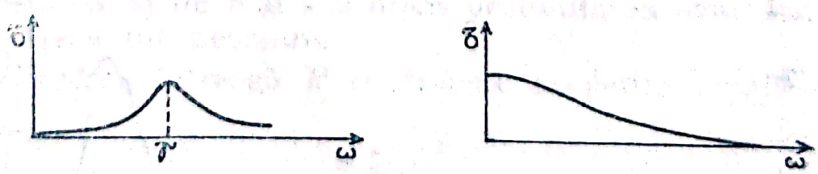


Fig. 10.36. Atenuarea datorată pierderilor, a celulei corectoare $a(n=2)$; $b(n=4)$.

10.10 EXEMPLE

Exemplul 10.1

În vederea ilustrării modului de calcul al unui corector de timp de propagare de grup se propune să se corecteze caracteristica de timp de propagare de grup a unui FTJ de tip Cauer respectiv C05.15.48. În banda de trecere cuprinsă între 0 și 6 MHz timpul de propagare al filtrului corectat nu trebuie să varieze cu mai mult de ± 1 ns.

Filtrul este închis pe rezistența de închidere de 150.

Soluție

Schema de principiu caracteristică de atenuare frecvență și dispunerea pol-zerourilor este ilustrată în fig. 10.37.

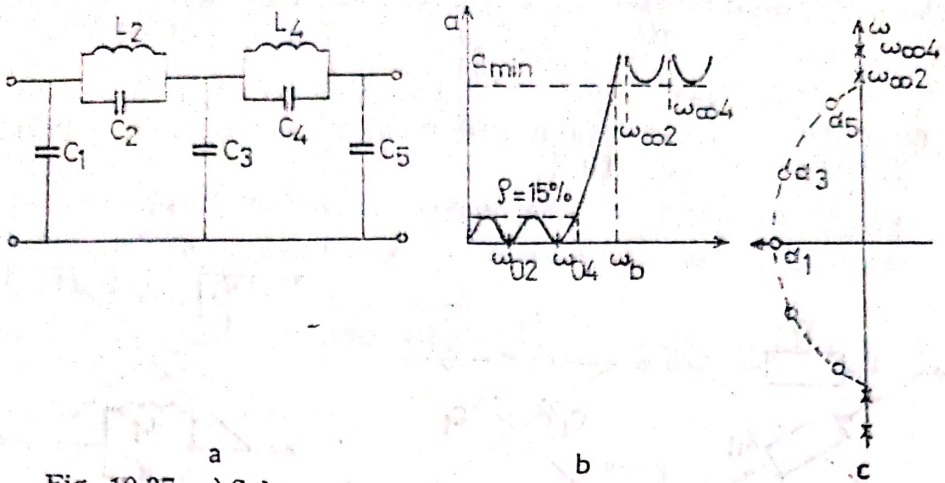


Fig. 10.37. *a*) Schema de principiu ; *b*) Caracteristica de atenuare ; *c*) Dispunerea pol-zerourilor unui FTJ tip C05.15.48.

Valorile normate ale elementelor și ceilalți parametrii ai filtrului sînt :

$C_1 = 0{,}9834$ $\quad L_2 = 1{,}1606$ $\quad \omega_{02} = 0{,}662918$ $\quad a_{min} = 36{,}6\text{dB}$

$C_2 = 0{,}20911$ $\quad L_4 = 0{,}802565$ $\quad \omega_{04} = 0{,}96696$

$C_3 = 1{,}52876$ $\quad \omega_{\infty_2} = 2{,}02986$ $\quad C = 12{,}17171$

$C_4 = 0{,}6434$ $\quad \omega_{\infty_4} = 1{,}39161$

$C_5 = 0{,}704588$

$-\alpha_1 = 0{,}697142$;

$-\alpha_3 = 0{,}406289$; $\quad \pm\beta_3 = 0{,}814096$

$-\alpha_5 = 0{,}098797$; $\quad \pm\beta_5 = 1{,}061217$

Timpul de propagare de grup se calculează în baza relației :

$$\tau_g = \frac{-\alpha_1}{\alpha_1^2 + \omega^2} - \frac{-\alpha_\nu}{\alpha_\nu^2 + (\omega - \beta_\nu)^2} + \frac{-\alpha_\nu}{\alpha_\nu^2 + (\omega + \beta_\nu)^2} \qquad (10.121)$$

Dependența de frecvență a timpului de propagare de grup al FTJ tip C051548, calculate în baza relației (10.129) și datelor filtrului este arătată în fig. 10.38.

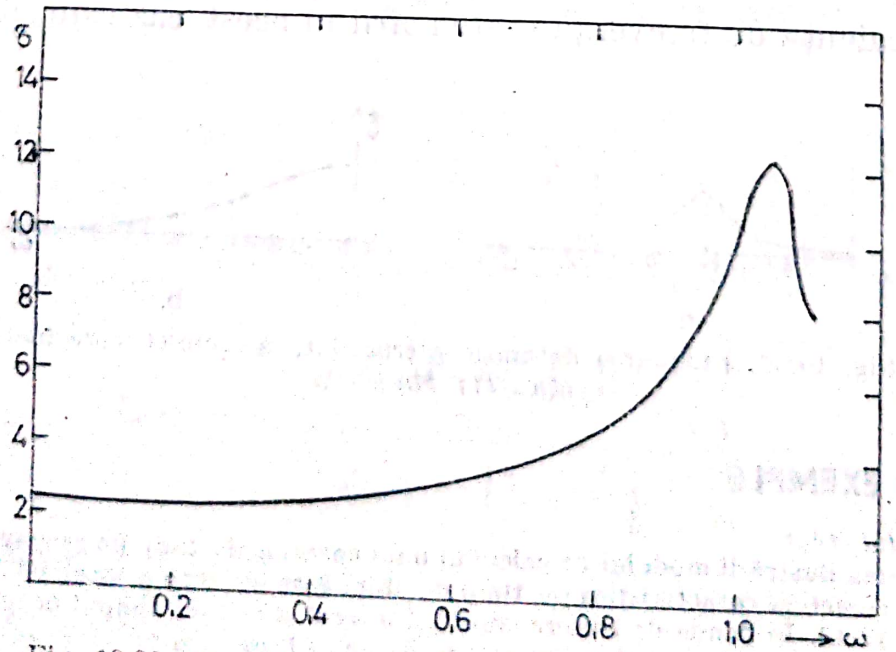


Fig. 10.38. Timpul de propagare de grup a FTJ C05.10.48.

Distorsiunile de timp de propagare, ce trebuie corectate rezultă între valoarea maximă a funcției $\tau_g(\omega)$ care se obține în punctul $\omega = 1$ și valoarea minimă care este la frecvența $\omega = 0$. În cazul de față

$$\Delta\tau = \tau_{max} - \tau_{min} = \tau(\omega = 1) - \tau(\omega = 0) \approx 7{,}4$$

Problema constă în dimensionarea unor celule trece tot, astfel încît acestea conectate în cascadă cu FTJ, în banda de frecvență transmisă ($0 \leqslant \omega \leqslant 1$) să aproximeze o valoare constantă τ_0(fig. 10.39).

Mai întîi trebuie apreciate tipurile de celule de corector de timp de propagare care trebuie utilizate.

Se pornește de la funcția de transmisie a unui lanț de celule trece tot de gradul doi, respectiv :

$$H(s) = \prod_{\nu=1}^{n} \frac{s^2 + 2\alpha_\nu s + \gamma_\nu}{s^2 - 2\alpha_\nu s + \gamma_\nu} \qquad \begin{matrix} \alpha_\nu > 0 \\ \gamma_\nu = \alpha_\nu^2 + \beta_\nu^2 \end{matrix}$$

Timpul de propagare introdus de aceste celule este :

$$\tau(\omega) = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{2\alpha_\nu}{\alpha_\nu^2 + (\omega - \beta_\nu)^2} + \frac{2\alpha_\nu}{\alpha_\nu^2 + (\omega + \beta_\nu)^2} \qquad (10.122)$$

După cum s-a arătat, curbele reprezentate de relația (10.122) rezultă prin translatarea cu valoarea $\pm\beta_\nu$ în direcția ω, a curbelor elementare arătate în fig. 10.9 *a* căror expresie este :

$$\tau_e = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \qquad (10.122)$$

Funcția (10.122) posedă două proprietăți importante :

a) Valoarea suprafeței de sub curbă este 2π;

b) Valoarea maximumului, dispus la frecvența $\omega = 0$, are valoarea $2/\alpha$.

Evaluarea numărului de celule

Proprietatea *a*) de mai sus oferă posibilitatea evaluării numărului n de celule trece tot necesare.

Din suprafața întreagă F ce trebuie acoperită rezultă :

$$n \geqq \frac{F}{2\pi}$$

Timpul de propagare dorit să fie aproximat (τ_d) și realizat de corector rezultă în baza relației

$$\tau_d = \tau_0 - \tau_f(\omega) \qquad (10.123)$$

unde τ_{TJ} este timpul de propagare de grup al FTJ, iar τ_0, o valoare constantă ce trebuie aproximată. Valoarea inițială pentru τ_0 ținînd seama de curba a) fig. 10.39 se alege $\tau_0 = 12$ și rezultă curba τ_d din fig. 10.39.

Scanned with OKEN Scanner

Din fig. 10.39 se observă că dacă se aproximează suprafața de sub curbă cu valoarea maximă (a dreptunghiului care o încadrează, aceasta are valoarea 9).

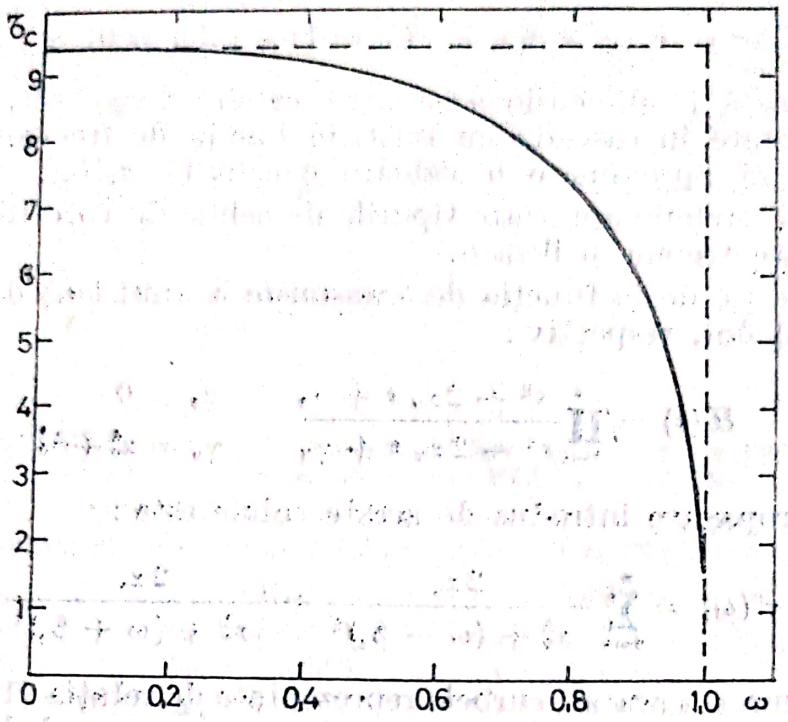


Fig. 10.39. Timpul de propagare de grup τ_d.

Numărul de celule necesare rezultă

$$N \geqslant \frac{F}{2\pi} = \frac{9}{2\pi} = 1{,}45$$

Se alege valoarea întreagă imediat superioară respectiv $N = 2$.

Stabilirea soluției inițiale

În vederea utilizării programului de optimizare este necesar să fie cunoscute valorile aproximative ale parametrilor α_1, α_2 și β_1, β_2.

Parametrii $\alpha_\nu (\nu = 1,2)$ se pot aprecia în baza proprietății *b*) respectiv :

$$\alpha_\nu = \frac{2}{\tau_0 - \tau_{min}} = \frac{2}{12 - 2{,}6} = \frac{2}{9{,}4} \text{ ; Se alege } \alpha_{1,2} = 0{,}2$$

Prin τ_{min} s-a notat valoarea minimă a timpului de propagare de grup a FTJ.

Valorile pentru parametrii β_ν se aleg inițial corespunzător punctelor dispuse echidistant în intervalul de aproximat, $0 \leqslant \omega \leqslant 1$, respectiv :

$$\beta_1 = 0{,}25 \; ; \quad \beta_2 = 0{,}75$$

Acum se poate formula problema optimizării.

Se stabilește numărul de puncte (m) în care se evaluează valoarea timpului de propagare dorit, exprimat de relația (10.123) ; respectiv

$$\tau_d(\omega_i) = \tau_0 - \tau_{TJ}(\omega_i) \qquad (10.124)$$

Pentru acest exemplu se alege $m = 15$.

Se alege criteriul de aproximare (abaterea medie pătratică sau Cebîşev).

Dacă se alege criteriul minimizării abaterii medii pătratice se obţine :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{m} (\omega_i,\ \alpha_1,\ \alpha_2,\ \beta_1,\ \beta_2) - \tau_d(\omega_i)]^2 \qquad (10.125)$$

unde prin τ s-a notat timpul exprimat prin relaţia (10.121) iar prin τ_d cel exprimat de relaţia (10.123).

Vectorul parametrilor x_i conţine drept componente parametrii α_1, α_2, β_1, β_2 şi $\Delta\tau_0$.

Pentru creşterea rapidităţii convergenţei algoritmului de optimizare a funcţiei $E(X)$ exprimată prin relaţia (10.125) se calculează componentele gradientului. Timpul de propagare τ_0 a fost ales iniţial $\tau_0 = 12$. Pentru ca valoarea acestuia să poată fi optimizată se introduce parametrul $\Delta\tau_0$, cu valoarea iniţială $\Delta\tau_0 = 0$.

Expresia funcţiei eroare este în acest caz :

$$\Delta\tau_d(\omega,\ X) = \tau(\omega,\ \alpha,\ \beta) - \Delta\tau_0 - \tau_d$$

Pentru expresiile derivatelor parţiale rezultă :

$$D_\nu(\omega) = \frac{\Delta\tau(\omega,\ X)}{\partial\alpha_\nu} = 2\,\frac{-\alpha_\nu^2 + (\omega - \beta_\nu)^2}{[\alpha_\nu^2 + (\omega - \beta_\nu)^2]^2} + 2\,\frac{-\alpha_\nu^2 + (\omega + \beta_\nu)^2}{[\alpha_\nu^2 + (\omega + \beta_\nu)^2]^2}$$

$$D_{N+\nu}(\omega) = \frac{\Delta\tau(\omega, X)}{\partial\beta_\nu} = 4\,\frac{\alpha_\nu(\omega - \beta_\nu)}{[\alpha_\nu^2 + (\omega - \beta_\nu)^2]^2} - 4\,\frac{\alpha_\nu(\omega + \beta_\nu)}{[\alpha_\nu^2 + (\omega + \beta_\nu)^2]^2}$$

$$D_{2N+1}(\omega) = \frac{\partial\tau(\omega, X)}{\partial(\Delta\tau_0)} = -1$$

După efectuarea procesului de optimizare, cu ajutorul unui program de minimizare a funcţiei eroare s-au obţinut următoarele valori finale :

$$\tau_0 = 13$$

Componentele vectorului X :

$$\alpha_1 = 0{,}326 \qquad \beta_1 = 0{,}2337$$

$$\alpha_2 = 0{,}318 \qquad \beta_2 = 0{,}7075$$

iar pentru distorsiunile de timp de propagare 1,1 (Se încadrează valoarea impusă ± 1).

Cunoscînd valorile parametrilor α_1, β_1 şi α_2, β_2 se calculează valorile elementelor celulelor corectoare de timp de propagare de grup.

Ţinînd seama de valoarea parametrilor α şi β rezultă că celula corespunzătoare parametrilor α_1, β_1 este de tipul ilustrat în fig. 10.17 iar cea corespunzătoare lui α_2, β_2 este de tipul ilustrat în fig. 10.22.

Scanned with OKEN Scanner

Folosind relațiile din fig. 10.17 și fig. 10.22*b* se obțin celulele din fig. 10.40.

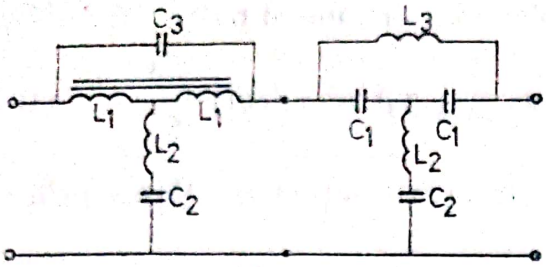


Fig. 10.40. Celule corectoare rezultate.

Pentru valorile normate ale elementelor rezultă:

Celula 1		*Celula 2*	
$L_1 = 2{,}013$	$L_2 = 0{,}76626$	$C_1 = 1{,}634$	$L_2 = 0{,}81717$
$C_3 = 0{,}76626$	$C_2 = 8{,}0558$	$L_3 = 2{,}0597$	$C_2 = 5{,}5687$

Caracteristica timpului de propagare de grup realizată de celulele corectoare este arătată în fig. 10.41 curba *a*), iar curba de eroare rezultată este reprezentată de curba *b*)

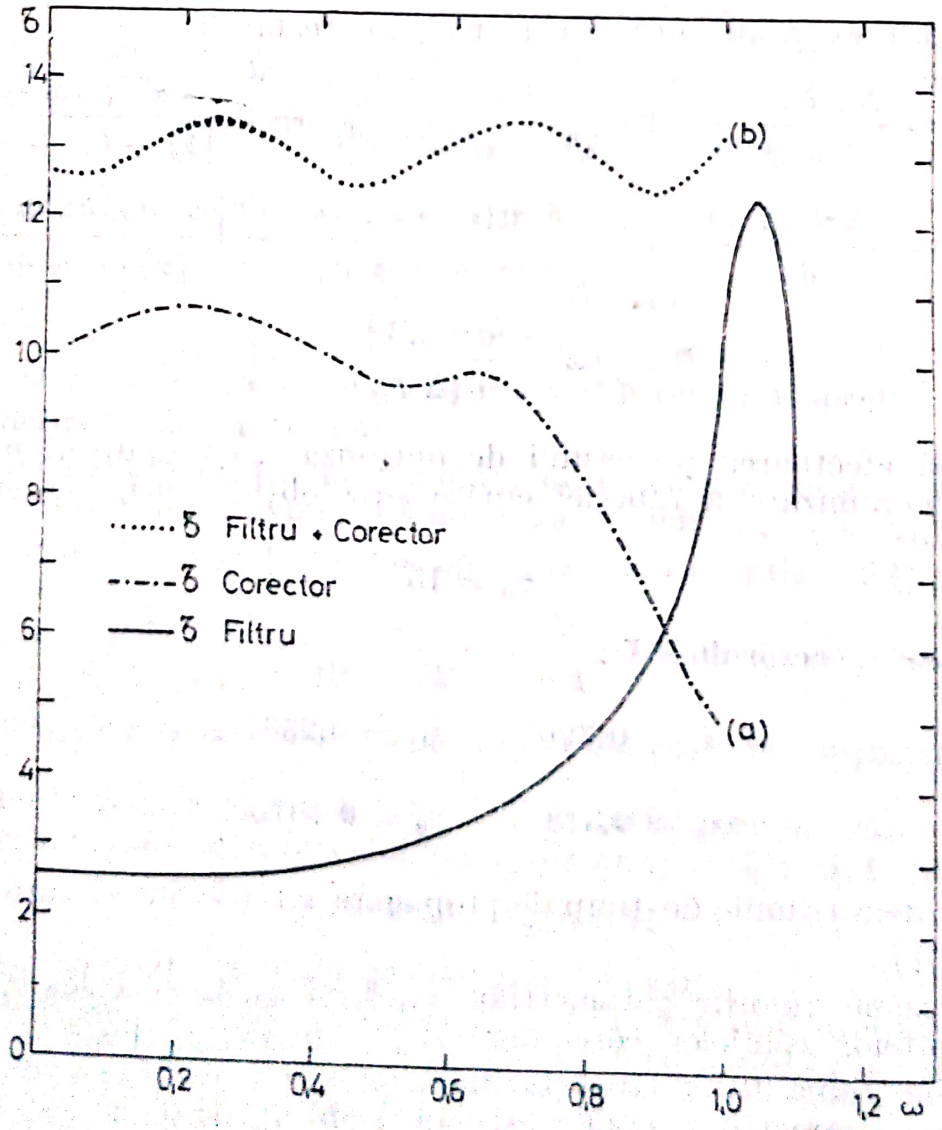


Fig. 10.41. Caracteristica rezultată.

Scanned with OKEN Scanner

Denormarea parametrilor

Valorile L_0, C_0 și τ_0 se calculează în baza relațiilor [1, Cap. 1]:

$$L_0 = \frac{R_0}{\omega_0} = \frac{150\ \Omega}{2\pi 6 \cdot 10^6\ \text{Hz}} = 3{,}981\ \mu\text{H}$$

$$C_0 = \frac{1}{R_0\omega_0} = \frac{1}{150\Omega \cdot 2\pi\ 6 \cdot 10^6\ \text{Hz}} = 176{,}928\ \text{pF}$$

$$\tau_0 = \frac{1}{\omega_0} = \frac{1}{2\pi \cdot 6 \cdot 10^6\,\text{Hz}} = 26{,}539\ \text{ns}.$$

Ținînd seama că celulele corectoare trebuie să lucreze adaptat cu FTJ pe care-l conectează, rezultă că rezistențele de închidere sînt de asemenea 150Ω și valorile nominale calculate mai sus sînt valabile și pentru FTJ și pentru celulele corectoare.

În aceste condiții eroarea totală a timpului de propagare corectat este

$$\Delta\tau = 26{,}539\ \text{ns} \times 1 = 26{,}539\ \text{ns}$$

ceea ce se încadrează în valoarea de 30 ns impusă inițial.

Pentru valorile denormate ale elementelor celulelor rezultă:

Celula 1

$L_1 = 2{,}013 \times 3{,}981\ \mu\text{H} = 8{,}014\ \mu\text{H}$

$L_2 = 3{,}05\ \mu\text{H}$

$C_2 = 8{,}0558 \times 176{,}928\ \text{pF} = 1425{,}3\ \text{pF}$

$C_3 = 135{,}57\ \text{pF}$

Celula 2

$C_1 = 281{,}1\ \text{pF}$

$L_2 = 8{,}2\ \mu\text{H}$

$C_2 = 985{,}26\ \text{pF}$

$L_3 = 3{,}253\ \mu\text{H}$

Scanned with OKEN Scanner

11.

Corectori de amplitudine

11.1. GENERALITĂȚI

Pentru egalizarea unei caracteristici de atenuare sau simularea acesteia se folosesc aproape în exclusivitate circuite de impedanță constantă care de regulă sînt realizate sub forma unor celule T-podit. Aceste circuite sînt folosite pentru egalizarea caracteristicii de amplitudine a cablelor pentru transmisiuni de bandă largă, pentru compensarea efectului pierderilor bobinelor utilizate pentru filtre, rețele de preaccentuare etc.

În proiectarea circuitelor corectoare de amplitudine ca și în cazul filtrelor și celorlalte tipuri de circuite se disting patru etape :

— Stabilirea condițiilor necesare și suficiente pentru funcțiile care descriu rețelele respective ;

— Aproximarea condițiilor impuse cu funcții fizic realizabile ;

— Procedeul de realizare a funcției determinate ;

— Luarea în considerare a realizării practice respectiv a cuplajelor parazite, pierderilor bobinelor, capacităților parazite, abaterilor elementelor etc.

11.2. CUADRIPOLI DE IMPEDANȚĂ CONSTANTĂ

Condițiile necesare și suficiente pentru realizabilitatea fizică a funcției de transmisie a unui cuadripol pasiv. linear de impedanță constantă se deduc din cele stabilite pentru cuadripoli pasivi generali.

Mărimea cea mai importantă care caracterizează cuadripolul, ca și în cazul filtrelor este funcție de transmisie $H(s)$, care reprezintă același raport dintre puterea maximă $P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_1}$ ce o poate ceda generatorul și puterea ce se obține pe sarcină respectiv produsul $U_2 I_2$ (fig. 11.1) :

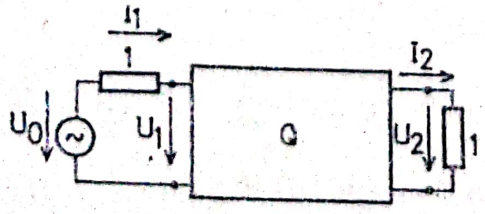


Fig. 11.1. Cuadripol definit prin parametrii de lucru :

$$H(s) = \sqrt{\frac{P_{max}}{U_2 I_2}} \qquad (11.1)$$

În funcție de parametrii lanț [1], funcția de transmisie (cazul $R_1 = R_2 = 1$) este :

$$H(s) = \frac{1}{2}\,[A_{11}(s) + A_{12}(s) + A_{21}(s) + A_{22}(s)] \tag{11.2}$$

unde $s = \sigma + j\omega$, iar atenuarea de lucru

$$a(\omega) = \ln|H(j\omega)|$$

și faza

$$b(\omega) = \text{arc}\ H(j\omega) \tag{11.3}$$

Pentru a putea stabili elementele matricei de dispersie, mai trebuie determinați coeficienții de reflexie ρ_1 și ρ_2 respectiv :

$$[S] = \begin{bmatrix} \rho_1 & \frac{1}{H_1} \\ \frac{1}{H} & \rho_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_1}{H} & \frac{1}{H} \\ \frac{1}{H} & \frac{K_2}{H} \end{bmatrix} \tag{11.4}$$

unde

$$\rho_1 = \frac{Z_1 - 1}{Z_1 + 1} \qquad \rho_2 = \frac{Z_2 - 1}{Z_2 + 1} \tag{11.5}$$

și funcția caracteristică

$$K_1 = \frac{1}{2}\,[A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22})$$

$$K_2 = \frac{1}{2}\,[-A_{11} + A_{12} - A_{21} + A_{22}] \tag{11.6}$$

În cazul unui cuadripol de impedanță constantă

$$\rho_1 = \rho_2 = 0 \text{ și deci } K_1 = K_2 = 0$$

și rezultă pentru condițiile de realizabilitate fizică.

Condițiile necesare și suficiente ca funcție de transmisie

$$H(s) = \frac{E(s)}{G(s)} \tag{11.7}$$

a unui cuadripol de impedanță constantă să fie fizic realizabil sînt :

A1) $\frac{1}{H}$ trebuie să fie o funcție Hurwitz, adică $E(s)$ să fie un polinom Hurwitz

A2) Pentru Re $s = 0$ $HH^* \geqslant 1$ adică

$|H(j\omega)| \geqslant 1$ pentru frecvențe reale

Matricea de repartiție S are în acest caz următoarea formă :

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1/H \\ 1/H & 0 \end{bmatrix} \tag{11.8}$$

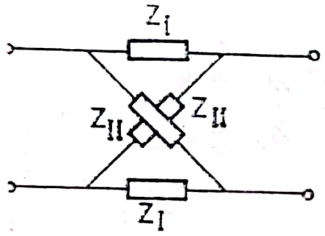
iar matricea impedanță și lanț rezultă :

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{H^2+1}{H^2-1} & \frac{2H}{H^2-1} \\ \frac{2H}{H^2-1} & \frac{H^2+1}{H^2-1} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\left(H+\frac{1}{H}\right) & \frac{1}{2}\left(H-\frac{1}{H}\right) \\ \frac{1}{2}\left(H-\frac{1}{H}\right) & \frac{1}{2}\left(H+\frac{1}{H}\right) \end{bmatrix} \tag{11.9}$$

Cuadripolul rezultă în acest caz autodual adică și simetric și antisimetric respectiv :

$$A_{11} = A_{22} \text{ și } A_{12} = A_{21}$$

În [1] s-a arătat că orice cuadripol simetric are un echivalent sub formă de punte (celulă X) cu impedanțele punte duale respectiv :



$Z_{II} = Z_I^{-1}$ Fig. 11.2. Circuit punte, echivalent al unui cuadripol simetric.

Matricea impedanță a circuitului din fig. 11.2 este de forma :

$$Z = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} Z_I + \frac{1}{Z_I} & \frac{1}{Z_I} - Z_I \\ \frac{1}{Z_I} - Z_I & Z_I + \frac{1}{Z_I} \end{bmatrix} \tag{11.10}$$

Ținînd seama de relațiile (11.9) și (11.7) rezultă

$$Z_I(s) = \frac{H(s)-1}{H(s)+1} = \frac{E(s)-G(s)}{E(s)+G(s)} \tag{11.11}$$

unde $Z_I(s) = \dfrac{Q(s)}{V(s)}$ este raportul a două polinoame reale fără factor comun.

Condiția de realizabilitate B. Condițiile necesare și suficiente ca funcția $Z_I(s) = Q(s)/V(s)$ să fie o funcție impedanță sînt :

*B*1) $Q(s) + \alpha V(s)$ să fie un polinom Hurwitz (α este o constantă pozitivă, în acest caz $\alpha = 1$)

*B*2) Pentru $\mathrm{Re}\, s = 0$ $\mathrm{Re}[QV^*] \geqslant 0$ adică $\mathrm{Re}\left[\dfrac{Q}{V}\right] \geqslant 0$

Scanned with OKEN Scanner

După obținerea funcției $H(s)$ care corespunde condițiilor $A1$ și $A2$, aceasta se poate realiza printr-un procedeu cunoscut de sinteza (dipolilor) funcției $Z(s)$, din relația (11.11).

11.3. CIRCUIT T-PODIT – DE IMPEDANȚĂ CONSTANTĂ

Cel mai cunoscut circuit de impedanță constantă, asimetric față de masă este circuitul T — podit fig. 11.3.

Rezistențele din brațul serie, pentru cazul circuitului de impedanță constantă ($\rho_1 = \rho_2 = 0$) sînt egale cu rezistențele de închidere $R_1 = R_2 = 1$.

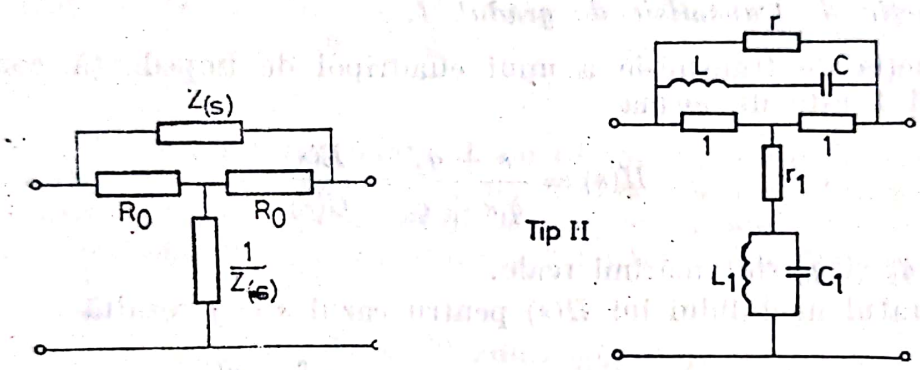


Fig. 11.3. Circuit T-podit de impedanță constantă.

În baza teoremei lui Bartlett-Brune [1] se poate arăta că circuitul T—podit (fig. 11.3) este echivalent cu circuitul punte (fig. 11.2), cu condiția ca

$$\frac{1}{Z_I(s)} = 1 + \frac{2}{Z(s)} \tag{11.12}$$

Din relațiile (11.11) și (11.12) se obține relația foarte importantă pentru proiectarea circuitului :

$$H(s) = 1 + Z(s) \tag{11.13}$$

Dacă condițiile de realizabilitate A) și B) se transpun impedanței $Z(s) = H(s) - 1$ se obțin condițiile de realizabilitate fizică ale funcției de transmisie $H(s)$ cu ajutorul circuitului T-podit (fig. 11.3).

Condițiile necesare și suficiente ca o funcție reală și rațională

$$H(s) = \frac{E(s)}{G(s)}$$

să fie realizabilă prin intermediul unui circuit pasiv-linear reciproc de tip T-podit (fig. 11.3) sînt :

$C1)$ $\dfrac{1}{H(s)}$ trebuie să fie o funcție Hurwitz

adică $E(s)$ să fie un polinom Hurwitz ;

C2) Pentru $\mathrm{Re}\, s = 0$ rezultă $\mathrm{Re}\, H(s) \geqslant 1$ adică $\mathrm{Re} H(j\omega) \geqslant 1$ pentru toate frecvențele reale.

Comparînd condițiile *C1*) și *C2*) cu *A1*), *A2*) se observă că în cazul realizării sub formă de T-podit condițiile impuse funcției de transmisie $H(s)$ sînt mai restrictive.

În baza relației (11.12) gradul funcției $H(s)$ este egal cu cel al impedanței $Z(s)$.

Condiția de realizabilitate fizică a circuitului T-podit fără cuplaj depinde de cele de realizabilitate fără cuplaj ale impedanței $Z(s)$.

11.4 CUADRIPOL DE IMPEDANȚĂ CONSTANTĂ DE GRADUL 1 ȘI 2

Funcția de transmisie de gradul 1.

Funcția de transmisie a unui cuadripol de impedanță constantă de gradul 1 este de forma

$$H(s) = \frac{s + q_2}{q_1 s + q_3} = \frac{E(s)}{G(s)} \tag{11.14}$$

unde q_1, q_2 și q_3 sînt mărimi reale.

Patratul modulului lui $H(s)$ pentru cazul $s = j$ rezultă

$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega)\, H(-j\omega) = \frac{\omega^2 + q_2^2}{q_1^2\omega^2 + q_3^2} \tag{11.15}$$

pentru frecvențele limită zero și infinit

$$|H(j0)| = H(0) = q_2/q_3$$

$$H(j\infty) = H(\infty) = 1/q_1 \tag{11.16}$$

Din condițiile de realizabilitate fizică *A* aplicată funcției $H(s)$ din relația 11.14 rezultă :

— Pentru ca $E(s)$ să fie un polinom Hurwitz trebuie ca $q_2 > 0$

— trebuie ca $H(j\omega)$ să fie mai mare ca 1 pentru orice frecvență deci și pentru frecvențele infinit și zero.

Ținînd seama de aceste condiții se deduce din condiția *A2*) respectiv din relațiile 11.16 :

$$|q_1| \leqslant 1 \qquad q_2 \geqslant q_3$$

Pe de altă parte pentru cazul unui cuadripol de impedanță constantă, asimetric față de masă, condițiile de realizabilitate ale funcției $H(s)$, *C1* și *C2* conduc la :

$$1)\ q_2 > 0$$

$$2)\ 0 \leqslant q_1 \leqslant 1 \qquad q_2 q_3 \geqslant q^2 \text{ respectiv} \tag{11.17}$$

$$0 \leqslant q_1 \leqslant 1 \qquad q_3 \geqslant 0 \qquad q_2 > q_3$$

Scanned with OKEN Scanner

Comparînd relaţiile (11.16) şi (11.17) rezultă că relaţiile (11.17) impun în plus condiţiile $q_1 \geqslant 0$ şi $q_3 \geqslant 0$ care nu prezintă nici-o influenţă asupra modulului funcţiei de transmisie $H(s)$ (relaţia 11.15).

Deoarece polii funcţiei de transmisie $H(s)$ daţi de relaţia $s_\infty = -\frac{q_3}{q_1}$, ţinînd seama de relaţia (11.17) se află dispuşi la semiplanul stîng s, rezultă că circuitele T-podit, de impedanţă constantă de gradul 1 sînt circuite de fază minimă.

Impedanţa din braţul transversal în baza relaţiilor (11.17) şi (11.18) este dată de relaţia :

$$Z(s) = H(s) - 1 = \frac{s + q_2}{q_1 s + q_3} - 1 = \frac{1 - q_1}{q_1} \frac{s + \frac{q_1 - q_3}{1 - q_1}}{s + \frac{q_3}{q_1}} \qquad (11.18)$$

În cazul funcţiilor impedanţă RL şi RC polii şi zerourile sînt simple şi alternează pe axa reală negativă a planului complex s. Prima singularitate din planul s (între zero şi infinit) este în cazul reţelelor RL un zerou iar în cazul reţelelor RC un pol. Din acest motiv funcţia $Z(s)$ pentru cazul

$$\frac{q_2 - q_3}{1 - q_1} < \frac{q_3}{q_1} \text{ adică } q_1 q_2 < q_3$$

rezultă că poate fi realizată printr-un dipol RL iar dacă

$$\frac{q_2 - q_3}{1 - q_1} > \frac{q_3}{q_1} \text{ adică } q_1 q_2 > q_3$$

printr-un dipol RC.

Dacă se iau în consideraţie şi cazurile limită din relaţia (11.17) rezultă pentru realizabilitatea impedanţei $Z(s)$ opt cazuri diferite şi aşa după cum se deduce şi din relaţia (11.13) pentru $H(j\omega)$ tot atîtea dependenţe

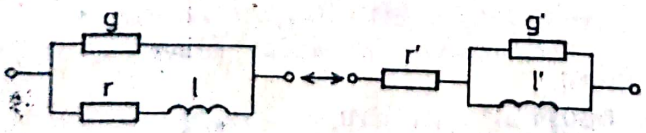
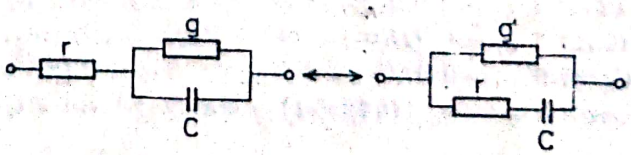


Fig. 11.4. Dipoli RL de gr. 1 — echivalenţi.

Fig. 11.5. Dipoli RC de gr. 1 — echivalenţi.



de frecvenţă. Aceste cazuri sînt rezumate în fig. 11.4, 11.5 şi 11.6. Pentru mărimile normate se vor folosi notaţiile r (rezistenţă ohmică), g(conductanţa), l (inductivitate) şi C(capacitate).

Cazul 1 — $q_1q_2 < q_3$ respectiv $[H(0) < H(\infty)]$

Cazul 2 — $q_1q_2 > q_3$ respectiv $[H(0) > H(\infty)]$

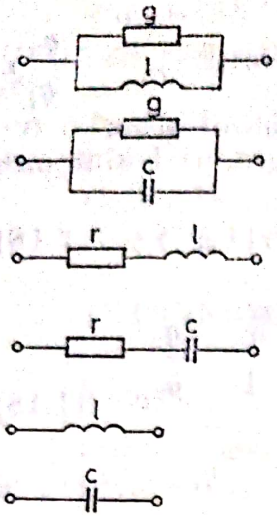


Fig. 11.6. Cazuri speciale ale impedanței $Z(s)$.

$$g = \frac{q_1}{1 - q_1} \qquad r = \frac{1 - q_1}{q_1}$$

$$r = \frac{(1 - q_1)(q_2 - q_3)}{q_3 - q_1q_2} \qquad g = \frac{q_1q_3}{q_1q_2 - q_3}$$

$$l = \frac{(1 - q_1)^2}{q_3 - q_1q_2} \qquad C = \frac{q_1^2}{q_1q_2 - q_3}$$

Dacă se notează

$$A = 1 + rg = 1 + r'g' \qquad B = 1 + rg = 1 + r'g$$

atunci: atunci:

$$g' = gA;\ r' = r\frac{1}{A};\ l' = l\frac{1}{A^2} \qquad r' = rB;\ g' = g\frac{1}{B};\ C' = C\frac{1}{B^2}.$$

Caz 3 (fig. 11.6, *a*): $q_1q_2 < q_3$ $q_2 = q_3$
Caz 4 (fig. 11.6, *b*): $q_1q_2 > q_3$ $q_1 = 0$
Caz 5 (fig. 11.6, *c*): $q_1q_2 < q_3$ $q_1 = 0$
Caz 6 (fig. 11.6, *d*): $q_1q_2 > q_3$ $q_3 = 0$
Caz 7 (fig. 11.6, *e*): $q_1q_2 < q_3$ $q_2 = q_3$ $q_1 = 0$
Caz 8 (fig. 11.6, *f*): $q_1q_2 > q_3$ $q_1 = 1$ $q_3 = 0$

În fig. 11.7 este ilustrată dependența de frecvență ω a atenuării

$$a(\omega) = 10 \lg |H(j\omega)|^2$$

în cele 8 cazuri distincte de realizare a impedanței $Z(s)$ din brațul serie.

Cazul 1 $q_1q_2 < q_3$ $[H(0) < H(\infty)]$
Cazul 2 $q_1q_2 > q_3$ $[H(\infty) < H(0)]$
Cazul 3 $q_2 = q_3$ $[H(0) = 1]$
Cazul 4 $q_1 = 1$ $[H(\infty) = 1]$
Cazul 5 $q_1 = 0$ $[H(\infty) = \infty]$
Cazul 6 $q_3 = 0$ $H(0) = \infty$
Cazul 7 $q_2 = q_3$ $[H(0) = 1]$

$q_1 = 0$ $H(\infty) = \infty$

Cazul 8 $q_1 = 1$ $[H(\infty) = 1]$

$q_3 = 0$ $[H(0) = \infty]$

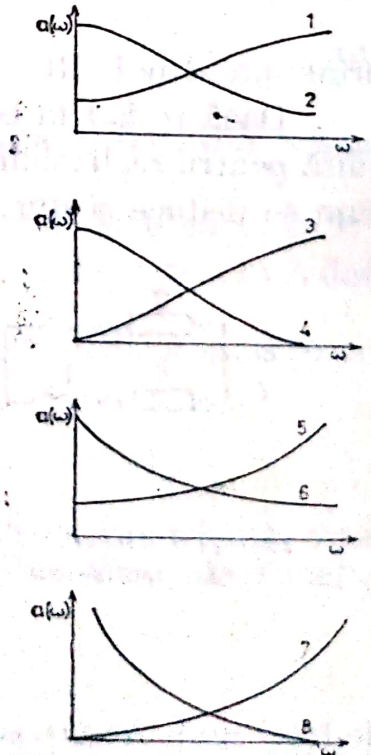


Fig. 11.7. Dependența de frecvență a atenuării $a(\omega)$ în cele 8 cazuri

Scanned with OKEN Scanner

11.5. FUNCȚII DE TRANSMISIE DE GRADUL DOI

Pentru a fi siguri de realizabilitatea circuitului fără cuplaj inductiv, cuplaj care este greu de realizat cu precizie necesară la frecvențe ridicate, ca funcții de transmisie de gradul doi se vor folosi numai cele ce rezultă utilizînd transformarea de reactanță descrisă în [1 Cap. 11], respectiv :

$$S = s + \frac{\omega_0^2}{s} \tag{11.19}$$

Aceste transformări se vor aplica funcției de transmisie descrisă de relația 11.14 respectiv

$$H(S) = \frac{S + q_2}{q_1 S + q_3}$$

Prin aceasta parametrul complex S din funcția de transmisie $H(S)$ se transformă în parametrul complex s din funcția de transmisie $h(s)$ de gradul doi. Partea imaginară a frecvenței complexe s se va nota cu ω și corespunde frecvențelor tehnice care interesează. Frecvența ω_0 reprezintă o anumită valoare pe axa imaginară a planului s. Utilizînd relațiile (11.15) și (11.19) se obține :

$$h(s) = \frac{s + \frac{\omega_0^2}{s} + q_2}{q_1\left(s + \frac{\omega_0^2}{s}\right) + q_3} = \frac{s^2 + q_2 s + \omega_0^2}{q_1 s^2 + q_3 s + q_1 \omega_0^2} \tag{11.20}$$

Utilizînd transformarea de frecvență (11.19) este posibil ca pentru o frecvență ω_0 dată, să se poată calcula direct elementele circuitului T-podit de gradul doi (fără cuplaj inductiv) din cele ale circuitului de gradul unu.

Așa după cum s-a arătat în [1 Cap. 11] prin această transformare o inductanță se transformă într-un circuit rezonant serie iar o capacitate într-un circuit rezonant paralel, de gradul doi (fig. 11.8).

După cum rezultă din fig. 11.8 rezistențele își păstrează valoarea în cazul transformării (11.19).

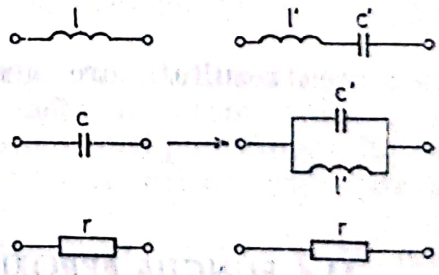


Fig. 11.8. Transformarea elementelor, dipolilor de gr. 1 în dipoli de gr. 2.

Funcția (11.20) reprezintă funcția de transmisie a unui cuadripol de impedanță constantă, asimetric față de masă și fără cuplaje inductive, de tipul celui indicat în fig. 11.3. Aceasta îndeplinește condițiile C de realizabilitate fizică dacă se impune condiția ca în relația (11.17) :

$$\omega_0^2 > 0$$

Deoarece partea reală a polului complex ce rezultă din relația (11.20) trebuie să fie negativă, rezultă și în acest caz o funcție de transmisie de fază minimă.

Scanned with OKEN Scanner

Pe axa imaginară, a planului s, relația (11.19) dă:

$$\Omega = \omega - \frac{\omega_0^2}{\omega} = \omega_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

Din relațiile (11.19) și (11.20) se obține:

$$|h(j\omega)|^2 = h(j\omega)\, h(-j\omega) = \frac{-\omega^2 + \omega_0^2 + j\omega q_2}{-q_1\omega^2 + q_1\omega_0^2 + jq_3\omega} \cdot \frac{-\omega^2 + \omega_0^2 - j\omega q_2}{-q_1\omega^2 + q_1\omega_0^2 - jq_3\omega} =$$

$$= \frac{\omega^4 + (q_2 - 2\omega_0^2)\,\omega^2 + \omega_0^4}{q_1^2\omega^4 + (q_3^2 - 2q_1^2\omega_0^2)\,\omega^2 + q_1^2\omega_0^4} \qquad (11.21)$$

Pentru cazul $\omega = \omega_0$ se obține

$$|h(j\omega_0)| = \frac{q_2}{q_3} = H(0) \qquad (11.22)$$

și respectiv

$$h(0) = h(\infty) + H(\infty) = h_0 \qquad (11.23)$$

Pentru fiecare tip de circuit T-podit originar (grad 1) corespunde cîte un circuit de gradul doi.

Atenuarea circuitului de gradul doi:

$$a(\omega) = 10 \log |h(j\omega)|^2 \qquad (11.24)$$

se poate calcula, utilizînd transformarea (11.20). Se observă că frecvențele $\Omega = 0$ se transformă în $\omega = \omega_0$. Curbele de atenuare obținute prin intermediul acestei transformări sînt geometric simetrice față de ω_0, adică la două frecvențe ω_1 și ω_2 care verifică relația

$$\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$$

atenuarea rezultată are aceeași valoare adică

$$a(\omega_1) = a(\omega_2).$$

11.6. FUNCȚIA APROXIMANTIVĂ

Funcția aproximantă a funcției atenuare se deduce din relația (11.3) respectiv:

$$a(\omega) = 20 \lg |H(j\omega)| = 10 \lg |H(j\omega)|^2$$

În baza relației (11.7) se obține:

$$a(\omega) = 10 \lg \left[\frac{E(s)\, E(-s)}{G(s)\, G(-s)} \right]_{s=j\omega} = 10 \lg \frac{|E(j\omega)|^2}{|G(j\omega)|^2} \qquad (11.25)$$

Condițiile de realizabilitate care trebuie respectate de relația (11.25) în baza condițiilor B, se pot formula astfel:

Patratul modulului unei funcții de transmisie a unui cuadripol pasiv, linear, de impedanță constantă este o funcție reală, pară rațională de ω (frecvență fizică), care pentru orice ω este mai mare sau egală cu unu, iar polii de axă reală pot fi numai de ordin par.

Dacă se notează:

$$|E(j\omega)|^2 = q_0\omega^{2m} + q_2\omega^{2m-2} + q_H\omega^{2m-4} + \ldots q_{2\rho} = \sum_{\rho=0}^{m} q_{2\rho}\omega^{2(m-\rho)}$$

(11.26)

$$G(j\omega)^2 = q_1\omega^{2r} + q_3\omega^{2r-2} + q_5\omega^{2r-4} + \ldots q^{2\rho+1} = \sum_{\rho=0}^{r} q_{2\rho+1}\omega^{2(r-\rho)}$$

se pot deduce condițiile:

$D1$) Gradul polinomului de la numărător $|E(j\omega)|^2$ este mai mare sau egal cu gradul polinomului de la numitor $|H(j\omega)|^2$ $(2m \geqslant 2r)$.

$D2$) Dacă 2m = 2r, atunci trebuie ca $\frac{q_0}{q_1} \geqslant 1$

respectiv $|H(j\omega)| \geqslant 1$

$D3$) Deoarece trebuie ca $|H(j0)| \geqslant 1$ trebuie ca

$$q_{2m}/q(2r+1) \geqslant 1$$

În baza procedeului de aproximare pentru polinoamele definite de relația (11.26) se deduce o soluție inițială, care apoi printr-un procedeu iterativ se îmbunătățește pentru a se apropia după dorință de valorile dorite date $a_d(\omega)$. Pentru aceasta se recomandă să se aleagă $q_0 = 1$, căci altfel ar trebui să se varieze un parametru în plus.

După determinarea coeficienților polinoamelor printr-un procedeu de aproximare polinomială $|E(j\omega)|^2$ și $|G(j\omega)|^2$ se transformă în planul s, cu ajutorul relației $\omega^2 = -s^2$.

După aceasta se descompune polinomul $E(s)$ $E(-s)$, într-un polinom Hurwitz $E(s)$ și unul antiHurwitz $(E-s)$. Această descompunere trebuie să fie totdeauna posibilă deoarece după o alegere corespunzătoare în cadrul aproximării $E(j\omega)^2$ nu poate avea nici un zerou real de ordin par în compunerea produsului $E(s)$ $E(-s)$.

Descompunerea polinomului $G(j\omega)^2$ în produsul $G(s)$ $G(-s)$ nu este unică (însă totdeauna posibilă) dacă acesta în baza condițiilor C, posedă zerouri în ω numai de ordin par. Deoarece curba de atenuare dorită $a_d(\omega)$ în mod normal, la toate frecvențele este mai mare decît zero, dacă aproximarea este satisfăcătoare, trebuie ca în banda frecvențelor de aproximare $|H(j\omega)| \geqslant 1$.

În general această condiție este satisfăcută, însă dacă totuși nu este îndeplinită, atunci trebuie ca polinomul $|(E(j\omega)|^2$ să fie înmulțit cu o constantă mai mare decît unu. Prin aceasta se introduce o atenuare reziduală constantă în toată banda de frecvență.

După ce etapa de aproximare a fost terminată și condițiile C au fost îndeplinite, se obțin polinoamele $E(s)$ și $G(s)$ și se poate trece la realizarea circuitului conform fig. 11.2.

Scanned with OKEN Scanner

11.7. PROBLEMA APROXIMĂRII

Problema aproximării constă în determinarea unei funcții de atenuare $a(\omega)$, a cărei dependență de frecvență obținută prin variația (optimizarea) parametrilor $a = a(\omega, x_1, x_2, \ldots, x_k)$ să difere în intervalul de frecvență $\omega_1 \leqslant \omega \leqslant \omega_n$ cît mai puțin de funcția de atenuare dorită $a_d(\omega)$, dată fie sub formă analitică fie prin puncte discrete.

În cazul aproximării obținute prin minimizarea funcției eroare — prin metoda celor mai mici patrate, funcția $a(\omega)$ reprezintă o bună aproximare a funcției $a_d(\omega)$, dacă valoarea integralei

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} [a(\omega) - a_d(\omega)]^2 d\omega = E(x_1, x_2, \ldots, x_k) \tag{11.27}$$

în funcție de parametrii k, are o valoare minimă.

Dacă funcția a_d este dată prin puncte discrete, care în cazul corectorilor de amplitudine reprezintă cazul frecvent, integrala se aproximează printr-o sumă :

$$\sum_{\nu=1}^{n} [a(\omega\nu) - a_d(\omega_\nu)]^2 = E(x_1, x_2, \ldots, x_k) \tag{11.28}$$

În vederea obținerii funcției atenuare $a(\omega)$ prin procedeul de optimizare, există în general după cum s-a arătat în capitolul 9 „Optimizări", două posibilități pentru a obține minimizarea funcției eroare, procedeu care necesită cunoașterea derivatelor parțiale de ordinul unu (al gradientului) funcției de atenuare în funcție de parametri variabili x_k. Acestea au avantajul unei convergențe mai rapide.

Numărul tipurilor de celule corectoare utilizabile în practică este relativ mare și stabilirea derivatelor parțiale este o operație ancambrantă, deoarece fiecare tip de celule are o expresie diferită a funcției de transmisie și de aceea se va descrie și exemplifica în continuare al doilea procedeu care nu necesită cunoașterea gradientului.

După cum s-a menționat problema proiectării corectoarelor de amplitudine se rezolvă prin conectarea în cascadă (lanț) a mai multor celule T-podit de impedanță constantă de tipuri dintre cele menționate în tabelul 7.1 (fig. 11.9). În [11] sînt menționate 16 tipuri de celule corectoare însă cele mai frecvent utilizate au fost cuprinse în tabelul 7.1.

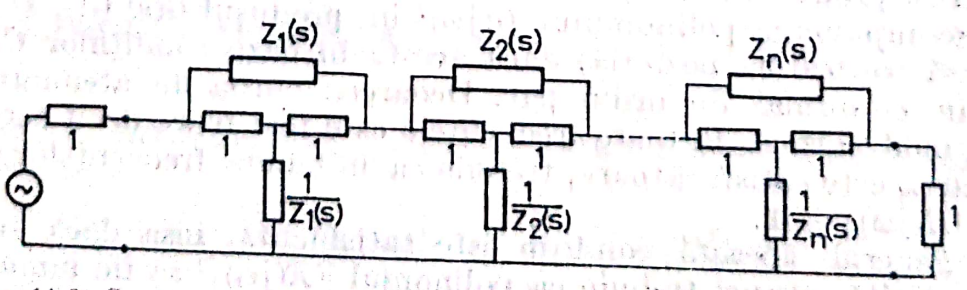


Fig. 11.9. Conectarea în cascadă a mai multor tipuri de celule corectoare.

În continuare problema constă în stabilirea funcțiilor de transmisie

$$H(s) = 1 + Z_\nu(s) \qquad \nu = 1, \ldots n \tag{11.29}$$

Scanned with OKEN Scanner

al celulelor parțiale astfel încît funcția de transmisie a întregului circuit corector

$$H(s) = \prod_{\nu=1}^{n} H_\nu(s) \tag{11.30}$$

căreia îi corespunde o funcție atenuare

$$a(\omega) = \ln|H(j\omega)| = \sum_{\nu=1}^{n} \ln|H(j\omega)| \tag{11.31}$$

care trebuie să aproximeze cît mai bine curba de atenuare dată (dorită).

Folosind criteriul de minimizare al funcției eroare al celor mai mici pătrate rezultă :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{m} [a(\omega_i, X) - a_d(\omega_i)]^2 \tag{11.32}$$

unde vectorul parametrilor X conține elementele modificabile ale funcțiilor de transmisie componente

$$H_\nu(s) = (\nu = 1,2,\ldots,n)$$

Numărul punctelor de interpolare m se alege oricît de mare se dorește, în funcție de complexitatea funcției de atenuare dorită.

După cum s-a menționat, este indicat ca drept celule corectoare parțiale să se folosească celula T-podit de gradul I și II (tabelul 11.1).

În general problema care se pune la proiectarea corectorilor de amplitudine, constă în egalizarea respectiv în obținerea unei caracteristici de amplitudine plată (practic independentă de frecvență), a unui cuadripol care de regulă este un filtru, cablu, lanț de amplificare etc. (fig. 11.10).

Dacă de exemplu caracteristica de atenuare a circuitului de corectat este de tipul celei din fig. 11.11, atunci curba de atenuare a corectorului trebuie să fie de tipul 11.11*b* astfel încît prin însumare să rezulte practic o linie dreaptă.

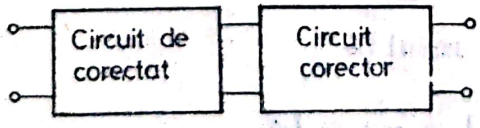


Fig. 11.10. Conectarea în cascadă a circuitului de corectat în circuitul corector.

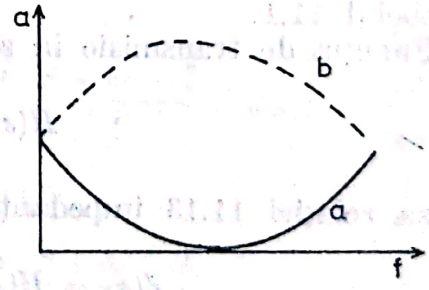


Fig. 11.11. Curba de atenuare : *a*) a circuitului de corectat ; *b*) a circuitului corector.

În proiectarea corectorilor de amplitudine, nu se ține seama de caracteristica de fază. Caracteristica de fază rezultată se poate calcula după cum se va arăta în 11.

În vederea minimizării funcției eroare $E(\omega, X)$ este nevoie în primul rînd de cunoașterea unei soluții inițiale aproximative.

Pentru obținerea acestei soluții este indicat să se folosească în reprezentarea curbelor de atenuare o scară logaritmică a freevențelor ($\lg\omega$)

Scanned with OKEN Scanner

deoarece pe această scară celulele corectoare de gradul 2 sînt simetrice în raport cu frecvența de rezonanță ω_0, iar cele de gradul 1 pot fi aproximate cu un segment de dreaptă (fig. 11.12).

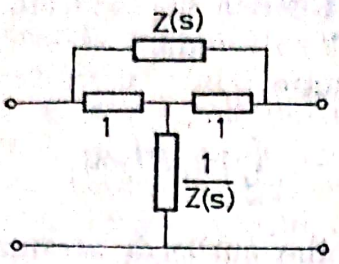


Fig. 11.12. Celulă generală T-podit — de impedanță constantă.

11.8. PROIECTAREA CIRCUITELOR CORECTOARE DE AMPLITUDINE

În cazul proiectării circuitelor corectoare de amplitudine se prescriu rezistențele de sarcină și caracteristica de atenuare-frecvență ce trebuie realizată. Prima etapă constă în alegerea valorilor nominale de normare. Rezistența se normează față de rezistența de închidere $R = R_0$. Etapa următoare constă în desenarea caracteristicii de frecvență pe scară logaritmică și aproximarea acesteia prin segmente de drepte (tabelul 11.1).

Dacă se cunosc punctele de frîngere (intersecția segmentelor de dreaptă) se poate scrie relația pentru funcția de transmisie $H(s)$. Cunoscînd pe $H(s)$, rezultă funcția impedanță din brațul serie respectiv

$$Z(s) = H(s) - 1 \tag{11.33}$$

Etapa următoare constă în realizarea funcției $Z(s)$.

Tipurile cele mai importante de impedanță Z sînt indicate în tabelul 11.1. Primele 4 cazuri se referă la funcții reactanță din brațul serie, iar următoarele 4 cazuri, reactanța în paralel cu o rezistență paralel.

În continuare se va exemplifica proiectarea unor circuite corectoare din tabelul 11.1.

Funcția de transmisie în acest caz este :

$$H(s) = 1 + \frac{s}{\omega_0} \tag{11.34}$$

În baza relației 11.13 impedanța Z, rezultă

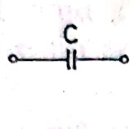
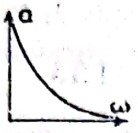
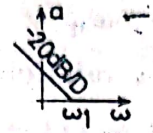
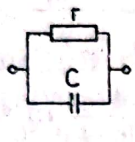
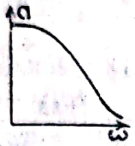
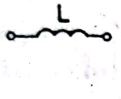
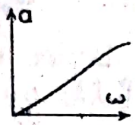
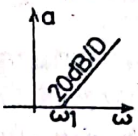
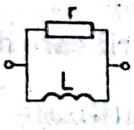
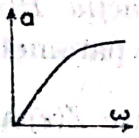
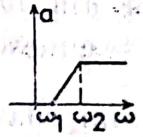
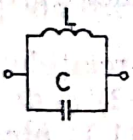
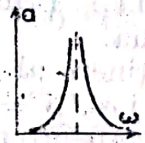
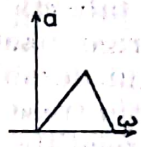
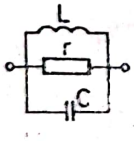
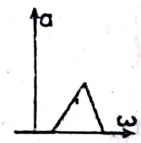
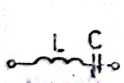
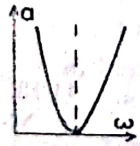
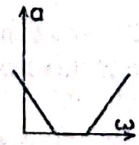
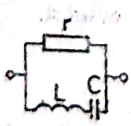
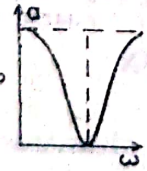
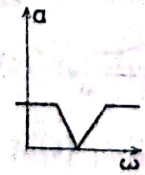
$$Z(s) = H(s) - 1 = \frac{s}{\omega_0} = Ls$$

de unde $L = \dfrac{1}{\omega_0}$

Pentru circuitul de tipul 5 tabelul 11.1, funcția de transmisie este :

$$H(s) = k_2 \frac{1 + \dfrac{s}{\omega_{02}}}{1 + \dfrac{s}{\omega_{01}}}$$

Tabelul 11.1

Tip Nr.	Impedanța Z(s)	Curba atenuării a( )	Aproximarea prin segmente	Funcția de transmisie H(s)	Parametri	Valorile elementelor de circuit
1	2	3	4	5	6	7
1				$\frac{s+\alpha}{s}$	$\alpha > 0$	$C = \frac{1}{\alpha}$
2				$\frac{s+\alpha}{s+\beta}$	$\alpha > 0$ $\alpha > \beta$ $\beta > 0$	$r = \frac{\alpha-\beta}{\beta}$ $C = \frac{1}{\alpha-\beta}$
3				$\alpha s + 1$	$\alpha > 0$	$\alpha = L$
4				$\frac{\beta}{\alpha}\,\frac{s+\alpha}{s+\beta}$	$\alpha > 0$ $\alpha > \beta$ $\beta > 0$	$C = \frac{1}{a}$
5				$\frac{s^2 + a_s + \omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2}$	$a > 0$	$L = \frac{a}{\omega_0^2}$
6				$\frac{s^2 + as + \omega_0^2}{s^2 + bs + \omega_0^2}$	$a > 0$ $a > b$ $b > 0$	$r = \frac{b}{a-b}$ $C = \frac{1}{a-b}$
7				$\frac{1}{a}\,\frac{s^2 + as + \omega_0^2}{s}$	$a > 0$	$L = \frac{a-b}{\omega_0^2}$ $a = \frac{'L}{L}$
8				$\frac{b}{a}\,\frac{s^2 + as + \omega_0^2}{s^2 + bs + \omega_0^2}$	$a > 0$ $a < b$ $b > 0$	$C = \frac{a}{\omega_0^2}$ $r = \frac{b-a}{a}$ $L = \frac{b-a}{ab}$ $C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru $s = \omega$ atenuarea este zero, deci $H(s) = 1$, de unde $k_2 = \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}$. Deci

$$H(s) = \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_{02}}}{1 + \frac{s}{\omega_{01}}} = \frac{s + \omega_{02}}{s + \omega_{01}}$$

Pentru impedanța $Z(s)$ în baza relației 11.13

$$Z(s) = H(s) - 1 = \frac{\omega_{02} + s - \omega_{01} - s}{\omega_{01} + s} = \frac{\omega_{02} - \omega_{01}}{\omega_{01} + s}$$

funcția ce poate fi realizată de o rezistență $R = \frac{\omega_{02} - \omega_{01}}{\omega_{01}}$ în paralel cu o capacitate $C = \frac{1}{\omega_{02} - \omega_{01}}$.

Determinarea valorilor elementelor din funcția $H(s)$

În urma procesului de optimizare se cunosc parametrii care determină funcția $H(s)$.

Cele mai importante 8 tipuri de impedanțe $Z(s)$ utilizate în brațul longitudinal fig.11.12 sînt cuprinse în tabelul 11.1. Primele 4 tipuri sînt de tip trece jos, ultimele 4 de tip trece bandă.

În continuare se va ilustra modul de obținere al relațiilor de proiectare pentru cîte un tip de celulă de tip trece jos (N°=2) și de tip trece bandă (N°=6) pentru celelalte tipuri, relațiile (tabelul 11.1) obținîndu-se similar.

Celula nr. 2

Impedanța serie $Z(s)$ este de tipul

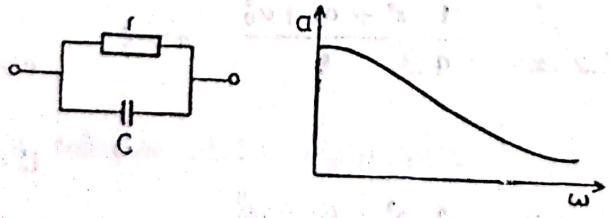


Fig. 11.13. Circuit tip Nr. 2:
a) Impedanța $Z(s)$; *b*) atenuarea celulei.

Impedanța serie este în acest caz:

$$Z(s) = \frac{r}{rCs + 1} \tag{11.35}$$

iar funcția de transmisie $H(s)$

$$H(s) = 1 + Z(s) = \frac{s + \frac{1 + r}{rC}}{s + \frac{1}{rC}} \tag{11.36}$$

Scanned with OKEN Scanner

Notînd $$\alpha = \frac{1+r}{rC} \quad \text{și} \quad \beta = \frac{1}{rC} \tag{11.37}$$

Rezultă că funcția de transmisie $H(s)$ este de forma

$$H(s) = \frac{s+\alpha}{s+\beta} \tag{11.38}$$

Dacă atît r cît și C trebuie să fie cantități pozitive rezultă că α și β trebuie să fie de asemenea pozitive. În plus din relația (11.37) rezultă că

$$\alpha + \beta(1+r) \text{ deci } \alpha > \beta \tag{11.39}$$

Aceste condiții rezultă și din condițile generale de realizabilitate a funcției de transmisie $H(s)$.

În urma etapei de optimizare, parametrii care se determină sînt α și β.

Relațiile de calcul pentru elementele de circuit r și C se obțin simplu din relațiile (11.37) respectiv

$$r = \frac{\alpha - \beta}{\beta}; \quad c = \frac{1}{\alpha - \beta} \tag{11.40}$$

Celula nr. 6

Impedanța $Z(s)$ este în acest caz de tipul (fig. 11.14),

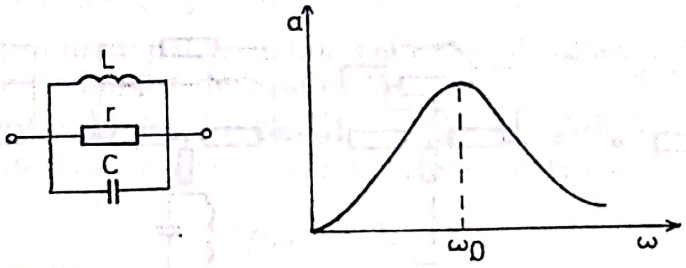


Fig. 11.14. Circuit tip Nr. 6:
a) impedanța $Z(s)$; *b*) atenuarea celulei.

Impedanța serie $Z(s)$ este de forma:

$$Z(s) = \frac{sL}{s^2LC + sLr + 1} \tag{11.42}$$

iar funcția de transmisie $H(s)$

$$H(s) = 1 + Z(s) = \frac{s^2 + \frac{1+r}{C} + \omega_0^2}{s^2 + s\frac{r}{C} + \omega_0^2}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \tag{11.43}$$

Dacă se notează

$$a = \frac{1+r}{C} \quad b = \frac{r}{C} \tag{11.44}$$

Scanned with OKEN Scanner

atunci funcţia de transmisie este de forma generală

$$H(s) = \frac{s^2 + as + \omega_0^2}{s^2 + s\frac{r}{C} + \omega_0^2} \tag{11.45}$$

Ţinînd seama că r, L şi C trebuie să fie cantităţi reale pozitive, rezultă condiţii în consecinţă pentru a şi b, respectiv :

$$a > 0\,;\; b > 0 \quad a > b \tag{11.46}$$

Cunoscînd după etapa de optimizare parametrii a, b şi ω_0, se pot determina din aceştia parametrii circuitului, respectiv

$$C = \frac{1}{a-b}\,;\quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C}\,;\quad r = \frac{b}{a-b} \tag{11.47}$$

Să examinăm de exemplu caracteristica de atenuare a celulei corectoare de tip 6, fig. 11.15.

Din tabelul 11.1 rezultă că, funcţia de transmisie a acesteia este de tipul :

$$H(s) = \frac{s^2 + as + \omega_0^2}{s^2 + bs + \omega_0^2}$$

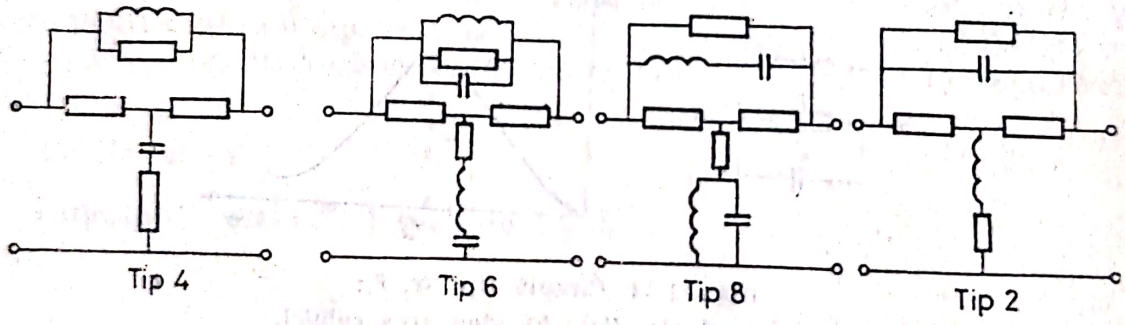


Fig. 11.15. Celula corectoare de gr. I şi gr. II.

Pentru funcţia atenuare care se va nota cu $a_b(\omega)$ se obţine :

$$a_b(\omega) = \frac{1}{2}\ln[H(s)\,H(-s)\,|_{s=j\omega} = \frac{1}{2}\ln\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + a^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2} \tag{11.48}$$

Valoarea maximă a funcţiei $a_b(\omega)$ rezultă la frecvenţa ω_0, respectiv :

$$a_b(\omega_0) = \ln\frac{a}{b} \text{ de unde}$$

$$e^{a_b(\omega)} = \frac{a}{b} \tag{11.49}$$

Pentru aproximarea prin segmente de dreaptă a curbei a_b, mai este necesar să se aleagă un punct caracteristic. Se alege în acest sens frecvenţa

ω_1 la care caracteristica de atenuare are valoarea jumătate din cea maximă respectiv

$$a(\omega_1) = \frac{1}{2}\, a(\omega_0) \quad \text{(fig. 11.12)}$$

La această frecvenţă valoarea atenuării rezultă

$$a(\omega_1) = \frac{1}{2} \ln \frac{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + a^2\omega_1^2}{(\omega_a^2 - \omega_1^2) + b^2\omega_1^2}$$

De unde

$$e^{2a(\omega_1)} = \frac{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + a^2\omega_1^2}{(\omega_0^2 - \omega_1^2) + b^2\omega_1^2} \tag{11.50}$$

Relaţiile (11.49) şi (11.50) reprezintă două ecuaţii din care se pot calcula cei doi parametrii necunoscuţi a şi b.

Curba de atenuare a celulei Nr. 6 diferă de curba $a_b(\omega)$ numai printr-o constantă (fig. 11.11, *c*).

Într-adevăr

$$a_8(\omega) = a_6(\omega_0) - a_6(\omega) \tag{11.51}$$

Scriind sub această formă atenuarea celulei de tip 6, pentru determinarea parametrilor a şi b, rămîn valabile relaţiile stabilite.

Celule corectoare de gradul 1

Pentru stabilirea parametrilor celulelor de gradul 1 se va proceda similar cu cazul celulelor de gradul 2.

Fie de exemplu celula de tip 2 (fig. 11.12*a*).

Funcţia de transmisie corespunzătoare este:

$$H(s) = \frac{s + \alpha}{s + \beta} \tag{11.52}$$

Din funcţia de atenuare se obţine:

$$e^{2a} = \frac{\alpha^2 + \omega^2}{\beta^2 + \omega^2} \tag{11.53}$$

Valoarea maximă a atenuării rezultă la frecvenţa $\omega = 0$ de unde

$$e^{2a(0)} = \frac{a^2}{b^2} \tag{11.54}$$

Notînd cu ω_1, frecvenţa la care atenuarea este jumătate din cea maximă se obţine la aceasta frecvenţa

$$e^{2a(\omega_1)} = \frac{\alpha^2 + \omega_1^2}{b^2 + \omega_1^2} \tag{11.55}$$

Relaţiile (11.54) şi (11.55) reprezintă şi în acest caz 2 ecuaţii din care se pot calcula parametrii α şi β.

Scanned with OKEN Scanner

Se obţine :

$$\alpha = \beta\, e^{a(0)} = \beta e^{a_{max}}$$

$$\beta = \omega_1 \sqrt{\frac{e^{2a(\omega_1)} - 1}{e^{2a(\omega_1)} - 1^{2a(0)}}} \tag{11.56}$$

Pentru celula de tip 4, relaţiile pentru determinarea parametrilor α şi β (11.56) rămîn aceleaşi dacă se observă că funcţia atenuare a acesteia $a_4(\omega)$ se obţine din funcţia atenuare $a_2(\omega)$, dacă se ţine seama că

$$a_4(\omega) = a_2(0) - a_2(\omega) \tag{11.57}$$

Timpul de propagare de grup al corectorilor de amplitudine

După cum s-a menţionat la proiectarea corectorilor de amplitudine nu se ţine seama de faza acestora şi deci nici de timpul de propagare de grup. Deseori însă este necesară evaluarea timpului de propagare de grup introdus în circuit de către celulele corectoare de amplitudine.

Forma generală a funcţiei de transfer $H(s)$ a unui corector de amplitudine, format din mai multe celule este :

$$H(s) = \frac{E(s)}{G(s)} = \frac{(s - s_{01})(s - s_{02}) \ldots (s - s_{0m})}{(s - s_{\infty})(s - s_{\infty 2}) \ldots (s - s_{\infty m})}$$

$$= \frac{|s - s_{01}|\, e^{jb_{01}} |s - s_{02}|\, e^{jb_{02}} \ldots |s - s_{0m}|\, e^{jb_{0m}}}{|s - s_{\infty 1})|\, e^{jb_{\infty 1}} |s - s_{\infty 2}|\, e^{jb_{\infty 2}} \ldots |s - s_{\infty n}|\, e^{jb_{\infty n}}} \tag{11.58}$$

unde s_{0i} sînt zerourile complexe, $|s_{0i}|$ valoarea absolută, iar b_{0i} faza acestora ; $s_{\infty i}$ polii complecşi ; $|s_{\infty i}|$ valoarea absolută iar $b_{\infty i}$ faza polilor corespunzători.

Logaritmînd relaţia (11.58) se obţine pentru atenuarea a(Np) şi faza b(radiani) :

$$a = \sum_{i=1}^{m} \ln |s - s_{0i}| - \sum_{k=,}^{n} \ln |s - s_{\infty k}|$$

$$b = \sum_{i=1}^{m} b_{0i} - \sum_{k=1}^{n} b_{\infty k} \tag{11.59}$$

iar pentru timpul de propagare de grup

$$\tau = \frac{db}{d\omega} = \sum_{i=1}^{m} \frac{db_{0i}}{d\omega} - \sum_{k=1}^{n} \frac{db_{\infty k}}{d\omega} = \sum_{i=1}^{m} \tau_{0i} - \sum_{k=1}^{n} \tau_{\infty k} \tag{11.60}$$

Tipurile de celule corectoare cele mai frecvent utilizate în practică sînt cuprinse în tabelul 11.1.

Forma generală a celulei corectoare este (fig. 11.16).

Funcţia de transmisie $H = 1 + Z(s)$

Ţinînd seama că $Z(s)$ este o funcţie real pozitivă (FRP), rezultă că şi funcţia $H(s)$ este de asemenea o FRP, deci cu polii şi zerourile în semi-

Scanned with OKEN Scanner

planul stîng. Atît polii cît și zerourile sînt dispuși fie pe semiaxa negativă, fie complex conjugate în semiplanul — stîng (fig. 11.17).

Forma generală a factorilor care conțin zerouri (poli) dispuși pe semiaxa negativă este :

$$1 + \frac{s}{\omega_i}$$

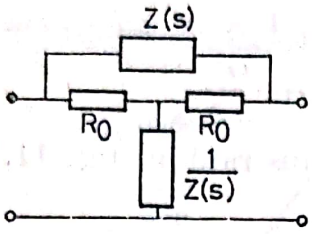


Fig. 11.16. Forma generală a celulei corectoare de amplitudine.

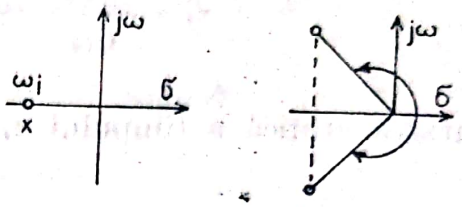


Fig. 11.17. Dispunerea pol-zerourilor.

Dacă de exemplu

$$H = 1 + \frac{s}{\omega_i} \tag{11.61}$$

rezultă

$$a = 20 \lg |H(j\omega)| = 20 \lg \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_i^2}} = 10 \lg \left[1 + \frac{\omega^2}{\omega_i^2}\right] (\text{dB})$$

$$b = \text{arc} \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_i}\right) = \text{arc tg} \frac{\omega}{\omega_i} \quad (\text{rad}) \tag{11.62}$$

Dacă $\frac{\omega}{\omega_i} < 0{,}1$ (frecvența este cu o decadă mai mică decît frecvența limită), atunci

$$a \approx 0$$

iar dacă $\frac{\omega}{\omega_i} > 10$, atunci

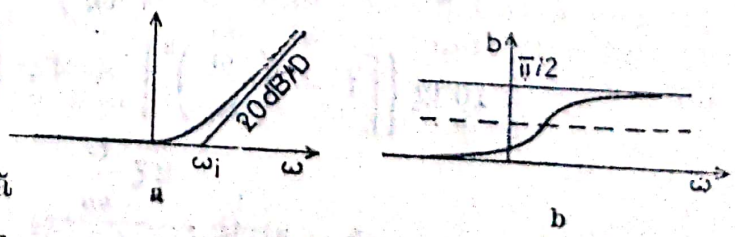
$$a \approx 20 \lg \frac{\omega}{\omega_i} \quad (\text{dB})$$

respectiv

ω	ω_i	$10\omega_i$	$100\omega_i$
a(dB)	0	20	40

Deci începînd cu ω_i, atenuarea crește cu o pantă egală cu 20 dB/decadă (fig. 11.18).

Fig. 11.18. Atenuarea *a*) și faza *b*) introdusă de un factor care conține un zerou pe axa imaginară.



Pentru faza *b* rezultă

$$b = \text{arctg} \frac{\omega}{\omega_i} \quad (\text{rad}) \tag{11.63}$$

Dacă $\frac{\omega}{\omega_i} < 0{,}1 \quad b \approx 0$

$$\frac{\omega}{\omega_i} > 10 \quad b \approx \frac{\pi}{2}$$

Expresia timpului de propagare introdus de acest factor este

$$\tau_i = \frac{\mathrm{d}b_i}{\mathrm{d}\omega} = \frac{1}{\omega_i} \frac{1}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_i^2}} \tag{11.64}$$

Reprezentarea grafică a timpului τ_i este ilustrată în fig. 11.19.

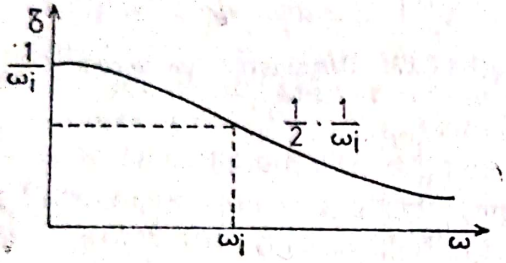


Fig. 11.19. Timpul de propagare introdus de un factor corespunzător unui zerou pe semiaxa reală negativă.

Zerouri complex conjugate

Dacă se notează valoarea absolută a zeroului cu ω_i și unghiul de fază corespunzător cu θ (fig. 11.17, *b*) acesta se poate exprima sub forma

$$\mathrm{e}^{j\theta} \text{ respectiv } \omega_i \mathrm{e}^{-j\theta}$$

Prin înmulțirea factorilor corespunzători unei perechi complex conjugate, rezultă:

$$\left[1 - \frac{s}{\omega_i \mathrm{e}^{j\theta}}\right]\left[1 - \frac{s}{\omega_i \mathrm{e}^{-j\theta}}\right] = 1 - \frac{s}{\omega_i}(\mathrm{e}^{-j\theta} + \mathrm{e}^{j\theta}) + \left(\frac{s}{\omega_i}\right)^2 =$$

$$= 1 - \frac{s}{\omega_i} 2\cos\theta + \left(\frac{s}{\omega_i}\right)^2 \tag{11.65}$$

Deoarece zeroul se află dispus în semiplanul stîng, rezultă $\theta > \pi/2$ și deci cos θ negativ.

Notînd $-\cos\theta = \xi$ se obține pentru relația (11.65):

$$1 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_i}\right) + \left(\frac{s}{\omega_i}\right)^2 \tag{11.66}$$

Dacă funcția de transmisie conține numai două zerouri complex conjugate, rezultă pentru *a*, *b* și

$$a = 20 \lg \left| 1 + \mathrm{j}2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right) - \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2 \right| =$$

$$= 10 \lg \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2\right]^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2 \right\} \quad \text{(dB)} \tag{11.67}$$

$$b = \operatorname{arctg} \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_i}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2} \quad \text{(rad)}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru cîteva valori caracteristice rezultă :

ω/ω_i	0,1	1	10
a	0	$10\lg 4\xi^2$	40 (dB)
b	0	$\pi/2$	π

Reprezentarea grafică este indicată în fig. 11.20.

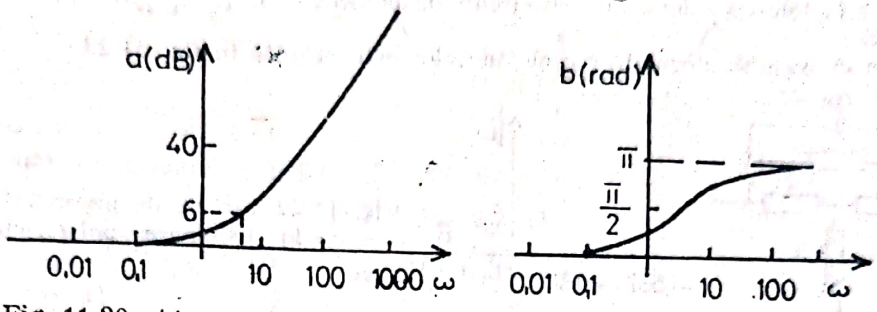


Fig. 11.20. Atenuarea *a*) și faza *b*) introduse de un termen care conține o pereche de zerouri complex-conjugate.

Pentru timpul de propagare de grup, corespunzător se obține

$$\tau_i = \frac{db_i}{d\omega} = \frac{2\xi}{\omega_i} \frac{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2}{1 + (4\xi^2 - 2)\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2} \tag{11.68}$$

Dependența de frecvență a funcției τ_i, dat de relația (11.68) este (fig. 11.21).

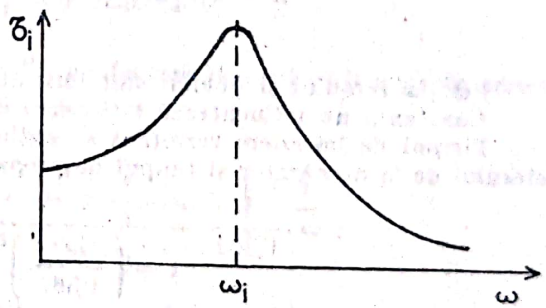


Fig. 11.21. Timpul de propagare de grup, al unui factor care conține o pereche de zerouri complex-conjugate.

Timpul de propagare de grup al unui lanț de celule corectoare de amplitudine

După cum s-a arătat în tabelul 11.1, funcțiile de transmisie ale celulelor corectoare de amplitudine prezintă atît zerouri cît și poli, situați fie pe semiaxa reală negativă, fie în semiplanul stîng. Faza unui raport de polinoame exprimate sub formă de produs de factori a rezultat că este egală cu diferența dintre suma fazelor factori numărătorului (11.43) și suma fazelor factorilor corespunzători numitorului. Relația similară rezultă și pentru expresia timpului de propagare de grup.

De exemplu, dacă

$$H = 1 + Z(s) = c \frac{1 + \frac{s}{\omega_{01}}}{1 + \frac{s}{\omega_{\infty 1}}} \tag{11.69}$$

expresia timpului de propagare corespunzător, în baza relației (11.49) rezultă:

$$\tau = \frac{1}{\omega_{01}} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{01}}\right)^2} - \frac{1}{\omega_{\infty 1}} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{\infty 1}}\right)^2} \tag{11.70}$$

Exemplul 11.1

Să se calculeze timpul de propagare de grup introdus de o celulă corectoare de amplitudine utilizată în tehnica televiziunii ca circuit de preaccentuare.

Soluție

Celula cu valorile normate ale elementelor este arătată în fig. 11.22:

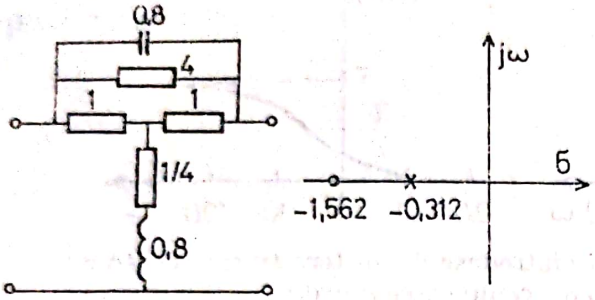


Fig. 11.22. Circuit de preaccentuare: *a*) și *b*) Dispunerea pol-zerourilor.

Valorile nominale ale unui astfel de celule se aleg
$R_0 = 75\Omega$ — egală cu rezistențele de închidere
$f_0 = 1$ MHz respectiv

$$\omega_0 = 6{,}28 \cdot 10^6 \text{ rad/s}; \quad \tau_0 = \frac{1}{\omega_0} = 159{,}1 \text{ ns}$$

$$L_0 = \frac{R_0}{\omega_0} = 11{,}95 \ \mu\text{H} \text{ și } C_0 = \frac{1}{R_0 \omega_0} = 2{,}12 \text{ nF}$$

Pentru funcția de transmisie se obține

$$H = 1 + Z(s) = 1 + \frac{4}{1 + 3{,}2\,s} = 5 \frac{1 + \frac{s}{1{,}562}}{1 + \frac{s}{0{,}312}} \tag{11.71}$$

Poziția zeroului și polului sînt ilustrate în fig. 11.22.

Constanta nu influențează întîrzierea celulei.

Timpul de întîrziere rezultant se obține din diferența dintre timpul de propagare al factorului de la numărător și timpul de propagare al factorului de la numitor (11.55) adică:

$$\tau = \frac{1}{1{,}562} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{1{,}562}\right)^2} - \frac{1}{0{,}312} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{0{,}312}\right)^2} \tag{11.72}$$

Suprafața cuprinsă sub curba rezultată are valoarea algebrică zero.

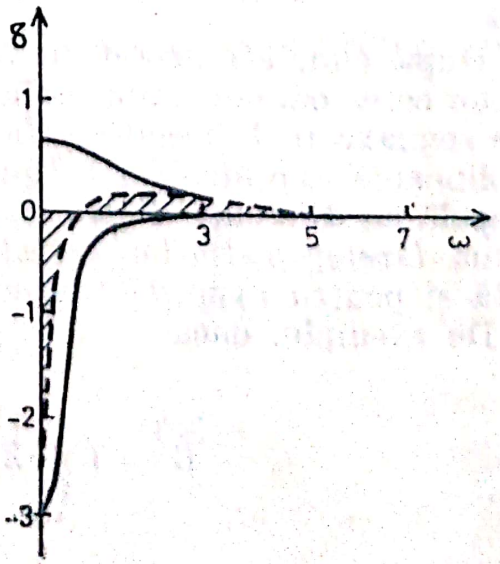


Fig. 11.23. Timpul de propagare de grup, al celulei de preaccentuare în televiziune.

Exemplul 11.2

Să se proiecteze un circuit corector de amplitudine de tip T-podit, care să fie închis între două rezistențe de sarcină de 600 Ω. Caracteristica de amplitudine aproximată prin segmente de drepte este arătată în fig. 11.24.

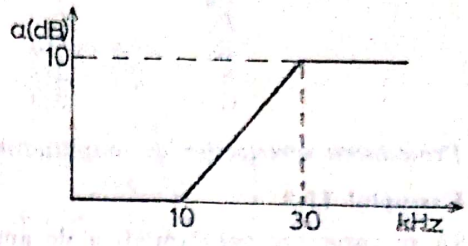


Fig. 11.24. Caracteristica de atenuare ce trebuie realizată aproximată prin segmente.

Soluție

Ca valori de normare se aleg:

$$R = R_0 = 600\ \Omega$$

$$f_0 = 10\ \text{KHz}$$

Rezultă [1 Cap. 1]

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 = 6{,}28 \cdot 10^4\ \text{r/s}$$

$$L_0 = \frac{R_0}{\omega_0} = \frac{600\ \Omega}{62{,}8}\ 10^{-3} = 9{,}554\ \text{mH}$$

$$C_0 = \frac{1}{R_0\omega_0} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 10^4 \cdot 6 \cdot 10^2} = 26{,}539\ \text{nF}$$

Distanța dintre punctele de frângere:

$$\log 30 - \log 10 = \lg 3 = 0{,}477\ D$$

Panta dreptei:

$$\frac{10\ \text{dB}}{0{,}477} \approx 20\ \text{dB/D} = 6\ \text{dB/octavă}$$

Caracteristica din fig. 11.24 se poate obține din doi factori. Rezultă că funcția de transmisie $H(s)$ este de forma:

$$H(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}} = \frac{1 + s}{1 + \frac{s}{3}} = 3\,\frac{1 + s}{3 + s}$$

Expresia impedanței $Z(s)$ se obține din relația $Z(s) = H(s) - 1$, respectiv

$$Z(s) = H(s) - 1 = 3\,\frac{1 + s}{3 + s} - 1 = \frac{2s}{3 + s} = \frac{1}{\frac{3}{2s} + \frac{1}{2}}$$

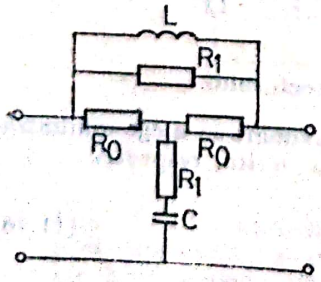


Fig. 11.25. Celulă de circuit corector.

Rezultă că impedanța $Z(s)$ poate fi realizată de o inductanță de valoare relativă $\frac{2}{3}$ în paralel cu o rezistență de valoare 2.

Circuitul rezultant este indicat în fig. 11.25.

Valorile denormate rezultă:

$$L = \frac{2}{3}\,L_0 = \frac{2}{3}\ 9{,}554 = 6{,}369\ \text{mH}$$

$$C = \frac{2}{3}\,C_0 = \frac{2}{3}\ 26{,}539 = 17{,}573\ \text{nF}$$

Scanned with OKEN Scanner

Valorile elementelor:

	Valori normate	Valori denormate
R_g	1	600 Ω
R_1	2	1 200 Ω
R_2	0,5	300 Ω
L	2/3	6,639 mH
C	2/3	17,573 nF

Proiectarea corectorilor de amplitudine

Exemplul 11.3

Să se corecteze caracteristica de amplitudine frecvenţe cu ajutorul unor celule corectoare de amplitudine de impedanţă constantă. Distorsiunile de amplitudine admise vor trebui să fie $\Delta a \leqslant \pm 0{,}25$ dB. Curba de atenuare a corectorului este ilustrată în fig. 11.26.

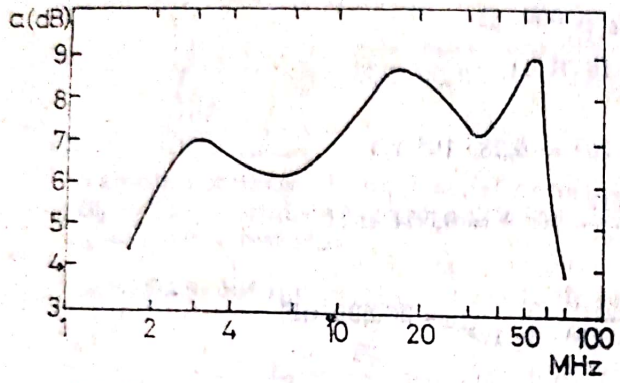


Fig. 11.26. Curba de atenuare necesar să fie obţinută.

Soluţie

Problema trebuie rezolvată prin conectarea în cascadă a unor celule corectoare de amplitudine de tip T-podit după cum este ilustrat în fig. 11.27.

Problema constă în determinarea unei funcţii de transmisie

$$H(s) = 1 + Z_\nu(s) \qquad (\nu = 1 \ldots n) \tag{11.73}$$

ale unor celule corectoare, astfel încît funcţia de transmisie a întregului corector

$$H(s) = \prod_{\nu=1}^{n} H_\nu(s) \tag{11.74}$$

corespunzătoare funcţiei de atenuare

$$a(\omega) = \ln |H(j\omega)| = \sum_{\nu=1}^{n} \ln |H(j\omega)| \tag{11.75}$$

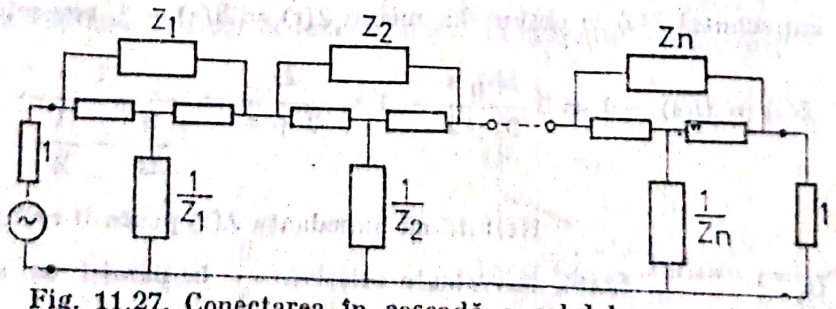


Fig. 11.27. Conectarea în cascadă a celulelor corectorului.

să aproximeze optim curba de atenuare dorită. Drept criteriu de aproximare se alege minimizarea abaterii medii pătratice, dintre caracteristica corectorului şi cea dorită, respectiv

$$f(X) = \sum_{i=1}^{m} [a(\omega_i, X) - a_d(\omega_i)]^2 \tag{11.76}$$

unde vectorul X conţine parametrii funcţiilor de transmisie $H_\nu(s)$ $(\nu = 1 \ldots n)$ ale celulelor corectoare componente.

Scanned with OKEN Scanner

Numărul frecvențelor de calcul ω_i se alege arbitrar (în exemplul de față 36).

După cum s-a arătat se vor folosi numai celule elementare de gradul 1 și 2 (tabelul 11.1).

Deoarece curba de atenuare necesar să fie aproximată (fig. 11.26) conține porțiuni sub forma unor curbe de tip clopot cu concavitatea în sus sau în jos se propune ca circuitul corector să fie format din celule Nr. 6 (Tip I) și Nr. 8 (Tip II).

Funcția atenuare $a_I(\omega)$ a celulei Nr. 6 este

$$a_I = \frac{1}{2} \ln \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) + a^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + b^2\omega^2} \tag{11.77}$$

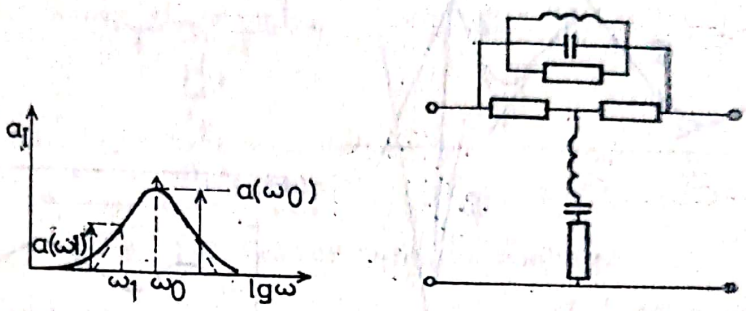


Fig. 11.28. Aproximarea prin segmente a celulei tip Nr. 6 și schema electrică corespunzătoare.

După cum se observă fig. 11.28 curba de atenuare a_I desenată pe o scară logaritmică de frecvență posedă o simetrie în raport cu frecvența ω_0.

Într-o primă simulare, această curbă se va aproxima printr-un triunghi, o latură fiind de-a lungul axei de frecvență iar celelalte trecînd prin punctele prin care atenuarea scade la jumătate din valoarea maximă (fig. 11.28).

Valoarea maximă a atenuării rezultă la frecvența $\omega = \omega_0$:

$$a_{max} = e^{2a(\omega_0)} = \frac{a}{b} \tag{11.78}$$

iar la frecvența $\omega_1 < \omega_0$, la care

$$a(\omega_1) \approx a_{max/2}$$

se mai obține încă o relație, din care se vor determina parametrii a și b, respectiv

$$e^{2a(\omega_1)} = \frac{(\omega_0^2 - \omega_1^2) + a^2\omega_1^2}{(\omega_0^2 - \omega_1^2) + b\omega_1^2} \tag{11.79}$$

Din relațiile (11.78) și (11.79) se obține:

$$b = \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_1} \sqrt{\frac{e^{2a(\omega_1)} - 1}{e^{2a(\omega_0)} - e^{2a(\omega_1)}}} \tag{11.80}$$

$$a = b\, e^{a(\omega_0)} \tag{11.81}$$

Curba de atenuare a celulei Nr. 8, diferă de cea a celulei Nr. 6, respectiv de a_I numai printr-o constantă respectiv

$$a_{II}(\omega) = a_I(\omega_0) - a_I(\omega)$$

Dependența de frecvență a curbei a_{II}, pe o scară logaritmică este arătată în fig. 11.29.

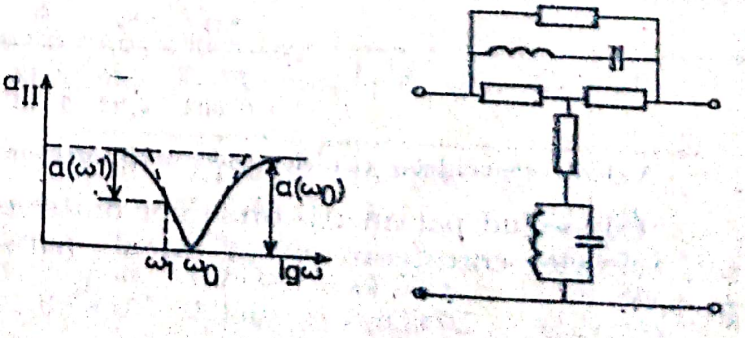


Fig. 11.29. Aproximarea prin segmente a celulei Nr. 8 și schema electrică corespunzătoare.

Dacă $a(\omega_1)$ se alege conform cu fig. 11.29 parametrii a și b ai acestei celule se determină în baza aceloraşi relaţii, respectiv 11.50 şi 11.51.

Stabilirea soluţiei iniţiale

Pentru stabilirea unei soluţii iniţiale a funcţiei aproximante de transmisie, curba de atenuare iniţială în fig. 11.26 se va înlocui cu o serie de curbe aproximative sub formă de triunghiuri, după cum este arătat în fig. 11.30.

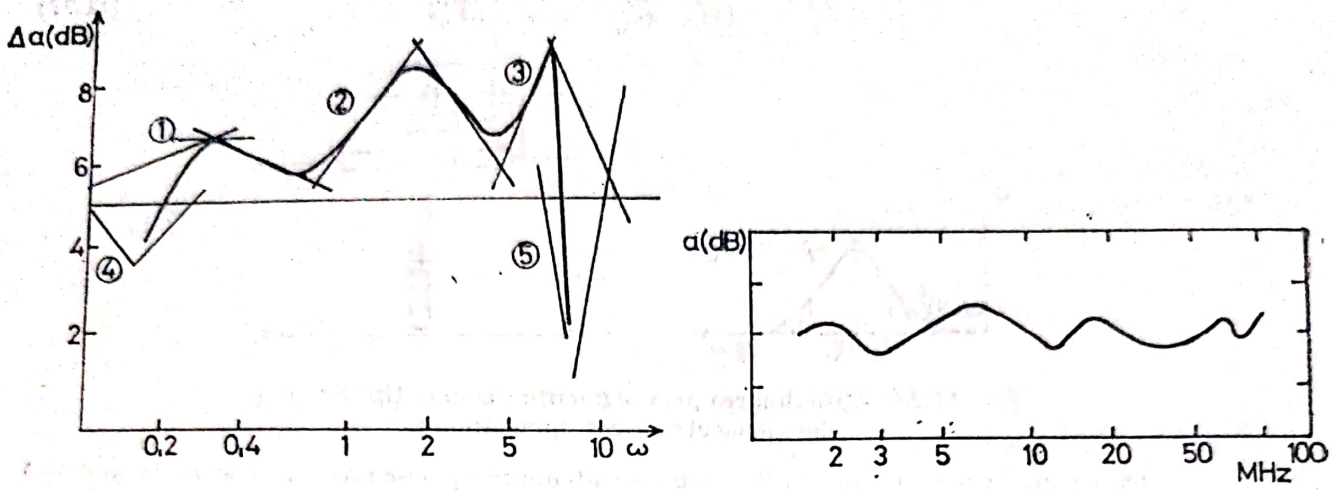


Fig. 11.30. *a*) Stabilirea unei soluţii iniţiale — aproximative; *b*) Caracteristica rezultată.

Se observă că sînt necesare 3 celule de tip I şi 2 celule de tip II.

Valorile caracteristice $\omega_{0\nu}$, $a(\omega_{0\nu})$ şi $a(\omega_{1\nu})$ ($\nu = 1,2\ldots5$) ale acestor celule, deduse din curba din fig. 11.30 sînt:

N°	1	2	3	4	5
ω_0	0,3	1,7	5,5	0,16	7
ω_1	0,165	1	4,1	0,125	6,2
$a(\omega_0)$dB	1,4	3,2	3,5	1,5	4
$a(\omega_1)$dB	0,7	1,6	1,75	0,85	2

Cu aceste date în baza relaţiilor (11.50) şi (11.51) se calculează parametrii a_ν şi b_ν.

Vectorul parametrilor de optimizat X din relaţia (11.32) conţine următoarele componente:

$$X^T = [\omega_{01}, a_1, b_1, \omega_{02}, a_2, b_2, \ldots, \omega_{05}, a_5, b_5] \qquad (11.52)$$

Pentru optimizare, nu se folosesc procedee care să necesite cunoaşterea gradientului, deoarece în acest caz derivatele parţiale au relaţii relativ complicate. Se foloseşte în acest scop un procedeu simplu ca cel al căutării coordonatelor

Datele referitoare la parametrii caracteristici înainte şi după optimizare sînt arătate mai jos:

	ω_{01}	a_1	b_1	ω_{02}	a_2	b_2	ω_{03}	a_3	b_3	ω_{04}	a_4	b_4
Iniţial	0,3	0,412	0,35	1,7	2,0	1,44	5,5	3,34	2,28	0,16	0,074	0,06
După optimizare	0,283	0,411	0,351	1,73	2,06	1,40	5,51	2,92	1,92	0,171	0,08	0,064

ω_{05}	a_5	b_5
7	3,46	2,42
0,692	1,97	1,32

Valorile elementelor celulelor corectoare corespunzătoare sînt arătate în fig. 11.31.

Cunoscînd parametrii funcţiilor de transmisie (a, b, ω_0) corespunzători celulelor corectoare se pot calcula parametrii electrici r, L, C respectivi.

Scanned with OKEN Scanner

Se exemplifică determinarea elementelor pentru celula tip I ($N°=6$), pentru celelalte aceasta efectuîndu-se în mod similar. Relaţiile de calcul sînt date în tabelul 11.1

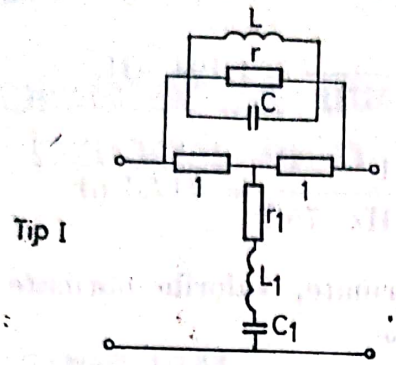


Fig. 11.31. Celulele corectoare rezultate.

Dacă funcţia de transmisie este $H(s)=\dfrac{s^2+as+\omega_0^2}{s^2+bs+\omega_0^2}$ în baza relaţiei $Z(s)=H(s)-1$ se obţine

$$Z(s)=\frac{(a-b)s}{s^2+6s+\omega_0^2}. \text{ Din aceasta } Y(s)=[Z(s)]^{-1}=\frac{s^2+bs+\omega_0^2}{(a-b)s}=$$

$$=\frac{1}{a-b}s+\frac{b}{a-b}+\frac{\omega_0^2}{(a-b)s}=Cs+\frac{1}{r}+\frac{L}{Ls}$$

Identificînd termenii se obţine simplu:

$$r=\frac{a-b}{b};\qquad C=\frac{1}{a-b};\qquad L=\frac{a-b}{\omega_0^2}$$

Impedanţa braţului transversal al celulei este egală cu valoarea inversă impedanţei braţului serie, deci

$$Z_1(s)=\frac{1}{H(s)-1)}=[Z(s)]^{-1}=Y(s)=L_1s+r_1+\frac{1}{C_1s}$$

Identificînd termenii corespunzători se obţine în acest caz:

$$L_1=C=\frac{1}{a-b};\qquad C_1=L=\frac{a-b}{\omega_0^2};\qquad r_1=\frac{1}{r}=\frac{b}{a-b}$$

Folosind datele din programul de optimizare pentru parametrii a, b şi ω_0 se obţin următoarele valori pentru elementele celulelor corectoare:

Celula nr.	r	L	C	$r_1=r^{-1}$	$L_1=C$	$C_1=L$
1	5,81	208,101	16,666	0,17212	16,666	208,101
2	2,1212	0,22027	1,5	0,4540	1,5	0,22027
3	1,92	0,03294	1	0,52083	1	0,03294
4	0,2352	2,96518	11,530	4,2517	11,530	2,96598
5	0,4924	0,24996	0,08357	2,0308	0,08357	0,24996

Scanned with OKEN Scanner

Din fig. 11.30a se observă că frecvența de normare a fost aleasă $f_0 = 10$ MHz.

Valorile nominale pentru L_0 și C_0 rezultă pentru $R_0 = 75\Omega$

$$L_0 = \frac{R_0}{2\pi f_0} = \frac{75}{2\pi \cdot 10\,\text{MHz}} = 1{,}194\ \mu\text{H}.$$

$$C_0 = \frac{1}{2\pi f_0 R_0} = \frac{1}{2\pi\ 10\text{MHz} \cdot 75\Omega} = 212{,}3\ \text{pF}$$

Pentru obținerea valorilor denormate, valorile normate calculate se înmulțesc corespunzător cu L_0 și C_0.

Scanned with OKEN Scanner

12.

Proiectarea transformatorului de bandă și a atenuatoarelor

12.1. GENERALITĂȚI

Transformatorul de bandă își găsește o largă utilizare și în realizarea filtrelor și rețelelor corectoare.

Destinația de bază a transformatorului o constituie adaptarea cuadripolilor de impedanțe diferite. Folosirea transformatorului exclude legăturile galvanice dintre cuadripoli și ca rezultat dispare influența asimetriei longitudinale a unui circuit asupra altuia. Aceasta este deosebit de important la trecerea de la circuite echilibrate la circuite neechilibrate.

Pentru diverse tipuri de transformări ale schemelor filtrelor electrice se folosește pe scară largă transformatorul ideal. Acesta se caracterizează prin aceea că inductanța înfășurărilor este considerată infinită, nu are pierderi ohmice și nici scăpări magnetice.

Relațiile dintre tensiunile și curenții de intrare, respectiv de ieșire, ale unui transformator real fără pierderi (fig. 12.1,*a*) sînt :

$$\begin{aligned} U_1 &= sL_1I_1 + sL_{12}I_2 \qquad (s = j\omega) \qquad a) \\ U_2 &= sL_{12}I_1 + sL_2I_2 \qquad\qquad\quad b) \end{aligned} \tag{12.1}$$

(L_{12} poate fi deopotrivă pozitiv și negativ).

Inductanțele executate pe miezuri magnetice de permeabilitate suficient de mare, sînt practic proporționale cu patratul numărului de spire :

$$L_1 = LN_1^2; \quad L_2 = LN_2^2; \quad L_{12} = LN_1N_2 \tag{12.2}$$

unde N_1 și N_2 sînt numerele de spire ale înfășurărilor primare, respectiv secundare. Înlocuind valorile L_1, L_2 și L_{12} din relațiile (12.2) în (12.1) se obține :

$$\begin{aligned} U_1 &= sLN_1^2I_1 + sLN_1N_2I_2 \quad a) \\ U_2 &= sLN_1N_2I_1 + sLN_2^2I_2 \quad b) \end{aligned} \tag{12.3}$$

Scanned with OKEN Scanner

Împărțind ambele egalități cu L și făcînd pe acesta să tindă către infinit rezultă :

$$N_1 I_1 + N_2 I_2 = 0 \tag{12.4}$$

Din relațiile (12.3) se obține prin împărțirea acestora

$$\frac{U_2}{N_2} = \frac{U_1}{N_1} \tag{12.5}$$

Relațiile (12.4) și (12.5) sînt de bază în cazul transformatorului ideal.

Prin raportul de transformare n se notează

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \mathrm{n}. \tag{12.6}$$

Rezultă că în cazul transformatorului ideal sînt valabile relațiile :

$$U_1 = \frac{1}{n} U_2$$

$$I_1 = -nI_2$$

Puterea consumată de transformatorul ideal este :

$$U_1 I_1 + U_2 I_2 = U_1 I_1 + nU_1\left(-\frac{1}{n} I_1\right) = 0$$

Din această relație rezultă că transformatorul ideal nu poate nici prelua, nici ceda energie.

Prin transformarea tensiunilor și curenților se transformă și impedanțele.

Să examinăm cum se transformă o impedanță Z_2 prin intermediul unui transformator ideal (fig. 12*b*).

Relațiile transformatorului ideal sînt :

$$U_1 = \frac{1}{n} U_2$$

$$I_1 = -nI_2 \tag{12.7}$$

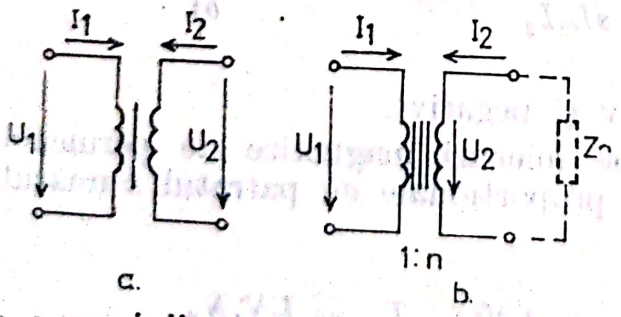


Fig. 12.1. Transformatorul inductiv : *a*) și transformatorul ideal *b*).

iar cea a sarcinii

$$U_2 = -Z_2 I_2 \tag{12.8}$$

Înlocuind pe U_2 din relația (12,8) (în (12.7) și făcînd raportul U_1/I_1 se obține :

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{1}{n^2} Z_2 \tag{12.9}$$

Deci impedanța se transformă proporțional cu patratul raportului de transformare.

Scanned with OKEN Scanner

12.2. TRANSFORMATORUL REAL (INDUCTIV)

Transformatorul ideal nu poate fi realizat fără elemente negative. Prin transformator se înțelege în general, un transformator inductiv, de tipul celui ilustrat în fig. 12.2.

Cu toate că acest transformator este mai apropiat de realitate încă mai conține o măsură importantă de idealizare.

Transformatorul ca orice cuadripol reciproc, este caracterizat prin trei parametri care au fost notați pe fig. 12.2. Sensul pozitiv al bobinării trebuie menționat, deoarece valoarea inductanței mutuale L_{12} este pozitivă sau negativă, după cum raportul de transformare este pozitiv sau negativ.

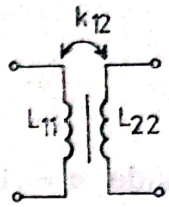


Fig. 12.2. Transformator inductiv.

Se observă că relațiile 12.1, coincid cu caracteristica impedanță a cuadripolului din fig. 12.2.

Prin identificare rezultă:

$$sL_1 = Z_{11} = Z_{1g}$$

$$sL_{12} = Z_{12} \tag{12.10}$$

$$sL_2 = Z_{22} = Z_{2g}$$

Ținînd seama de relațiile (12.10) și de cele dintre parametrii impedanță și parametrii admitanță (1 Cap. 3) se obține:

$$Y_{11} = \frac{L_2}{s^2 \Delta L}; \quad Y_{22} = \frac{L_1}{s \Delta L}; \quad Y_{12} = \frac{L_{12}}{\Delta L} \tag{12.11}$$

unde $\Delta L = L_1 L_2 - L_{12}^2$.

Pentru valorile inductanțelor în scurtcircuit se obține:

$$Z_{1s} = \frac{1}{Y_{11}} = \frac{\Delta L}{L_2} s;$$

$$Z_{2s} = \frac{1}{Y_{22}} = \frac{\Delta L}{L_1} s; \tag{12.12}$$

În aceste relații figurează așa numitele inductanțe în scurtcircuit ale căror valori sînt:

$$L_{1s} = \frac{\Delta L}{L_2} = \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{L_2}$$

$$L_{2s} = \frac{\Delta L}{L_1} = \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{L_1} \tag{12.13}$$

Ținînd seama că acestea nu pot avea valori negative rezultă:

$$L_{12}^2 < L_1 L_2 \tag{12.14}$$

Dacă se notează

$$L_{12} = k\sqrt{L_1 L_2} \tag{12.15}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde k este coeficientul de cuplaj, atunci evident

$$0 \leqslant k \leqslant 1$$

Inductanțele primare și secundare se pot exprima prin intermediul lui k și se obține :

$$L_{1s} = \frac{\Delta L}{L_2} = L_1(1 - k^2) = \sigma L_1$$
$$L_{2s} = \frac{\Delta L}{L_1} = L_2(1 - k^2) = \sigma L_2 \qquad (12.16)$$

unde $\sigma = 1 - k^2$ este coeficientul de scăpări și valoarea sa este

$$0 \leqslant \sigma \leqslant 1 \qquad (12.17)$$

Cunoscînd parametrii impedanță se poate stabili circuitul echivalent în T (fig. 12.3*a*) iar cu ajutorul parametrilor admitanță circuitul echivalent în Π (fig. 12.3*b*).

Orice transformator asimetric se poate înlocui cu un transformator simetric conectat în lanț cu un transformator ideal asimetric (fig. 12.3*c*).

Coeficientul de scăpări al transformatorului simetric este identic cu cel al transformatorului asimetric :

$$\sigma' = 1 - \frac{\left(L_{12}\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}\right)^2}{L_1^2} = 1 - \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2} = \sigma \qquad (12.18)$$

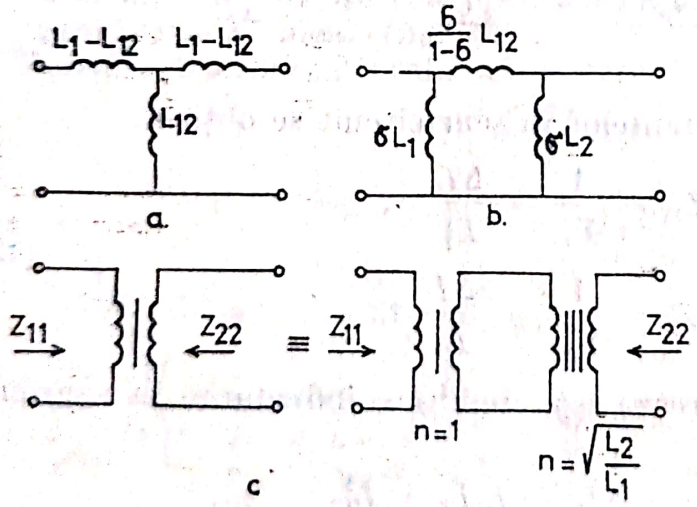


Fig. 12.3. Circuite echivalente ale transformatorului : *a*) Circuit în T ; *b*) Circuit în π ; *c*) Circuit echivalent al transformatorului asimetric.

Ținînd seama de echivalența din fig. 12.3*c*, rezultă că studiul transformatorului se poate reduce la studiul transformatorului simetric.

Ținînd seama de relația dintre parametrii impedanță și coeficientul de transmisie H, rezultă (fig. 12.4).

$$H = \frac{R^2 + (L_1^2 - L_{12}^2)s^2 + 2RL_{12}s}{2RL_{12}s} = \frac{L_1}{L_{12}} + \mathrm{j}\,\frac{(L_1^2 - L_{12}^2)\omega^2 - R^2}{2RL_{12}} =$$
$$= \frac{L_1}{L_{12}}\left(1 - \mathrm{j}\,\frac{E^2 - (L_1^2 - L_{12}^2)\omega^2}{2\omega L_1 R}\right) \qquad (12.19)$$

Scanned with OKEN Scanner

Atenuarea este minimă la frecvența la care partea imaginară devine zero, respectiv :

$$R^2 - (L_1^2 - L_{12}^2)\omega^2 = 0$$

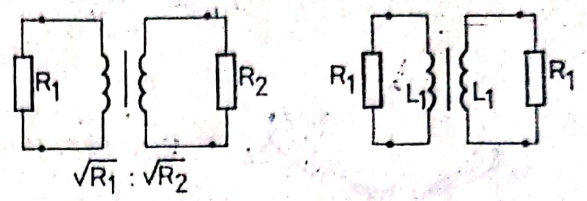


Fig. 12.4. Transformator utilizat pentru adaptare.

de unde

$$\omega_0 = \frac{R}{L_1\sqrt{1-k^2}} = \frac{R}{L_1\sqrt{\sigma}} \tag{12.20}$$

Se alege ca frecvență unitate frecvența ω_0.
În continuare se introduce transformarea de frecvență.

$$\Omega = \frac{R^2 - \sigma L_1^2\omega^2}{2\omega\sqrt{\sigma}\,L_1} \tag{12.21}$$

Înlocuind valoarea lui ω_0 din relația (12.20) în relația (12.21) se obține :

$$\Omega = \frac{R^2 - \sigma L_1^2\omega^2}{2\omega L_1\sqrt{\sigma}} \tag{12.22}$$

Înlocuind pe Ω în expresia lui H rezultă :

$$H = \frac{L_1}{L_{12}}(1 + j\sqrt{\sigma}\Omega)$$

$$|H|^2 = \left(\frac{L_1}{L_{12}}\right)^2(1 + \sigma\Omega^2) \tag{12.23}$$

iar pentru atenuare :

$$A = \ln|H| = \ln\frac{L_1}{L_{12}} + \frac{1}{2}\ln(1 + \sigma\Omega^2) = A_c + A_L \tag{12.24}$$

Rezultă că atenuarea se compune din termenul constant

$$A_c = \ln\frac{L_1}{L_{12}} = \ln\frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2}} \tag{12.25}$$

și unul funcție de frecvență

$$A_\Delta = \frac{1}{2}\ln(1 + \sigma\Omega^2) \tag{12.26}$$

Reprezentînd pe A_Δ în funcție de frecvență, rezultă că această funcție este simetrică în raport cu $\omega = \omega_0$. Reprezentînd atenuarea în funcție de Ω, avînd σ ca parametru se obțin curbele din fig. 12.5.

Scanned with OKEN Scanner

Se observă că pentru valori crescînde ale lui σ crește și panta atenuării. Pentru $\sigma = 0$, partea variabilă a atenuării este zero în întreaga gamă de frecvență. În acest caz însă din relația (12.20) se obține :

$$L_1 = \frac{R_1}{\omega_0 \sqrt{\sigma}} = \infty \qquad (12.27$$

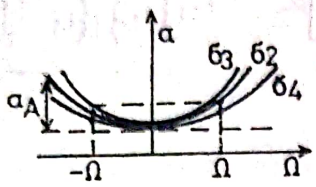


Fig. 12.5. Atenuarea transformatorului în funcție de frecvență.

Rezultă că în acest caz transformatorul este ideal și așa se explică transmisia în funcție de frecvență.

În proiectarea transformatorului, importantă este variația atenuării în banda de transmisie.

În continuare se va analiza, partea variabilă a atenuării

$$A_\Delta = \frac{1}{2} \ln(1 + \sigma\Omega^2)$$

Valoarea maximă a acestei atenuări, ce se atinge în banda transmisă, caracterizează întreaga variație a atenuării, întrucît valoarea minimă este zero. Pentru proiectare se prescrie în general banda de frecvență care trebuie transmisă și frecvențele limită.

Banda de frecvență transmisă este cuprinsă între ω_i și ω_s și în această bandă valoarea maximă permisă a atenuării este a_{max}, iar rezistența de închidere în ambele părți este R_1. Este necesar să se calculeze valoarea minimă a inductanței L_1 și valoarea maximă permisă a coeficientului de scăpări σ_m.

Pentru $\omega = \omega_i$, valoarea lui Ω rezultă

$$\Omega_i = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_i}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_i}\right) \qquad (12.28)$$

Dacă se cere ca valorile atenuării pentru $\Omega = \Omega_i$ și $\Omega = \Omega_s$ să fie egale, este necesar ca $\Omega_i = -\Omega_s$. Punînd această condiție se obține

$$\frac{\omega_i^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_i} = -\frac{\omega_s^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega_s} \qquad (12.29)$$

Din această relație rezultă :

$$\omega_0^2 = \omega_i \omega_s \qquad (12.30)$$

Valoarea atenuării ce se obține la frecvența limită superioară este

$$A_\Delta = \frac{1}{2} \ln(1 + \sigma_m \Omega_s^2) \leqslant A_{max} \qquad (12.31)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde

$$\Omega_s = \frac{\omega_s^2 - \omega_s\omega_i}{2\omega_s\sqrt{\omega_s\omega_i}} = \frac{\omega_s - \omega_i}{2\sqrt{\omega_i\omega_s}} \qquad (12.32)$$

Din relația (12.31) se obține valoarea maximă a coeficientului de scăpări:

$$\sigma_{max} = \frac{e^{2A_{max}} - 1}{\Omega_s^2} = \left(\frac{2\sqrt{\omega_i\omega_s}}{\omega_s - \omega_i}\right)^2 (e^{2A_{max}} - 1) \qquad (12.33)$$

Aceasta este cea mai importantă relație a proiectării și exprimă relația dintre banda de frecvență care trebuie transmisă, variația maximă a atenuării permise și coeficientul de scăpări admis. Cunoscînd coeficientul de scăpări, în baza relației 12.20, rezultă:

$$L_1 = \frac{R_1}{\omega_0\sqrt{\sigma_{max}}} = \frac{R_1(\omega_s - \omega_i)}{2\omega_i\omega_s\sqrt{e^{2A_{max}} - 1}} \qquad (12.34)$$

În acest fel s-au determinat parametrii transformatorului simetric. Pentru transformatorul asimetric, valoarea coeficientului de scăpări σ, în baza relației (12.18), rămîne aceeași, iar inductanța secundară este

$$L_2 = L_1\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_2(\omega_s - \omega_i)}{2\omega_i\omega_s\sqrt{e^{2a_{max}} - 1}} \qquad (12.35)$$

Toate pierderile unui transformator realizat pe un miez magnetic de calitate pot fi aproximativ reduse la o singură rezistență serie (fig. 12.6.).

Această rezistență se poate îngloba în rezistența de închidere din primar R_1 și transformatorul trebuie proiectat pentru rezistența primară $R_i + R_{miez}$.

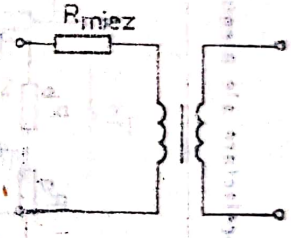


Fig. 12.6. Simularea pierderilor transformatorului.

12.3. PROIECTAREA ATENUATORILOR

Atenuatorii sînt cuadripoli, a căror atenuare este constantă (independentă de frecvență), iar defazarea este zero. Prescrierile în domeniul frecvență sînt indicate în fig. 12.7.

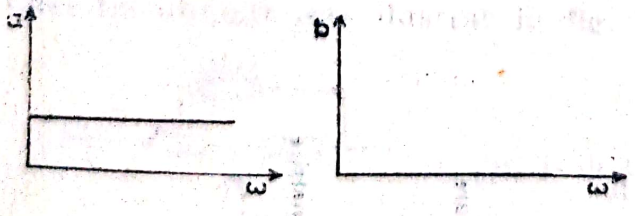


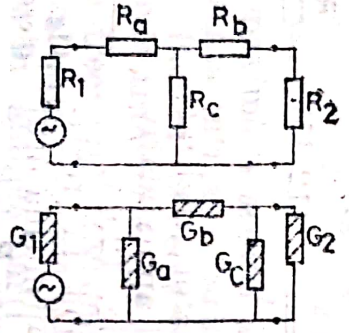
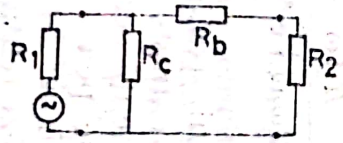
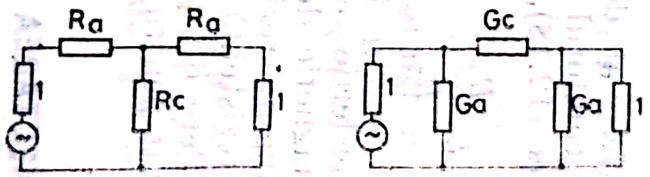
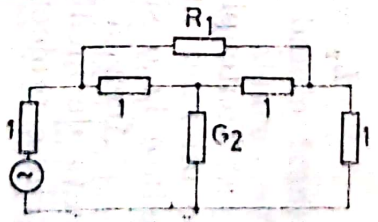
Fig. 12.7. Condiții de atenuare și de fază impuse atenuatorului.

Aplicațiile atenuatorilor sînt multiple cele mai frecvente fiind pentru reglarea nivelelor în diverse puncte ale unor instalații complexe sau pentru adaptarea între diverse subansamble.

Pentru stabilirea relațiilor de proiectare, rezistența de sarcină normată se alege egală cu unitatea.

Scanned with OKEN Scanner

Relații de proiectare ale atenuatorilor — *Tabelul 12.1*

Circuit T și π		$R_a = R_1 \operatorname{cth} A - \sqrt{R_1 R_2}\,\frac{1}{\operatorname{sh} A_0}$ $G_a = G_1 \operatorname{cth} A - \sqrt{G_1 G_2}\,\frac{1}{\operatorname{sh} A_0}$ $R_b = R_2 \operatorname{cth} A - \sqrt{R_1 R_2}\,\frac{1}{\operatorname{sh} A_0}$ $G_b = G_2 \operatorname{cth} A - \sqrt{G_1 G_2}\,\frac{1}{\operatorname{sh} A_0}$ $R_e = \sqrt{R_1 R_2}\,\frac{1}{\operatorname{sh} A}$; $G_e = \sqrt{G_1 G_2}\,\frac{1}{\operatorname{sh} A}$
Circuite de adaptare		$R_1 < R_2 \quad A = \operatorname{ch}^{-1}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$ $R_e = R_1 \operatorname{ch} A$ $R_b = R_2 \operatorname{th} A$
Circuit T și π simetrice		$R_a = G_a = \operatorname{th}\frac{A}{2}$ $R_e = G_e = \frac{1}{\operatorname{sh} A}$
Circuit T-podit		$R_1 = G_2 = e^A - 1$

Scanned with OKEN Scanner

Din valoarea cunoscută a atenuării A(Np) care se prescrie se determină funcția de transmisie $H = e^{A}$. Mai întîi se determină parametrii punte, apoi pe bază de echivalență, celelalte structuri care se utilizează în practică (fig. 12.8).

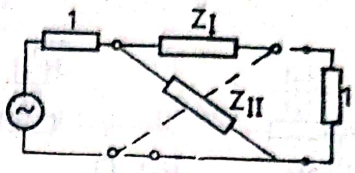


Fig. 12.8. Circuit echivalent în X al atenuatorului.

$$Z_I = -\frac{H-1}{H+1}; \quad Z_{II} = \frac{H+1}{H-1} \tag{12.36}$$

Circuitul în punte (X) în practică nu se utilizează deoarece conține 4 rezistențe și în plus este și foarte sensibil la variația elementelor și de aceea se vor deduce, alte circuite echivalente.

Se va examina circuitul T podit. Relația de echivalență este [1]: (fig. 12.9).

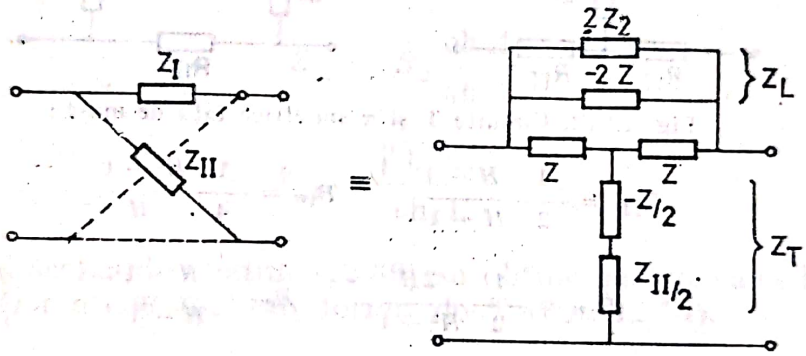


Fig. 12.9. Circuit echivalent în T-podit.

Fie $Z = 1$, adică egală cu rezistența unitate. Pentru impedanța din brațul longitudinal Z_L și brațul transversal Z_T rezultă:

$$Z_L = 2\frac{H-1}{H+1} \Big\| (-2) = H-1$$

(|| înseamnă conectarea în paralel)

$$Z_T = \frac{1}{2}\frac{H-1}{H+1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{H-1}$$

Circuitul obținut este ilustrat în fig. 12.10.

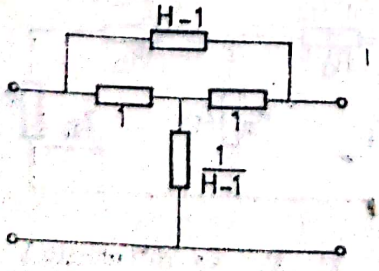


Fig. 12.10. Circuit în T-podit echivalent al unui atenuator.

Acest tip de atenuator se utilizează în cazul în care se dorește să se obțină, atenuatori variabili deoarece aceștia se obține, variind numai două rezistențe (valoarea uneia fiind inversă celeilalte).

Ținînd seama de relațiile de echivalență dintre circuitul X și T și Π se obțin circuitele din fig. 12.11.

Dacă se dorește să se realizeze circuite simetrice față de masă atunci acestea sînt de tipul celor din fig. 12.12.

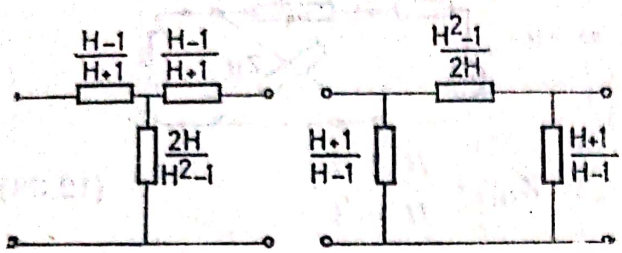


Fig. 12.11. Circuite în T și π asimetrice față de masă.

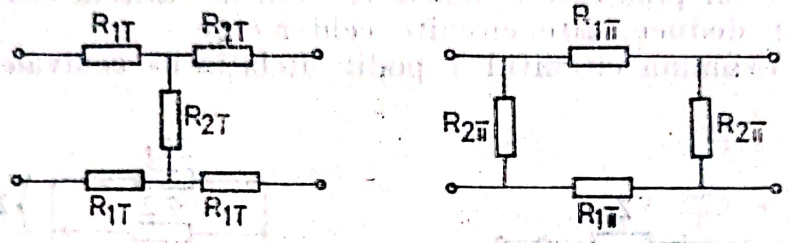


Fig. 12.12. Circuite T și π simetrice față de masă:

$$R_{1T} = \frac{1}{2}\,\frac{H-1}{H+1} \qquad R_{1\pi} = \frac{1}{4}\,\frac{H^2-1}{H}$$

$$R_{2T} = \frac{1}{2}\,\frac{2H}{H^2-1} \qquad R_{2\pi} = \frac{H+1}{H-1}$$

Atenuatori asimetrici

Deseori este necesar să calculăm atenuatori care să lucreze între rezistența de sarcină diferită R_1 și R_2. În fig. 12.13 este ilustrat circuitul unui cuadripol în T determinat de parametrii impedanță și închis între rezistențe de sarcini diferite.

Deci datele care se cunosc sînt rezistențele de închidere R_1, R_2 și atenuarea $A = \ln H$.

Se cere să se determine rezistențele $R_a = Z_{11} - Z_{12}$, $R_b = Z_{22} - Z_{12}$ și $R_c = Z_{12}$.

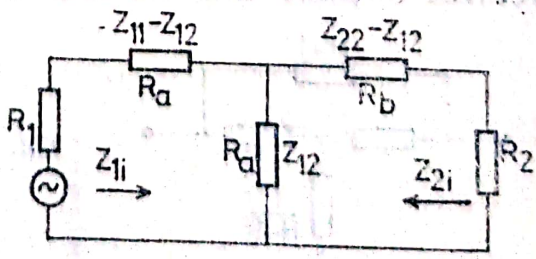


Fig. 12.13. Parametrii Z ai atenuatorului în T-asimetric.

Rezistențele necunoscute R_a, R_b și R_c se determină dintr-un sistem de 3 ecuații cu trei necunoscute.

Prima și a doua ecuație se obțin impunînd ca impedanțele de intrare din primar Z_{1i} și secundar Z_{2i} să coincidă ca valoare cu rezistențele de

închidere din primar și secundar, respectiv

$$Z_{1i} = R_1 = \frac{\Delta_z + Z_{11}R_2}{Z_{22} + R_2} = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2 + Z_{11}R_2}{Z_{22} + R_2}$$
$$Z_{2i} = R_2 = \frac{\Delta_z + Z_{22}R_1}{Z_{11} + R_1} = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2 + Z_{22}R_1}{Z_{11} + R_1} \qquad (12.37)$$

Exprimînd valoarea funcției de transmisie în funcție de parametrii impedanță se obține a treia ecuație :

$$H = e^A = \frac{(Z_{11} + R_1)(Z_{22} + R_2) - Z_{12}^2}{2Z_{12}\sqrt{R_1R_2}} \qquad (12.38)$$

Rezolvînd sistemul de ecuații (12.37) și (12.38) se obține

$$Z_{11} = R_1 \frac{\operatorname{ch} A}{\operatorname{sh} s}$$
$$Z_{22} = R_2 \frac{\operatorname{ch} A}{\operatorname{sh} A} \qquad (12.39)$$
$$Z_{12} = \frac{\sqrt{R_1R_2}}{\operatorname{sh} A}$$

Ținînd seama de relațiile (12.39) se obține pentru valorile elementelor circuitului atenuator sub forma de T (fig. 12.14).

$$a) \quad R_a = Z_{11} - Z_{12} = \frac{R_1 \operatorname{ch} A - \sqrt{R_1R_2}}{\operatorname{sh} A}$$
$$b) \quad R_b = Z_{22} - Z_{12} = \frac{R_2 \operatorname{ch} A - \sqrt{R_1R_2}}{\operatorname{sh} A} \qquad (12.40)$$
$$c) \quad R_c = Z_{12} = \frac{R_{12}}{\operatorname{sh} A}$$

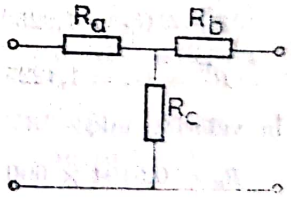


Fig. 12.14. Atenuator asimetric.

Valorile R_1, R_2 și a nu pot fi prescrise oricum deoarece pot rezulta valori negative pentru elementele atenuatorului sub formă de T.

Din relația (12.40a) rezultă :

$$R_1 \operatorname{ch} A - \sqrt{R_1R_2} \geqslant 0 \qquad \operatorname{ch} A \geqslant \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \qquad (a$$

iar din 12.40, b

$$R_2 \operatorname{ch} A - \sqrt{R_1R_2} \geqslant 0 \qquad \operatorname{ch} A \geqslant \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \qquad (b \qquad (12.41)$$

Din relațiile (12.41 a și b) rezultă : că fiind prescrise valorile rezistențelor R_1 și R_2 se poate proiecta un atenuator, numai cu o atenuare

Scanned with OKEN Scanner

de o valoare mai mare decît o valoare limită. Dacă se îndeplinesc relațiile de egalitate (12.41, *a*) sau (12.41, *b*) atunci se obțin structuri simplificate de atenuatori sub formă de L (fig. 12.15).

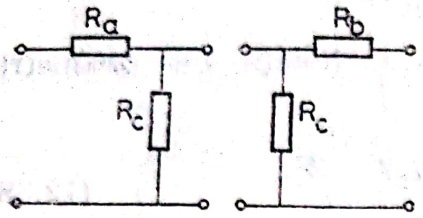


Fig. 12.15. Atenuatori de valori limită în *L*:

$$R_a = \frac{R_1 \operatorname{ch} A - \sqrt{R_1 R_2}}{\operatorname{sh} A}$$

$$R_c = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{\operatorname{sh} A}$$

$$R_b = \frac{R_2 \operatorname{ch} A - \sqrt{R_1 R_2}}{\operatorname{sh} A}$$

$$\operatorname{ch} A = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}; \quad \text{b)} \quad \operatorname{ch} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

Exemplul 12.1

Să se proiecteze un atenuator care să fie conectat între două rezistențe de 600Ω de atenuare de 10 dB și să fie realizat sub formă de T, π și T-podit.

Dacă $a = 12$ dB, rezultă $A = 10 \times 0{,}1151 = 1{,}151$ Np

$$H = e^A = 3{,}16135$$

Realizarea sub formă T sau π

$$R_a = \frac{H-1}{H+1} = \frac{2{,}16135}{4{,}16135} = 0{,}5194$$

$$R_c = \frac{2H}{H^2-1} = \frac{6{,}32270}{8{,}99413} = 0{,}7030$$

$$R_a^{\pi} = G_a = 1{,}9253$$

$$R_c^{\pi} = G_e = 1{,}4225$$

Realizare sub formă T — podit

$$R_L = H - 1 = 2{,}16135$$

$$R_T = \frac{1}{H-1} = 0{,}4627$$

$$R_L = 2{,}16135 \times 600 = 1296{,}81\ \Omega$$

$$R_T = 0{,}4627 \times 600 = 277{,}62\ \Omega$$

În valori tehnice

$R_a = 0{,}5194 \times 600\ \Omega = 311{,}64\ \Omega$

$R_c = 0{,}7030 \times 600\ \Omega = 422\ \Omega$

$R_a^{\pi} = 1{,}9253 \times 600\ \Omega = 1155{,}18\ \Omega$

$R_c^{\pi} = 1{,}4225 \times 600 = 853{,}51\ \Omega$

Schemele rezultate sînt indicate în fig. 12.16.

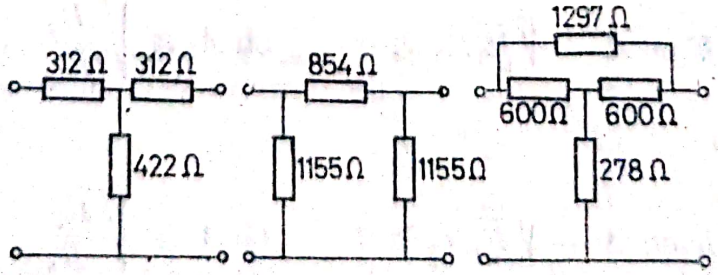


Fig. 12.16. Atenuator de 10 dB/600 sub formă de T, π sau T-podit.

Scanned with OKEN Scanner

13.

Sensitivități

13.1. GENERALITĂȚI

Caracteristicile electrice ale componentelor circuitelor fizice sînt supuse variațiilor și din acest motiv totdeauna există diferențe între parametrii măsurați și cei calculați. Aceste diferențe se datoresc mai multor cauze dintre care :

— În proiectarea circuitelor se neglijează o serie de factori ca pierderile elementelor reactive, prezența elementelor parazite influența factorilor exteriori etc.

— Calculele sînt în general aproximative.

— În realizarea practică se utilizează componente fabricate în serie, ale căror valori diferă de cele nominale.

Variația acestor parametrii se traduce prin deplasarea polilor și zerourilor funcției de circuit în raport cu valorile nominale. Este deci indicat să se poată stabili apriori efectul produs de aceste variații asupra performanțelor circuitului.

O metodă generală cu ajutorul căreia se pot studia variațiile caracteristicilor circuitelor în raport cu variațiile elementelor componente o constituie metoda sensitivităților.

Cunoașterea sensitivităților ajută în alegerea configurației circuitelor și a valorilor elementelor. Calculul sensitivităților permite stabilirea elementelor cele mai critice, ajută în procedeul de acord final precum și în determinarea toleranțelor de execuție.

În practică nu se pot obține circuite reale insensibile la variațiile elementelor, însă este posibil să se minimizeze variațiile acestora, ceea ce în multe cazuri este suficient.

În multe procedee de calcul se permite creșterea numărului componentelor în vederea extinderii limitelor toleranțelor.

13.2. CALITATEA, PRECIZIA ȘI TOLERANȚA ELEMENTELOR

Impedanțele condensatoarelor și bobinelor reale diferă de valorile ideale din două motive principale :

— Valorile capacităților condensatoarelor și ale inductanțelo bobinelor sînt executate la valori care diferă practic de cele nominale

Scanned with OKEN Scanner

— Bobinele și condensatorii au pierderi care sînt simulate prin rezistențe serie sau derivație.

Rezultă deci că o bobină (condensator), prezintă o impedanță (admitanță) efectivă :

$$Z_{ef} = j\omega L + r \quad \text{respectiv} \tag{13.1}$$

$$Y_{ef} = j\omega C + g$$

Abaterea față de valoarea nominală este

$$\frac{Z_{ef} - Z_i}{Z_i} = \delta Z_L = \frac{L - L_i}{L_i} + \frac{r}{j\omega L_i}$$

$$\frac{Y_{ef} - Y_i}{Y_i} = \delta Y_i = \frac{C - C_i}{C_i} + \frac{g}{j\omega C_i} \tag{13.2}$$

Se observă că abaterile impedanțelor bobinelor și ale admitanțelor condensatoarelor sînt cantități complexe a căror parte reală caracterizează abaterile inductanțelor și capacităților în raport cu valorile nominale, iar părțile imaginare caracterizează pierderile.

Valorile

$$\frac{L - L_i}{L_i} = T_L \quad \text{și} \quad \frac{C - C_i}{C_i} = T_c \tag{13.3}$$

reprezintă „toleranțele", inductanțelor (capacităților).

Inversele acestor cantități :

$$\frac{L_i}{L - L_i} = P_L \quad \text{și} \quad \frac{C_i}{C - C_i} = P_c \tag{13.4}$$

reprezintă „precizia" inductanțelor (capacităților).

Partea imaginară a abaterii relative este factorul de disipație, care se va nota prin d_L respectiv d_C :

$$d_L = \frac{r}{\omega L_i} = \frac{1}{Q_L}; \qquad d_c = \frac{g}{\omega C_i} = \frac{1}{Q_c} \tag{13.5}$$

Inversul acestor cantități (ω_L și ω_C) reprezintă factorul de calitate al bobinei (condensatorului).

Deci, abaterea relativă a impedanței (admitanței) elementelor va fi :

$$\partial Z_L = T_L - jd_L = \frac{1}{P_L} - j\,\frac{1}{Q_L}$$

$$\delta Y_C = T_C - jd_C = \frac{1}{P_c} - j\,\frac{1}{Q_c} \tag{13.6}$$

De menționat, că precizia poate fi o cantitate pozitivă sau negativă, factorul de calitate nu poate fi însă decît pozitiv și din acest motiv partea imaginară a abaterii relative este totdeauna negativă.

În cazul unei fabricații de serie, componentele prezintă abateri față de valorile nominale, care de regulă au o distribuție statistică.

Scanned with OKEN Scanner

Trebuie în acest caz cunoscută probabilitatea Q_z, pentru care variabila aleatoare x_i diferă de valoarea medie $\bar{x}_i = M(x)$ — unde $M(x)$ este speranța matematică.

Dacă se notează cu $p(x_i)$ densitatea de probabilitate, atunci

$$M(x_i) = \bar{x}_i = \int_{-\infty}^{+\infty} x_i p(x_i)\, \mathrm{d}x_i \tag{13.7}$$

iar patratul dispersiei D:

$$D^2 = M[\bar{x}_i - M(x_i)]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \bar{x}_i)^2\ p(x_i)\, \mathrm{d}x_i \tag{13.8}$$

În calculul toleranțelor aplicat rețelelor lineare, distribuțiile care se întîlnesc cel mai frecvent sînt cele de tip normal „Gauss" (fig. 13.1 *a*) sau cele de tip continuu (fig. 13.1 *b*).

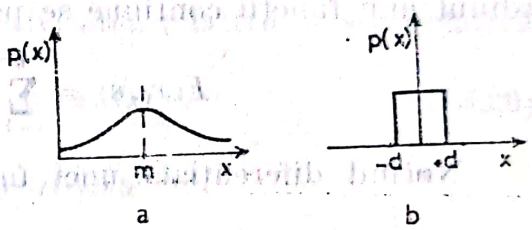


Fig. 13.1. Densitatea de probabilitate în cazul distribuțiilor: *a*) normală; *b*) continuă.

În cazul unei distribuții de tip normal, densitățile de probabilitate sînt:

$$p(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, \mathrm{e}^{-\frac{(x_i - \bar{x}_i)}{2\sigma^2}} \tag{13.9}$$

și $D^2 = \sigma^2$ iar în cazul unei distribuții continue

$$p(x_i) = \frac{1}{2d} \quad \text{dacă} \quad |x_i| < d$$

$$0 \quad \text{dacă} \quad |x_i| \geqq d \tag{13.10}$$

iar $\bar{x}_i = 0$, iar $D^2 = d^2/3$.

În cazul distribuției normale, cazul cel mai frecvent al valorilor componentelor rețelelor selective fabricate în serie, probabilitatea Q_z, pentru care variabila aleatoare x_i diferă, față de valoarea medie $\bar{x}_i$ cu o valoare egală cu $z\sigma$ este:

$$Q_z = P[x_i - M(x_i)] > z\sigma) = 1 - 2\Phi(z)$$

$$= 1 - \frac{1}{2\pi} \int_{-z}^{+z} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\, \mathrm{d}x \tag{13.12}$$

Pentru $z = 3$ rezultă $Q_z = 0{,}0027$, ceea ce înseamnă că probabilitatea de a depăși de trei ori abaterea medie pătratică este de 0,27%.

Scanned with OKEN Scanner

În acest capitol, ca de altfel în majoritatea cazurilor întîlnite în practică se consideră că limitele admisibile pentru valorile elementelor sînt cuprinse în intervalul

$$x_i \pm 3\sigma \tag{13.13}$$

13.3. FUNCȚII SENSITIVITATE

Definirea funcțiilor de sensitivitate

Funcțiile circuit întîlnite în această lucrare sînt fracții raționale care depind de frecvență și de elementele componente. Dacă elementele sînt considerate constante și frecvența variabilă, se spune că se examinează funcția în domeniul „frecvență". Dacă din contră se consideră frecvența constantă și elementele R, L, C ca variabile se spune că se examinează funcția în domeniul „parametrilor".

Fie $F(x_i, s)$, o funcție circuit ,unde x_i reprezintă elementele componente și s frecvența complexă. Dacă $F(x_i, s)$ are derivatele parțiale de ordinul unu funcții continue se poate utiliza formula lui Taylor :

$$F(x_i, s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial x_i} \Delta x + \dots \tag{13.14}$$

Notînd diferențiala unei funcții de variabilă x_i ca

$$\delta F(x_i, s) = \frac{\Delta F(x_i, s)}{F(x_i, s)} \tag{13.15}$$

și $\delta x_i = \dfrac{\Delta x_i}{x_i}$

relația (13.14) se poate scrie sub formă :

$$\delta F(x_i, s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F(x_i, s)}{\partial x_i} \frac{x_i}{F(x_i, s)} \delta x_i \tag{13.16}$$

În partea dreaptă a relației (13.16) apare termenul :

$$\frac{\partial F(x_i, s)}{\partial x_i} \frac{x_i}{F(x_i, s)} \tag{13.17}$$

care se definește ca „sensitivitatea" funcției F în raport cu elementul x_i, noțiune care a fost introdusă prima oară de Bode.

În concluzie, definiția sensitivității relative care se notează cu $S_{x_i}^{F(x_i,s)}$

$$S_{x_i}^{F(x_i,s)} = \frac{\partial \ln F(x_i, s)}{\partial \ln x_i} = \frac{\dfrac{\partial F(x_i, s)}{F(x_i, s)}}{\dfrac{\partial x_i}{x_i}} \tag{13.18}$$

Relația (13.18) arată că sensitivitatea reprezintă variația relativă a funcției $F(x_i, s)$ divizată cu variația relativă a funcției x_i, presupunînd că variațiile sînt incrementale.

Scanned with OKEN Scanner

De exemplu, dacă $\sum_{x_i}^{F(x_i,s)}$ are valoarea 0,7, înseamnă că o valoare de 1% a parametrului x_i antrenează o variație de 0,7% a funcției rețea $F(x_i, s)$.

În consecință, din punct de vedere practic, trebuie ca termenii $\sum_{x_i}^{F(x_i,s)}$ să aibă valori cît mai mici posibile.

În afara funcțiilor sensitivitate definite de relația (13.18) se mai întîlnesc și funcțiile sensitivitate semirelative, derivate din (13.18) și definite astfel:

$$Q_{x_i}^{(x_i,s)} = \frac{\partial F(x, s)}{\partial \ln x_i} = \frac{F(x_i, s)}{\partial x_i}\, x_i \qquad (13.19)$$

și

$$Q_{x_i}^{(F(x,s)} = \frac{\partial \ln F(x_i, s)}{\partial x_i} = \frac{\partial F}{\partial x_i}\, \frac{1}{F}$$

Rezultă imediat relația dintre sensitivitatea relativă și semirelativă

$$\sum_{x_i}^{F(x_i,s)} = \frac{1}{F(x_i,s)}\, Q_{x_i}^{F(x_i,s)} = xQ'^{F(x_i,s)}_{x_i} \qquad (13.20)$$

Relații generale între funcțiile sensitivitate

Funcțiile omogene joacă un rol important în analiza funcțiilor sensitivitate. O funcție omogenă de grad m, de n variabile $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ este definită de relația:

$$f(tx_1, tx_2, \ldots, tx_n) = t^m (x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad (13.21)$$

Funcțiile circuit sînt fracții raționale de forma $F(x_i) = \frac{N(x_i)}{M(x_i)}$. Dacă $N(x_i)$ este un polinom de grad de omogenitate q și $M(x_i)$ un polinom de grad de omogenitate r, rezultă:

$$F(x_i) = \frac{t^q N(x_i)}{t^r D(x_i)} = t^{q-r}\, \frac{N(x_i)}{D(x_i)} \qquad (13.22)$$

Deci gradul de omogenitate al funcției $F(x_j)$ este $q-r$. Pentru funcții omogene este valabilă relația lui Euler:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i\, \frac{\partial F(x_i)}{\partial x_i} = mF(x_i) \qquad (13.23)$$

unde m este gradul de omogenitate al funcției.

Împărțind cu $F(x_i)$ cei doi membri ai relației (13.23) se obține:

$$\sum_{i=1}^{h} \frac{\partial F(x_i)}{\partial x_i}\, \frac{x_i}{F(x_i)} = m \text{ sau } \sum \sum_{x_i}^{F(x_i,)} = m \qquad (13.24)$$

Relația (13.24) care stabilește valoarea sumei sensitivităților parțiale este foarte importantă în calculul toleranțelor elementelor componente ale circuitelor.

Scanned with OKEN Scanner

În tabelul 13.1 au fost cuprinse cîteva relații elementare utile în practica calculului funcțiilor sensitivitate.

Tabelul 13.1.

Relații elementare între sensitivități

Nr.	Parametru independent	Parametru dependent	S_y^x
1	y	y	1
2	y^n	x	$n S_x^y$
3	y	x^n	$\frac{1}{n} S_x^y$
4	ky	x	S_x^y
5	$y_1 y_2$	x	$S_x^{y_1} + S_x^{y_2}$
6	y_1/y_2	x	$S_x^{y_1} - S_y^{y_1}$
7	y	x	$S_x^{\lvert y\rvert} + j\Phi_y S_x^{\Phi_y}$
8	$\lvert y\rvert$	x	$\mathrm{Re}\, S_x^y$
9	Φ_y	x	$\frac{1}{\Phi_y} \mathrm{Im}\, S_x^y$
10	e^y	x	$y S_x^y$
11	$\ln y$	x	$\frac{1}{\ln y} S_x^y$
12	$\sin y$	x	$y \operatorname{ctg} S_x^y$
13	$\cos y$	x	$y \operatorname{tg} y S_x^y$
14	$\operatorname{sh} y$	x	$y \operatorname{cth} y S_x^y$
15	$\operatorname{ch} y$ $y = \lvert y\rvert e^{j\Phi_y}$	x	$y \operatorname{th} y S_x^y$

Sensitivitățile modulului și fazei

Funcția de sensitivitate $S_{x_i}^{F(x_i,s)}$ caracterizează variația totală a funcției $F(x_i, s)$. În regim sinusoidal însă, este mai important să se cunoască variația funcției $F(x_i, j\omega)$, în raport cu variația parametrului x_i.

Scanned with OKEN Scanner

O definiție mai uzuală este :

$$S_{x_i}^{F(x_i,j\omega)} = \frac{\partial \ln F(x_i,\ j\omega)}{\partial \ln x_i} = \frac{x_i}{F(x_i,\ j\omega)} \cdot \frac{F(x_i,\ j\omega)}{\partial x_i} \tag{13.25}$$

Fie

$$F(x_i,\ j\omega) = |F(x_i,\ j\omega)|\, e^{\arg, F(x_i, j\omega)} \tag{13.26}$$

Din relația (13.26) rezultă :

$$\ln\ F(x_i,\ j\omega) = \ln\ F(x_i,\ j\omega) + j\ \arg\ F(x_i,\ j\omega) =$$
$$= a(x_i,\ \omega) + jb(x_i,\ \omega) \tag{13.27}$$

unde $a(x_i,\ \omega)$ reprezintă funcția atenuare iar $b(x_i,\ \omega)$ funcția de fază corespunzătoare funcției $F(x_i,\ j\omega)$.

Funcțiile sensitivitate ale atenuării și fazei sînt definite astfel :

$$Q_{x_i}^{a(x_i\omega)} = \frac{\partial a(x_i,\ \omega)}{\partial x_i/x_j}$$
$$Q_{x_i}^{b(x_i,\omega)} = \frac{\partial b(x_i,\ \omega)}{\partial x_i/x_i} \tag{13.28}$$

Sensitivitățile atenuării și fazei reprezintă părțile reale și imaginare ale funcției sensitivității $S_{x_i}^{F(x_i,j\omega)}$.

Ținînd seama de relațiile (13.25) și (13.27) se obține

$$S_{x_i}^{F(x_i,j\omega)} = \frac{\partial \ln F(x_i, j\omega)}{\partial \ln\ x_i} = \frac{\partial[a(\omega,\ x_i) + jb\ (\omega,\ x_i)]}{\partial x_i/x_i} =$$
$$= \frac{\partial a(\omega,\ x_i)}{\partial x_i/x_i} + j\,\frac{b(\omega,\ x_i)}{\partial x_i/x_i} \tag{13.29}$$

Pentru x_i real se poate scrie :

$$Q_{x_i}^{a(\omega,x_i)} = \mathrm{Re}\left[S_{x_i}^{F(x_i,j\omega)}\right]_{s=j\omega}$$
$$Q_{x_i}^{b(\omega,x_i)} = \mathrm{Im}\left[S_{x_i}^{F(x_i,j\omega)}\right]_{s=j\omega} \tag{13.30}$$

unde Re[ ] indică partea reală iar Im [ ] partea imaginară. Dacă partea pară a funcției $S_{x_i}^{F(x_i,s)}$ se notează cu Ev $\left[S_{x_i}^{F(x_i,s)}\right]$ iar partea impară cu Od $\left[S_{x_i}^{F(x_i,s)}\right]$ rezultă

$$\mathrm{Re}\left[S_{x_i}^{F\ j\omega,x_i)}\right] = \mathrm{Ev}\left[S_{x_i}^{F(x_i,p)}\right]_{s=j\omega}$$

$$\operatorname{Im}\left[S_{x_i}^{F(j\omega,x_i)}\right] = \operatorname{Od}\left[S_{x_i}^{F(x_i,p)}\right]_{s=j\omega} \tag{13.31}$$

Din relațiile (13.29) și (13.30) se obține în final

$$Q_{x_i}^{a(\omega,x_i)} = S_{x_i}^{F(j\omega,x_i)}$$

$$Q_{x_i}^{b(\omega,x_i)} = S_{x_i}^{\arg F(j\omega,x_i)} \tag{13.32}$$

Gradul de omogenitate al diverselor funcții circuit

Relația (13.24) arată că gradul de omogenitate joacă un rol important în determinarea relațiilor care există între sumele sensitivităților.

Fie un circuit linear pasiv RLC, ale cărui elemente componente vor fi R_i, L_i și C_i, iar inversele acestora G_i, T_i și D_i.

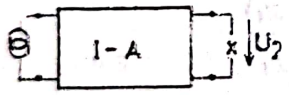
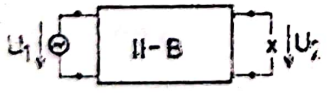
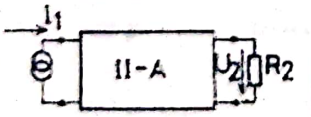
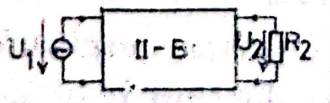
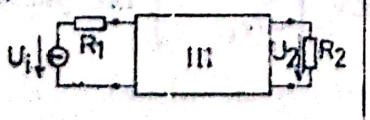
Se va examina mai întîi o funcție impedanță $F = F(R_i, L_j, D_k)$. Datorită proprietății de linearitate rezultă:

$$F(tR_i, tL_j, tD_k) = tF(R_i, L_j, D_k) \tag{13.33}$$

Deci orice funcție de impedanță are gradul de omogenitate 1. Se deduce imediat că funcțiile de admitanță ale unui circuit au gradul de omogenitate —1.

Tabelul 13.2

Funcția de transfer și suma sensitivităților pentru diverse tipuri de închidere

Nr.	Tip de circuit	Sarcina		Funcția de transfer	F
		Primar	Secundar		X_i
1		∞	∞	$Z_T = \frac{U_2}{I_1} = Z_{21}$	1
2		0	∞	$K = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}}$	0
3		∞	R_2	$Z_T = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z_{21}R_2}{Z_{22}+R_2}$	1
4		0	G_2	$G_2 = \frac{I_2}{U_1} = \frac{Y_{21}G_2}{Y_{22}+G_2}$	—1
5		R_1	R_2	$K = \frac{Z_{21}R_2}{(Z_{11}+R_1)(Z_{22}+R_2)+Z_{11}Z_{21}}$	0

Se analizează în continuare omogenitatea funcțiilor de transfer, pentru diversele tipuri de închideri ale cuadripolilor (tabelul 13.2).

Scanned with OKEN Scanner

Relațiile din acest tabel arată că funcțiile de transfer notate N1 și N3, sînt impedanța de transfer și au dimensiuni de impedanță, deci de grad de omogenitate 1. Rezultă

$$\sum_i S_{x_i}^{Z_T} = 1 \tag{13.34}$$

Funcția de transfer a cuadripolului tip Nr 4 este o admitanță de transfer (grad de omogenitate -1) și deci

$$\sum_i \sum_{x_i}^{Y_T} = -1 \tag{13.35}$$

Funcțiile de transfer ale cuadripolilor nr 2 și nr 5 sînt rapoarte de funcții impedanță și deci de grad de omogenitate zero. Deci :

$$\sum_i \sum_{x_i}^{H_T} = 0 \tag{13.36}$$

Sensitivitățile în funcție de frecvența complexă s

Similar cu modul de definire al sensitivității în raport cu un element x_i (considerînd pe s ca o constantă) se poate defini sensitivitatea și în raport cu variabila s, considerînd pe x_i constantă. Deci sensitivitatea în raport cu s :

$$\sum_s^{F(x_i,s)} = \frac{d \ln (x_i\, s)}{d \ln s} \tag{13.37}$$

Proprietatea de linearitate a unei funcții RLC în raport cu frecvența permite :

$$F(R_i, aL_j, aC_k, s) = F(R_i, L_j, C_k, as) \tag{13.38}$$

(a fiind un parametru arbitrar). Diferențiind în raport cu a, relația 13.38 și făcînd apoi $s = 1$ se obține :

$$\frac{\partial F}{\partial L_j} L_j + \frac{\partial F}{\partial C_k} C_k = s \frac{\partial F}{\partial s} \tag{13.39}$$

sau

$$\sum_j S_{L_j}^F + \sum_k S_{C_k}^F = S_s^F$$

Pe axa frecvențelor reale funcția sensitivitate (13.37) devine :

$$S_{j\omega}^F = \frac{\mathrm{d} \ln F(\mathrm{j}\omega\, x_i)}{\mathrm{d} \ln(\mathrm{j}\omega)} = \frac{\mathrm{d}\, a(\omega)}{\mathrm{d} \ln \omega} + \mathrm{j} \frac{\mathrm{d}\, b(\omega)}{\mathrm{d} \ln \omega} \tag{13.40}$$

deoarece $a(\omega) = \ln F(\mathrm{j}\omega, x_i)$ și $b = \arg F(\mathrm{j}\omega, x_i)$

Se obține deci

$$a) \qquad \mathrm{Re} \sum \sum_{L_j}^{F(j)} + \mathrm{Re} \sum_k \sum_{C_k}^{F(j\omega)} = \frac{\mathrm{d}a\,(\omega)}{\mathrm{d} \ln \omega} \tag{13.41}$$

Scanned with OKEN Scanner

și

$$b) \qquad \operatorname{Im} \sum_j \int_{L_j}^{F(j\omega)} + \operatorname{Im} \sum_k \int_{C_k}^{F(j\omega)} = \omega \tau_g$$

unde $\tau_g = \dfrac{db(\omega)}{d\omega}$, reprezintă timpul de propagare de grup.

Din punct de vedere fizic, relația 13.41, a poate fi interpretată astfel :

— dacă inductanțele și capacitățile unui circuit au abateri relativ egale, abaterea caracteristicii de amplitudine a întregului circuit este independența de configurația circuitului și nu depinde decît de panta curbei de atenuare dată ;

— din relația 13.41, *b* rezultă o relație importantă pentru calculul timpului de propagare de grup al unui circuit.

Relațiile precedente referitoare la sumele sensitivităților parțiale sînt fundamentale și nu se referă numai la funcții RLC — pasive. Dacă circuitul conține elemente active lineare, care pot fi înlocuite cu circuite echivalente și păstrează gradul de omogenitate al funcțiilor de imitanță de transfer corespunzătoare, funcția de circuit rămîne omogenă.

13.4. ÎNSUMAREA EFECTELOR ABATERILOR ELEMENTELOR

Una din problemele principale în cazul circuitelor selective constă în stabilirea abaterii maxime permise pentru valorile inductanțelor, capacităților și rezistențelor de închidere în raport cu valorile nominale calculate astfel încît caracteristicile de transmisie să nu depășească condițiile impuse.

Problema se poate descompune în două părți :

— determinarea efectului datorat abaterii fiecărei componente ;

— însumarea efectelor datorate tuturor abaterilor.

În ceea ce privește însumarea efectelor se pot distinge două cazuri posibile :

a) cazul abaterilor deterministe ;

b) cazul abaterilor statistice.

a) Cazul abaterilor deterministe.

După cum s-a menționat, acesta este cazul variațiilor datorate îmbătrînirii, variațiilor cu temperaturi, prezenței pierderilor etc.

Fie $Hj(\omega)$ funcția de transfer a circuitului dat.

Exponentul de transfer este :

$$g = \ln H(j\omega) = a + jb \qquad (13.42)$$

Abaterea totală a lui g este

$$dg = da + j db = \sum_i \frac{da}{d \ln x_i} \delta x_i + \sum_i \frac{db}{d \ln x} \delta x_i$$

$$= \sum_i Q^a_{x_i} \delta x_i + j \sum Q^b_{x_i} \delta x_i \qquad (13.43)$$

unde x_i este o componentă oarecare.

Făcînd înlocuirile :

$$Q^a_{x_i} = \operatorname{Re} \sum\nolimits^H_{x_i} ; \qquad Q^b_{x_i} = \operatorname{Im} \sum\nolimits^H_{x_i} \tag{13.44}$$

și

$$\delta x_i = T_i - \mathrm{j} \frac{1}{Q_i}$$

se obține

$$\mathrm{d}g = \mathrm{d}a + \mathrm{j}\,\mathrm{d}b = \sum_i \left(\operatorname{Re} \sum\nolimits^H_{x_i} + \mathrm{j} \operatorname{Im} \sum\nolimits^H_{x_i} \right) \left(T - \mathrm{j} \frac{1}{Q_i} \right) \tag{13.45}$$

de unde

$$\begin{aligned} \mathrm{d}a &= \sum_i \left(\operatorname{Re} \sum\nolimits^H_{x_i} \; T_i + \operatorname{Im} \sum\nolimits^H_{x_i} \; \frac{1}{Q_i} \right) \\ \mathrm{d}b &= \sum_i \left(\operatorname{Re} \sum\nolimits^H_{x_i} \; T_i - \operatorname{Im} \sum\nolimits^H_{x_i} \; \frac{1}{Q_i} \right) \end{aligned} \tag{13.46}$$

b) Cazul abaterilor statistice

Acesta este cazul toleranțelor elementelor componente (partea reală a abaterilor complexe) fabricate în serie. Fie $F(x_i)$ o funcție de variabilă aleatoare, $\bar{x}_i$ valoarea medie a variabilei aleatoare iar σ_{x_i} abaterea standard corespunzătoare. Fie de asemenea $F(x_i)$ valoarea medie a funcției date și σ_F abaterea standard a acesteia.

Abaterile relative se vor nota

$$\delta x_i = \frac{\sigma_{x_i}}{\bar{x}_i} \text{ și } \bar{\delta}_F = \frac{\sigma_F}{F(x_i)} \tag{13.47}$$

Abaterile statistice ale variabilelor funcției pot fi independente sau corelate între ele, cum este cazul circuitelor prevăzute cu bucla de reglaj. În acest caz variația unui parametru influențează variația statistică a unuia sau mai multor parametri.

Exemplul cel mai simplu îl constituie circuitul oscilant acordat, în care prin modificarea unuia din parametrii circuitului (de exemplu inductanța) se modifică distribuția statistică necesară a celuilalt element (capacitatea). În cazul nostru nu este vorba de legături corelative între variabilele x_i ci între abaterile statistice $\Delta\bar{x}_i$ față de valorile medii ale acestora. Pentru a se preciza sensul corelației, fie un circuit oscilant format dintr-o inductanță L și o capacitate C. Valorile capacității și inductanței prezintă abateri față de valorile nominale $\bar{C}$ și $\bar{L}$;

$$C = \bar{C} + \Delta C ; \quad L = \bar{L} + \Delta L \tag{13.48}$$

În funcție de tipul fabricației, de selecția componentelor și reglajul circuitului există următoarele cazuri posibile :

a) Abaterile inductanțelor și capacităților sînt independente. Aceasta înseamnă că nu există legături corelative (fig. 13.2*c*).

b) Abaterile inductanţelor şi capacităţilor sînt astfel corelate încît efectul produs de abaterea capacităţii poate fi compensat în întregime prin reglajul valorii inductanţei (şi invers) (fig. 13.2*b*).

c) Abaterile inductanţelor şi capacităţilor sînt corelate prin intermediul unui reglaj, însă variaţia abaterii uneia din valori nu compensează decît parţial abaterea altei variabile (fig. 13.2*c*).

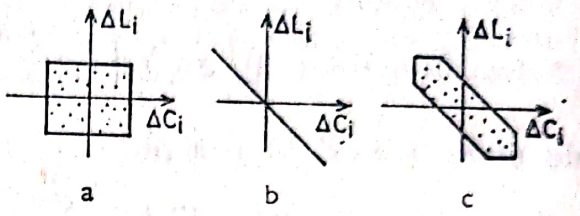


Fig. 13.2. Legături corelative între elementele unui circuit oscilant *a*) cazul $\rho=0$; *b*) cazul $\rho=1$; *c*) cazul $\rho<1$.

Pentru cazul *a*) coeficientul de corelaţie ρ este nul, pentru cazul *b*) este maxim şi egal cu 1 iar pentru cazul *c*) $0 \leqslant \rho \leqslant 1$.
În practică cazul *b*) prezintă o importanţă deosebită deoarece circuitul LC poate fi acordat pe frecvenţa prescrisă cu o precizie mult mai mare decît cea rezultată din procesul de fabricaţie a componentelor.

Fie o funcţie circuit de variabile aleatoare $F(x_i\ x_j)$ şi $\rho_{x_i x_j}$ coeficientul de corelaţie între elemente (se neglijează coeficienţii de corelaţie de ordin superior).

În acest caz abaterea medie pătratică este dată de relaţia:

$$\sigma_F^2 = \sum_i \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\,\sigma_{x_i}\right)^2 + \sum_j \left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\,\sigma_j^2\right) + \sum_{ij} \frac{\partial F}{\partial x_i}\frac{\partial F}{\partial x_j}\,\sigma_{x_i}\sigma_{x_j} \qquad (13.49)$$

Divizînd în $F(x_i, x_j)$, cei doi membri ai relaţiei (13.49) se obţine:

$$\overline{\delta_F^2} = \sum_j \left(S_{x_i}^F\right)\,\delta_{x_i}^2 + \sum_j \left(S_{x_j}^F\right)^2\,\delta_{x_j}^2 + \sum_{ij} \rho_{x,x_j}\,S_{x_i}^F\,S_{x_j}^F\,\delta_{x_i}\delta_{x_j} \qquad (13.50)$$

Printr-un raţionament similar cu cel aplicat cazului abaterilor deterministe, deci F este o funcţie de transfer, pentru abaterea totală a funcţiilor de atenuare a şi fazei b se obţine:

$$da = \sum_i \left(\mathrm{Re}\,S_{x_i}^F\,T_i\right)^2 + \sum_j \mathrm{Re}\left(S_{x_j}^F\,T_j\right)^2 +$$

$$+ \sum_{ij} \rho_{x_i,x_j}\,\mathrm{Re}\,S_{x_i}^F\,\mathrm{Re}\,S_{x_j}^F\,T_iT_j \qquad (13.51)$$

$$db = \sum_i \left(\mathrm{Im}\,S_{x_i}^F\,T_i\right)^2 + \sum_j \left(\mathrm{Im}\,S_{x_i}^F\,T_j\right)^2 +$$

$$+ \sum_{ij} \rho_{x_i,x_j}\,\mathrm{Im}\,S_{x_i}^F\,\mathrm{Im}\,S_{x_i}^F\,T_iT_j$$

Scanned with OKEN Scanner

Relația 13.50, în cazul funcției de transfer H, pentru un coeficient de corelație $\rho = 1$, devine:

$$\sigma_a^2 = \sum_i (Q_{L_i}^a \sigma_{L_i})^2 + \sum_j (Q_{c_j}^a \sigma_{c_j})^2 + 2 \sum Q_{L_k}^a Q_{c_k}^a L_k c_k \qquad (13.52)$$

În cazul în care nu există corelație între elemente relative (13.52) devine:

$$\sigma_a^2 = \sum_i (Q_{L_i}^a L_i)^2 + \sum_j (Q_{c_j}^a \sigma_{c_j})^2 \qquad (13.53)$$

Diverse tipuri de acord al filtrelor

În cazul filtrelor LC de joasă frecvență acordul circuitelor rezonante pe frecvența de acord calculată se efectuează cu ajutorul inductanțelor ajustabile. Dacă acordul se efectuează cu ajutorul capacităților (caz întîlnit la filtrele de frecvență înalte), raționamentul este similar. În practică trebuie distinse două cazuri: Valoarea inductanței de reglaj se modifică pentru:

— a compensa abaterea unei singure capacități;

— a compensa abaterea a două capacități.

Primul caz se întîlnește în general la filtrele trece jos și la unele filtre de bandă, cum este cazul circuitului din fig. 13.3*a*. În cazul din fig. 13.3*b* și 13.3*d* acordul se face pe frecvența de rezonanță serie, iar în cazul din fig. 13.3*a* și 13.3*d* pe rezonanța derivație. În toate cazurile avem:

$$L_1 C_1 = \frac{1}{\omega_r^2} = \text{const} \qquad (13.54)$$

Diferențiind logaritmic relația (13.54) se obține

$$d\ln(L_1 C_1) = \delta(L_1 C_1) = \delta L_1 + \delta C_1 = 0$$

și deci

$$\delta L_1 = -\delta C_1 \qquad (13.55)$$

(imprecizia acordului se neglijează, deoarece se obține o precizie de acord mult mai mare decît cea rezultată din toleranța elementelor).

Al doilea caz se întîlnește la filtre trece bandă fig. 13. 3*d*, în care acordul se face pe frecvența de rezonanță a circuitului oscilant paralel a dipolului transversal.

Pentru cazul celulei din fig. 13.3*c*, acordul se face pe frecvența de rezonanță a circuitului oscilant serie și se poate scrie:

$$L_1(C_1 + C_2) = \frac{1}{\omega_r^2} = \text{const} \qquad (13.56)$$

de unde

$$\delta L_1(C_1 + C_2) = \delta L_1 + \delta(C_1 + C_2)$$

Scanned with OKEN Scanner

adică

$$\delta L_1 = -\frac{C_1}{C_1 + C_2}\delta C_1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2}\delta C_2 \tag{13.57}$$

iar în cazul în care acordul se face pe frecvența de rezonanță serie a circuitului din fig. 13.3*d*

$$\delta L_1 = -\frac{C_1}{C_1 + C_2}\delta C_2 + \frac{C_2}{C_1 + C_2}\delta C_1 \tag{13.58}$$

Deoarece în practică se poate aproxima:

$\delta C_2 \approx \delta C_1$ din (13.58) rezultă

$$\delta L_1 = \frac{C_2 - C_1}{C_2 + C_1} = \delta C \tag{13.59}$$

Pentru cazul acordului din fig. 13.3 *a* și 13.3 *b* se obține pentru abaterea standard a atenuării

$$\sigma_a^2 = (Q_{L_1}^a - Q_{C_1}^a)^2 + (Q_{C_a}^a \sigma_{C_a})^2 + (Q_{C_b}^a \sigma_{C_b})^2 \tag{13.60}$$

Pentru cazul acordului din fig. 13.3*c* și 13.3*d* se obțin relații similare.

Rezultă că în cazul acordului circuitelor rezonante în locul patratului sensitivităților fiecărui element în abaterea atenuării apar numai diferențele patratelor sensitivităților în raport cu elementele circuitelor de acord.

Dacă se dorește să se țină seama de eroarea frecvenței de acord se obține (fig. 13.3*a*).

$$L_1 C_1 = \frac{1}{\omega_1^2}$$

$$\delta L_1 C_1 = \delta L_1 + \delta C_1 = -2\delta\omega_1^2 \tag{13.61}$$

Dacă ne referim numai la contribuția circuitului rezonant la atenuarea filtrului se obține în cazul abaterilor deterministe

$$da = \frac{\delta a}{\delta C}\delta C + \frac{\partial a}{\partial L}\delta L = Q_c^a \delta C + Q_L^a \delta L \tag{13.62}$$

Ținînd seama de relația (13.61):

$$da = (Q_C^a - Q_L^a)dC - 2Q_L^a \delta\omega_1^2$$

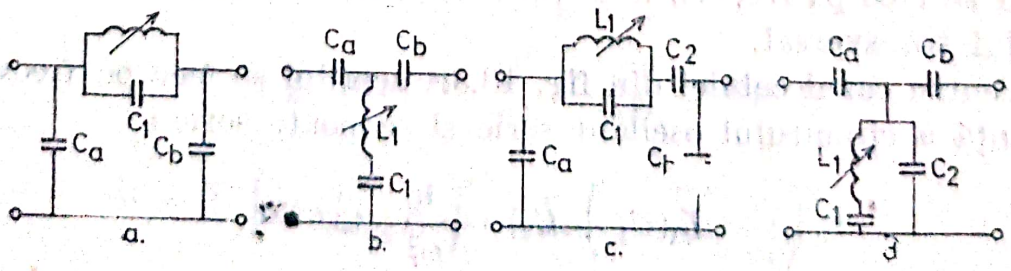


Fig. 13.3. Diverse tipuri de acord: Acordul circuitelor cu două elemente: *a*) pe frecvența derivație; *b*) pe frecvența serie. Acordul circuitului cu trei elemente: *c*) pe frecvența serie; *d*) pe frecvența derivație.

Scanned with OKEN Scanner

13.5. SENSITIVITATEA REȚELELOR ÎN LANȚ

Structura circuitelor cea mai frecvent întîlnită în teoria circuitelor este cea în lanț. Forma generală a unui circuit în lanț este arătată în fig. 13.4., unde X_i sînt reactanțele brațelor serie longitudinale iar Y_i sînt susceptanțele brațelor transversale, iar e_i elementele componente.

Matricea $[A]$ a întregului circuit (fig. 13.4) se obține prin înmulțirea matricelor elementelor care nu conțin decît fie un element longitudinal X_i fie unul transversal Y_i.

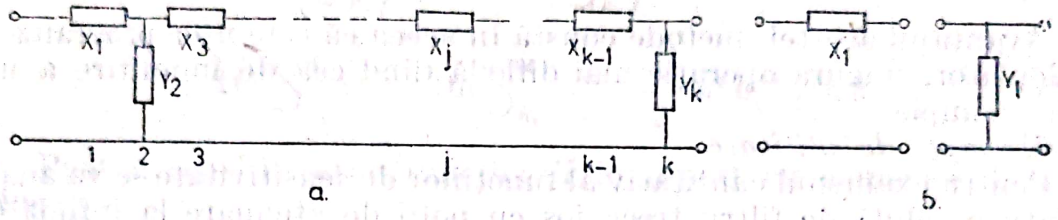


Fig. 13.4. Circuit general în lanț; *a*) și *b*) cuadripoli elementari.

Matricele reactanțelor serie se vor nota prin A_x iar ale susceptanțelor derivație prin A_y.

Rezultă deci:

$$[A] = [A^{(1)}][A^{(2)}]\ldots[A^{(j)}]\ldots[A^{(k)}] \tag{13.63}$$

unde $[A^{(l)}]$ este fie o matrice $[A_x^{(l)}]$ fie una $[A_y^{(l)}]$ (fig. 13.5).

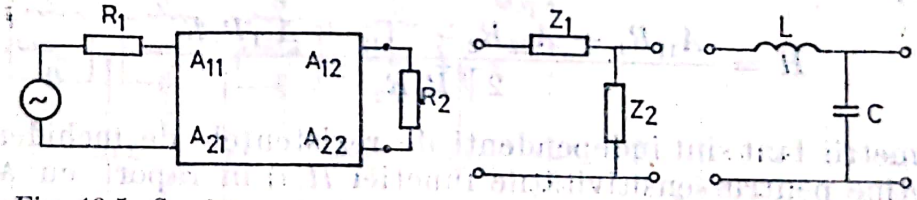


Fig. 13.5. Cuadripol definit prin parametrii lanț și celula L de tip trece jos.

Forma generală a matricelor $A^{(l)}$ este:

$$[A_2^{(l)}] = \begin{bmatrix} 1 & X_l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [A_y^{(l)}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_l & 1 \end{bmatrix} \tag{13.64}$$

Funcția de circuit F este o funcție de parametrii lanț $A_{jk}(j, k = 1,2)$, care la rîndul lor sînt funcție de dipolii $X_l(Y_l)$, iar aceștia de elementele componente e_i.

Pentru sensitivitatea semirelativă a funcției F în raport cu un element oarecare e_i se obține:

$$Q_{e_i}^{F}(\omega) = \frac{\partial F}{\partial \ln e_i} = \sum_{j,k=1,2} \frac{\partial F}{\partial A_{j,k}} \frac{\partial A_{jk}}{\partial X_l} \frac{X_l}{\ln e_i} \tag{13.65}$$

Această relație conține elementele matricei în lanț A și derivatele acesteia în raport cu componentele l.

Ținînd seama de relația (13.63) se obține:

$$\frac{\partial[A]}{\partial \ln e_j} = [A^{(1)}][A^{(2)}] \ldots \frac{\partial[A^{(l)}]}{\ln e_j} \ldots [A^{(k)}] \tag{13.66}$$

deoarece matricele parțiale $[A^{(l)}]$ nu conțin elementul e_j $(l \neq 1)$.

În baza relației (13.64) se obține:

$$\frac{\partial[A_x^l]}{\partial \ln e_i} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial X_1}{\partial \ln e_i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ și } \frac{[\partial A_y^{(l)}]}{\partial \ln e_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\partial Y_l}{\partial \ln e_i} & 0 \end{bmatrix} \tag{13.67}$$

Avantajul acestei metode constă în aceea că este ușor programabilă pe calculator, singura operație mai dificilă fiind cea de înmulțire a unor matrice simple.

Exemple de utilizare

Pentru examenul cantitativ al funcțiilor de sensitivitate se va analiza mai întîi o celulă de filtru trece jos cu polii de atenuare la infinit (fig. 13.5).

Mai întîi se vor calcula parametrii lanț ai celulei L.

Ținînd seama de notațiile din fig. 13.5 se obține

$$A_{11} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} = 1 + LC\,s^2 \quad A_{12} = Z_1 = Ls$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_2} = sC \quad A_{22} = 1$$

Funcția de transmisie $H(s)$ este dată de relația [1]:

$$H = \frac{A_{11}R_1 + A_{22}R_2 + A_{12} + A_{21}R_1R_2}{2\sqrt{R_1R_2}} \tag{13.68}$$

Parametrii lanț sînt independenți de rezistențele de închidere R_1 și R_2 și se obține pentru sensitivitățile funcției $H(s)$ în raport cu acestea:

$$S_{R_1}^H = \frac{\partial H}{\partial R_1}\frac{R_1}{H} = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{A_{11}R_2 + A_{12}}{R_1R_2} \cdot \frac{1}{H}\right] \tag{13.69}$$

$$S_{R_2}^H = \frac{\partial H}{\partial R_2} \cdot \frac{R_2}{H} = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{A_{22}R_1 + A_{12}}{R_1R_2} \cdot \frac{1}{H}\right]$$

Examinînd relațiile (13.69) rezultă că pentru cuadripoli simetrici $(A_{11} = A_{22}$ și $R_1 = R_2)$:

$$S_{R_1}^H = S_{R_2}^H \tag{13.70}$$

Pentru elementele celulei L se aleg valorile

$$L = C = 2 \quad R_1 = R_2 = R = 1$$

Înlocuind aceste valori în (13.69) se obține:

$$S_{R_1}^H = -\frac{Ls^2}{4D}\frac{1}{H} \quad S_{R_2}^H = \frac{Ls^2}{4D}\frac{1}{H} \tag{13.71}$$

Scanned with OKEN Scanner

pentru $L = C = \sqrt{2}$ $(D = C^{-1})$

$$S^H_{R_1} = \frac{-s^2}{2}\frac{1}{M}; \quad S^H_{R_2} = \frac{s^2}{2}\frac{1}{H} \tag{13.72}$$

Funcţiile sensitivitate fiind funcţii complexe, avem interes să separăm partea reală şi imaginară pentru $s = j\omega$.

Deoarece la $H = a + jb$
rezultă

$$Q^a_{R_1} = \mathrm{Re}\left(S^H_{R_1}\right) = -\mathrm{Re}\left(S^H_{R_2}\right) = -\frac{1}{2}\omega^2 e^{-a}\cos b$$

$$\mathrm{Im}\, S^H_{R_1} = -\mathrm{Im}\, S^H_{R_2} = -\frac{1}{2}\omega^2 e^{-a}\sin b \tag{13.73}$$

Pentru sensitivităţile funcţiei H în raport cu elemente L şi D se obţine :

$$S^H_L = \frac{1}{2H}\frac{sL(sR+1)}{DR}; \quad S^H_D = -\frac{1}{2H}\frac{2(Ls+R)}{D}$$

Un alt exemplu, de data aceasta pentru cazul unui filtru trece jos de structură mai complexă C 0920.50 este ilustrat în fig. 13.6 în care sînt indicate structura filtrului (13.6, *a*) şi valorile sensitivităţilor (fig. 13.6,*b*). Valorile sensitivităţilor au fost calculate la frecvenţa cea mai critică $\omega = 1$. Frecvenţele polilor sînt indicate în ordine crescîndă respectiv ($\omega_{\infty 1}$, $\omega_{\infty 2}$, $\omega_{\infty 3}$, $\omega_{\infty 4}$).

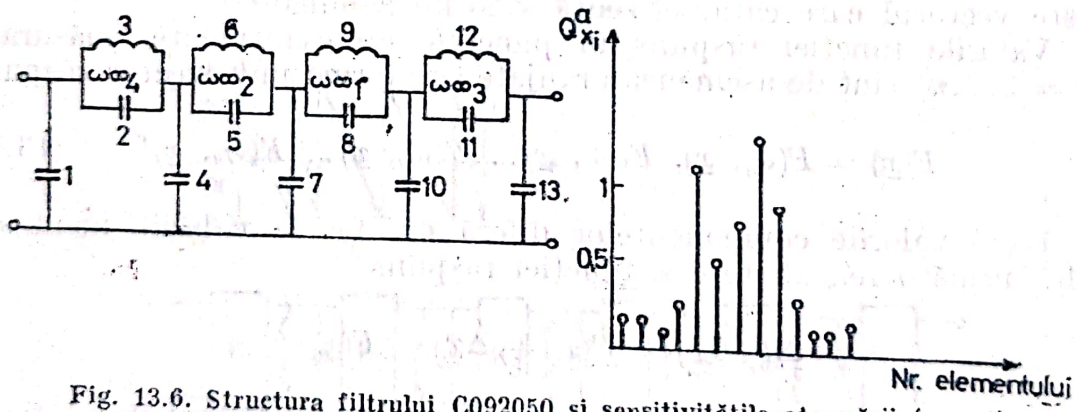


Fig. 13.6. Structura filtrului C092050 şi sensitivităţile atenuării ($\omega = 1$).

Concluzii

Examinînd sensitivităţile atenuării de lucru a filtrelor trece jos, în benzile de trecere şi de blocare se pot trage următoarele concluzii :

1) Valoarea abaterii celei mai mari apare la limita benzii de trecere ($\omega = 1$);

2) Acordul polilor influenţează direct atenuarea în banda de trecere. O influenţă considerabilă o are asupra atenuării minime din banda de blocare.

Acordul polului cel mai apropiat de banda de trecere este extrem de important, deoarece sensitivitatea elementelor corespunzătoare are valorile cele mai mari (elementele Nr. 8 şi 9).

Scanned with OKEN Scanner

3) Abaterile valorilor capacităţilor transversale influenţează abaterea atenuării în banda de trecere. Valorile sensitivităţilor în raport cu acestea sînt net inferioare în raport cu cele referitoare la elementele circuitului rezonant care realizează primul pol de atenuare.

4. Valorile sensitivităţilor cresc o dată cu gradul filtrului.

13.6. ACORDUL CIRCUITELOR

Problema care se pune în acordul final necesar după realizarea unui circuit, constă în reducerea sub limita maximă admisă a erorii funcţiei care caracterizează răspunsul şi este cauzată de imprecizia valorilor elementelor. Aceasta se obţine prin ajustarea sistematică numai a cîtorva valori. Pentru aceasta este necesar :

1. Să se determine numărul necesar de puncte de măsură.

2. Să se determine componentele cele mai indicate pentru efectuarea acordului. Cunoaşterea sensitivităţilor corespunzătoare este de mare importanţă în rezolvarea acestei condiţii.

3. Să se stabilească un algoritm pentru calculul valorilor de corecţie al elementelor ajustabile corespunzător erorilor măsurate.

Fie $F(\omega, \underline{x})$ funcţia de circuit care caracterizează răspunsul, funcţia care depinde de variabila independentă (frecvenţa) şi de elementele componente x_k caracterizate prin vectorul

$$\underline{x} = [x_1, x_2, \ldots, x \ldots x_k]^T \tag{13.74}$$

x_0 este vectorul care caracterizează valorile nominale.

Valorile funcţiei răspuns în punctele de eşantionare (măsurare) $\omega_\nu (\nu = 1 \ldots n)$ sînt de asemenea aranjate sub forma unui vector răspuns.

$$F(\underline{x}) = F(\omega_1, \underline{x}), F(\omega_2, \underline{x}) \ldots F(\omega_\nu, \underline{x}) \ldots F(\omega_n, \underline{x})^T \tag{13.75}$$

Dacă valorile componentelor diferă cu Δx de valorile nominale, rezultă următoarea abatere a funcţiei răspuns

$$\underline{\Delta F}(\underline{\Delta x}) = \underline{F}(\underline{x_0} + \underline{\Delta x}) - F(\underline{x_0})$$

După acord, eroarea reziduală a funcţiei răspuns trebuie să fie în limitele specificate (în punctele de eşantionare).

Domeniul necesar de variaţie al valorilor elementelor componente depinde şi de toleranţa valorilor elementelor care nu se acordează. Un procedeu eficient de acord se obţine numai dacă între variaţia elementelor de acord şi cea a funcţiei răspuns există o relaţie „aproape liniară".

Legătura dintre erorile (linearizate) funcţiei şi abaterile elementelor după cum s-a arătat este caracterizată de funcţiile sensitivitate

$$S_x(\omega_\nu) = \left. \frac{\partial F(\omega, \underline{x})}{\partial x_x} \right|_{\substack{\omega = \omega_\nu \\ \underline{x} = \underline{x}_0}} \tag{13.76}$$

unde $n = 1 \ldots k$ şi $\nu = 1 \ldots n$.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă toate valorile $k \ldots n$ ale sensitivităţilor se aranjează sub forma unei matrice Iacobiene :

$$[S] = \begin{bmatrix} S_1(\omega_1) & & S_k(\omega_1) \\ & S_n(\omega_1) & \\ S_1(\omega_n) & & S_k(\omega_n) \end{bmatrix}$$

eroarea linearizată a funcţiei răspuns este dată de relaţia

$$\underline{\Delta F}(\underline{\Delta x}) \approx \varepsilon \approx [S_0]\underline{\Delta x} \tag{13.77}$$

Matricea $[S_0]$ conţine informaţiile necesare pentru alegerea punctelor (frecvenţelor) de eşantionare şi a componentelor pentru acord.

Din relaţia (13.77) se poate determina vectorul Δx.

Abaterile Δa necesare pentru acordul elementelor vor fi

$$\underline{\Delta a} = -\Delta x \tag{13.78}$$

În [34] se descrie algoritmul de acord al unui filtru de microunde, în baza celor descrise mai sus.

După cum s-a menţionat o convergentă a procedeului este asigurată numai dacă între modificările funcţiei răspuns şi modificările elementelor există o relaţie suficient de liniară. Din acest motiv analizîndu-se s-a constatat că pentru aceasta nu sînt indicate nici funcţia care descrie atenuarea de inserţie nici cea care descrie atenuarea de reflexie. Funcţia care să satisfacă cel mai bine condiţia impusă s-a constatat că este cea care descrie faza coeficientului de reflexie (fig. 13.7).

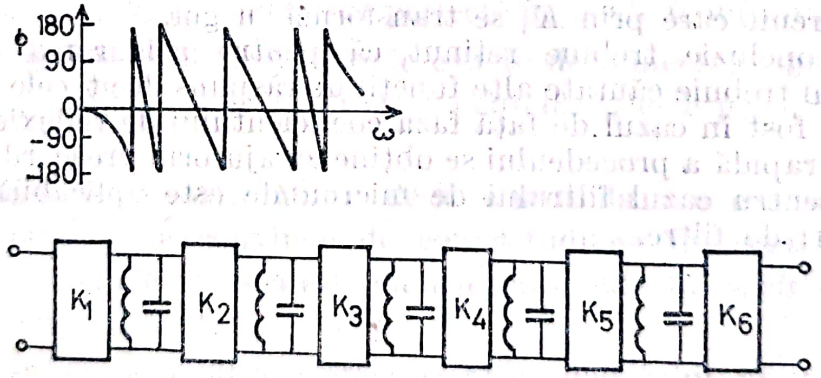


Fig. 13.7. Caracteristica tipică de fază.

Puncte indicate de eşantionare sînt cele în care faza devine 0°; ±90° şi 180°.

Acordul se efectuează după cum urmează :

1) Se determină pe bază de măsurători frecvenţele la care faza coeficientului de reflexie de intrare devine 0°; ±90° şi 180°.

2) Se determină vectorul eroare ΔF şi apoi vectorul valorilor de ajustaj Δa. După modificarea elementelor de ajustaj, procedeul se repetă începînd cu etapa 1).

3) Dacă frecvenţele măsurate în baza indicatorilor de la etapa 1) coincid în limitele unei toleranţe acceptabile cu cele calculate procedeul se consideră terminat.

Scanned with OKEN Scanner

Preajustarea

În multe cazuri care se întîlnesc în practică, abaterea frecvențelor de rezonanță față de valorile nominale pot fi atît de mari (înainte de ajustaj) încît dependența liniară impusă nu mai poate fi luată în considerație. Pentru a îmbunătăți gradul de linearitate, care să conducă la o convergență mai rapidă, circuitele rezonante trebuiesc preajustate (fig. 13.8).

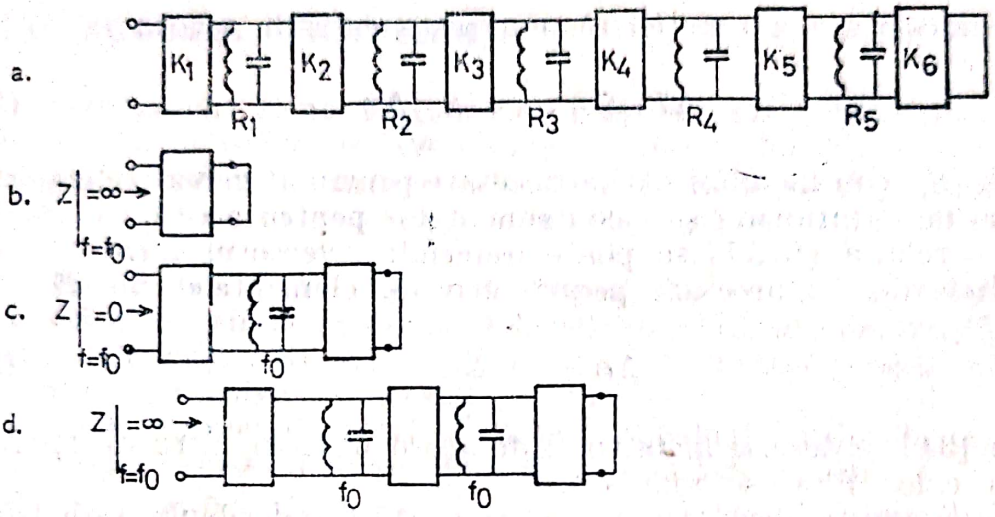


Fig. 13.8. Metodă de preacord.

Mai întîi filtrul se scurtcircuitează la ieșire. După inversare/scurt circuitul (fig. 13.8, *b*) se transformă în gol (la frecvența $f = f_0$). În fig. 13.8, *c*) la frecvența de rezonanță $f = f_0$. Circuitul rezonant derivație prezintă impedanță infinită care prin rezonatorul K_2 se transformă în scurtcircuit. În figura 13.8, *d* procedeul se continuă, introducînd după K_2 un scurtcircuit care prin K_3 se transformă în gol.

În concluzie trebuie reținut că pentru asigurarea convergenței procedeului trebuie căutate alte funcții de răspuns decît cele de transmisie, cum a fost în cazul de față faza coeficientului de reflexie. O convergență mai rapidă a procedeului se obține cu ajutorul preacordului. Metoda descrisă pentru cazul filtrului de microunde este aplicabilă și în cazul altor tipuri de filtre.

Scanned with OKEN Scanner

14.

Analiza circuitelor

14.1. GENERALITĂŢI

Prin analiza circuitelor se înţelege etapa de analiză cu ajutorul calculatoarelor electronice care oferă în principal următoarele posibilităţi :

Evaluarea performanţelor circuitelor proiectate cu ajutorul unor metode de aproximare, pentru a constata dacă aproximările utilizate reprezintă o soluţie acceptabilă.

Constatarea dacă performanţele impuse sînt îndeplinite şi dacă de exemplu valoarea impedanţei de sarcină diferă de cea impusă prin proiectare, cunoscut fiind că o adaptare perfectă nu poate fi obţinută niciodată.

Chiar dacă se utilizează metode exacte de proiectare în procesul de calcul care în cazul filtrelor este relativ complicat, este posibil să se strecoare erori.

Analiza este necesară înainte de a se proceda la execuţia practică a filtrului, pentru a ne convinge de corectitudinea proiectării. În cazul filtrelor de microunde aceasta este cu atît mai indicată cu cît costul acestora este relativ ridicat.

— În etapa de realizare practică apar inevitabil abateri faţă de valorile calculate datorită în special toleranţelor de execuţie. În etapa de analiză este posibil să se ia în consideraţie toleranţele şi alte efecte parazite şi să se stabilească performanţele reale ale filtrului.

De menţionat că analiza ce se descrie în continuare este specifică filtrelor şi corectoarelor în lanţ şi nu este generală aşa cum se tratează în teoria circuitelor. Totuşi aceasta poate fi aplicată tuturor circuitelor descrise în această lucrare, deoarece acestea sînt fie reţele în lanţ, fie se pot reduce la reţele echivalente în scară (lanţ).

Structura programelor de analiză, în general se încadrează în diagrama din fig. 14.1.

Scanned with OKEN Scanner

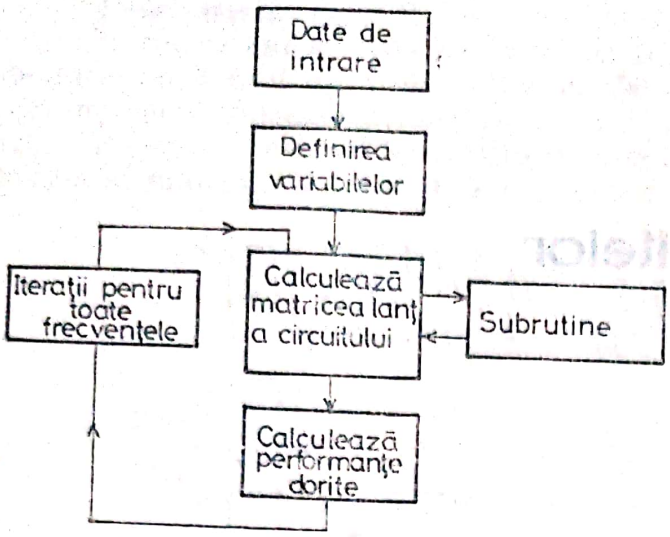


Fig. 14.1. Diagrama programului de analiză.

14.2. ANALIZA CIRCUITELOR ÎN SCARĂ

Forma generală a unui circuit în scară (lanţ) este arătată în fig. 14.2.

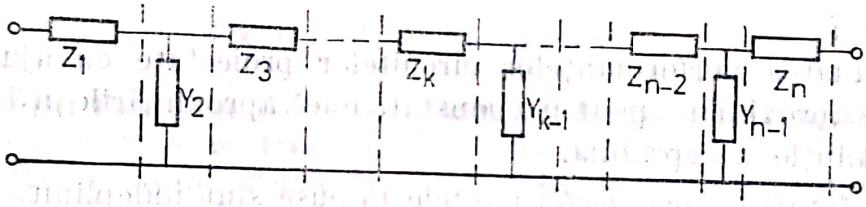
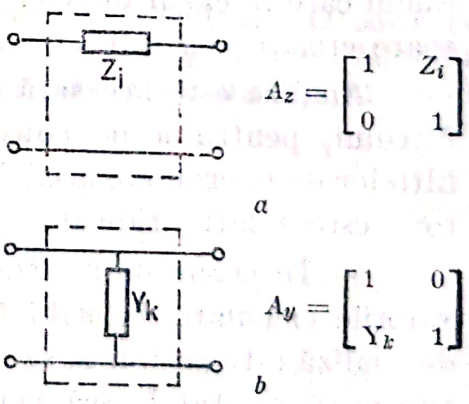


Fig. 14.2. Structură în lanţ a unui circuit.

Circuitul poate fi considerat ca format prin legarea în cascadă a cuadripolilor elementari serie Z_i şi a celor derivaţie Y_k (fig. 14.3).



$$A_z = \begin{bmatrix} 1 & Z_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad a$$

$$A_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_k & 1 \end{bmatrix} \qquad b$$

Fig. 14.3. Cuadripoli elementari formaţi din : *a*) dipol serie ; *b*) dipol paralel :

Matricea lanţ a întregului circuit se obţine din produsul matricelor lanţ corespunzătoare a cuadripolilor elementari componenţi (fig. 14.3). Deci

$$[A] = \prod_{k=1}^{n} [A^{(k)}] \qquad (14.1)$$

unde matricea $[A^{(k)}]$ este fie de tipul $[A_z]$ fie de tipul $[A_y]$ (fig. 14.3).

După ce se determină matricea lanţ a întregului cuadripol se pot calcula la o anumită frecvenţă în funcţie de „tipul de închidere" al cua-

dipolului atenuarea, faza, atenuarea de reflexie, impedanțele de intrare și ieșire precum și sensitivitățile acestora. Cunoscînd sensitivitatea se poate calcula și timpul de propagare de grup în baza relației :

$$\tau = \frac{1}{\omega}[\mathrm{Im}\sum_j S^{H}_{L_j} + \mathrm{Im}\sum_k S^{H}_{C_k}] \qquad (14.2)$$

Cea mai mare parte a tipurilor de dipoli care intervin în construcția circuitelor este indicată în fig. 14.4.

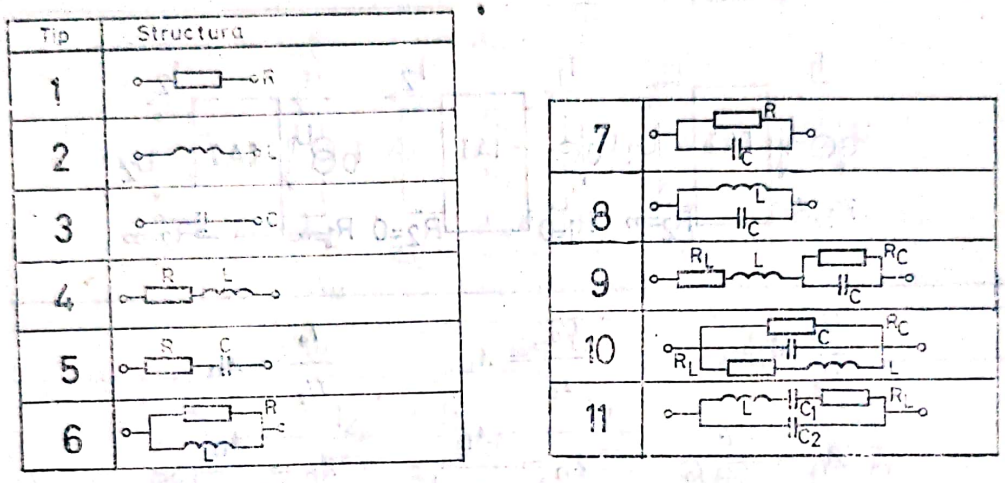


Fig. 14.4. Dipoli uzuali.

În afara acestor tipuri de dipoli mai pot interveni transformatoare reale sau ideale a căror matrice lanț este (fig. 14.5).

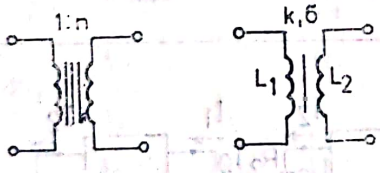


Fig. 14.5 *a*) Transformator ideal ;
b) transformator real.

Matricele lanț ale transformatoarelor ideale și reale sînt :

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \qquad [A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{k}\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} & s\frac{\sigma}{k}\sqrt{L_1 L_2} \\ \frac{1}{sk\sqrt{L_1 L_2}} & \frac{1}{k}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \end{bmatrix} \qquad (14.3)$$

Tipuri de închideri ale cuadripolilor

Relațiile dintre parametrii lanț și curenții și tensiunile de intrare și ieșire sînt (fig. 14.6) :

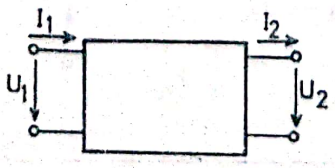


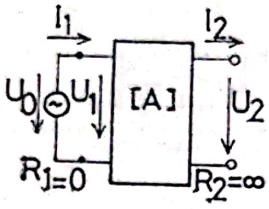
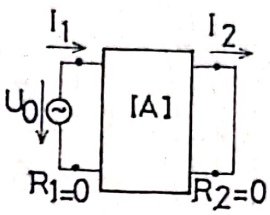
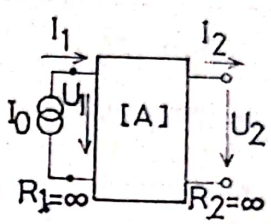
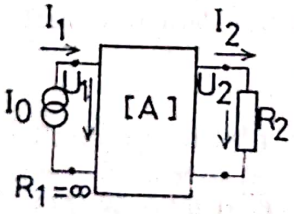
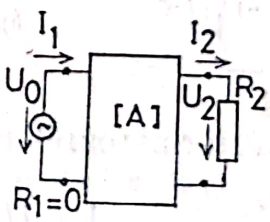
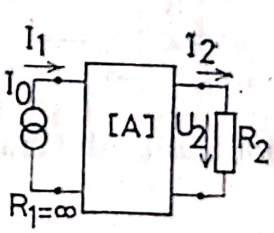
Fig. 14.6. Curenți și tensiuni de intrare și ieșire ai unui cuadripol.

Scanned with OKEN Scanner

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}; \quad [A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

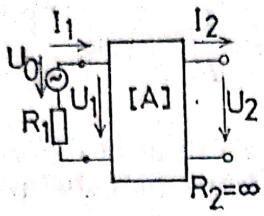
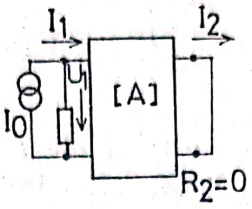
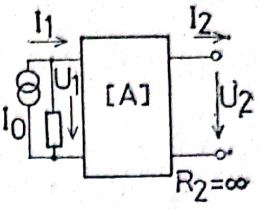
În tabelul 14.1 sînt indicate diferite tipuri de închidere ale unui cuadripol :

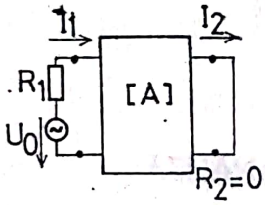
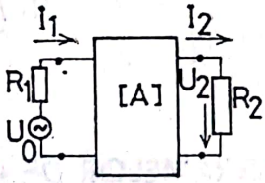
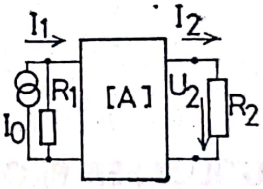
Tabelul 14.1

Caz 1	Caz 2	Caz 3
		
$\frac{U_0}{U_2} = A_{11}$	$\frac{U_0}{I_2} = A_{12}$	$\frac{I_0}{U_2} = A_{21}$
$Z_{i1} = \frac{A_{11}}{A_{21}}$	$Z_{i1} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$	$Z_{i1} = \frac{A_{11}}{A_{21}}$
$Z_{i2} = \frac{A_{12}}{A_{11}}$	$Z_{i2} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$	$Z_{i2} = \frac{A_{22}}{A_{21}}$
Caz 4	**Caz 5**	**Caz 6**
		
$\frac{I_0}{I_2} = A_{22}$	$\frac{U_0}{U_2} = A_{11} + \frac{A_{12}}{R_2}$	$\frac{I_0}{U_2} = A_{21} + \frac{A_{22}}{R_2}$
$Z_{i1} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$	$\frac{U_0}{I_2} = A_{11}R_2 + A_{12}$	$\frac{I_0}{I_2} = A_{21}R_2 + A_{22}$
$Z_{i2} = \frac{A_{22}}{A_{21}}$	$Z_{i1} = \frac{A_{11}R_2 + A_{12}}{A_{21}R_2 + A_{22}}$	$Z_{i1} = \frac{A_{11}R_2 + A_{12}}{A_{21}R_2 + A_{11}}$
	$Z_{i2} = \frac{A_{12}}{A_{11}}$	$Z_{i2} = \frac{A_{22}}{A_{21}}$

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 14.1 (continuare)

Caz 7	Caz 8	Caz 9
		
$\frac{U_0}{U_2} = A_{11} + A_{21}R_1$	$\frac{I_0}{I_2} = A_{22} + \frac{A_{12}}{R_1}$	$\frac{I_0}{U_2} = \frac{A_{11}}{R_1} + A_{21}$
$Z_{i1} = \frac{A_{11}}{A_{21}}$	$Z_{i1} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$	$Z_{i1} = \frac{A_{11}}{A_{21}}$
$Z_{i2} = \frac{A_{22}R_1 + A_{12}}{A_{21}R_1 + A_{11}}$	$Z_{i2} = \frac{A_{22}R_1 + A_{12}}{A_{21}R_1 + A_{11}}$	$Z_{i2} = \frac{A_{22}R_1 + A_{12}}{A_{21}R_1 + A_{11}}$

Caz 10	Caz 11	Caz 12
		
$\frac{U_0}{I_2} = A_{12} + A_{22}R_1$	$\frac{U_0}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot A$	$\frac{I_0}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \cdot A$
$Z_{i1} = \frac{A_{11}}{A_{22}}$	$\frac{U_0}{I_2} = R_1R_2A$	$\frac{I_0}{U_2} = \frac{1}{R_1R_2} \cdot A$
$Z_{i2} = \frac{A_{22}R_1 + A_{12}}{A_{21}R_1 + A_{11}}$	$Z_{i1} = \frac{A_{11}R_2 + A_{12}}{A_{21}R_2 + A_{22}}$	$Z_{i2} = \frac{A_{22}R_1 + A_{12}}{A_{21}R_1 + A_{11}}$

$$A = A_{11}\frac{R_2}{R_1} + \frac{A_{12}}{R_1R_2} + A_{21}R_1R_2 + A_{22}\frac{R_1}{R_2}$$

În alcătuirea programului de analiză nu trebuie luate în considerație toate cazurile prezentate, deoarece unele pot fi considerate cazuri particulare. De exemplu, dacă sarcina din secundar se consideră că face parte din cuadripol, atunci acesta se poate considera că este un cuadripol care lucrează în gol.

Parametrii lanț $[A]$ ai unui cuadripol în care se include rezistența de sarcină (fig. 14.7) sînt :

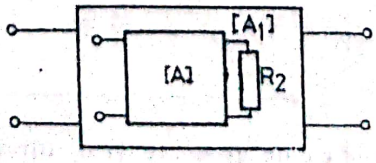


Fig. 14.7. Cuadripol care include rezistența de sarcină.

$$[A_t] = [A]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} + \frac{A_{12}}{R_2} & A_{12} \\ A_{21} + \frac{A_{22}}{R_2} & A_{22} \end{bmatrix}$$

Relaţiile dintre funcţiile de transfer $D(s)$, funcţia de transmisie $H(s)$ şi impedanţele de intrare Z_{i1} şi Z_{i2} sînt indicate în tabelul 14.1.

Coeficienţii de reflexie şi atenuarea de reflexie sînt daţi de relaţia :

$$|\rho| = \left|\frac{1 - Z_i}{1 + Z_i}\right| = \left|\frac{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}}{A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22}}\right| \qquad (14.4)$$

$$\text{Atenuarea de reflexie (ecou)} \quad a_e = 20\lg \frac{1}{\rho} \qquad (14.5)$$

iar atenuarea şi faza de lucru $a = 10\lg |H| = 10\lg [(\text{Re } H)^2 + (\text{Im } H)^2]$

$$b = \text{arctg} \frac{\text{Im}H}{\text{Re}H} \qquad (14.6)$$

14.3 UTILIZAREA PROGRAMELOR DE ANALIZĂ

Se propune să se analizeze performanţele de transmisie ale unui filtru trece jos de tip eliptic, respectiv C 05.20.57. Conform convenţiei de notaţie a filtrelor [1 Cap. 1], aceasta înseamnă că este vorba de un filtru de tip trece jos — eliptic (Cauer), adică cu aproximaţie echiriplu în banda de trecere şi cu minime egale ale atenuării în banda de blocare, cu un coeficient de reflexie a cărui valoare absolută în banda de trecere este de 20% şi un unghi al pantei de atenuare (din banda de tranziţie) $\theta = 57°$.

Schema de principiu şi datele oferite de cataloage exemplu sau programe de calcul [1 Cap. 12] sînt (fig. 14.8).

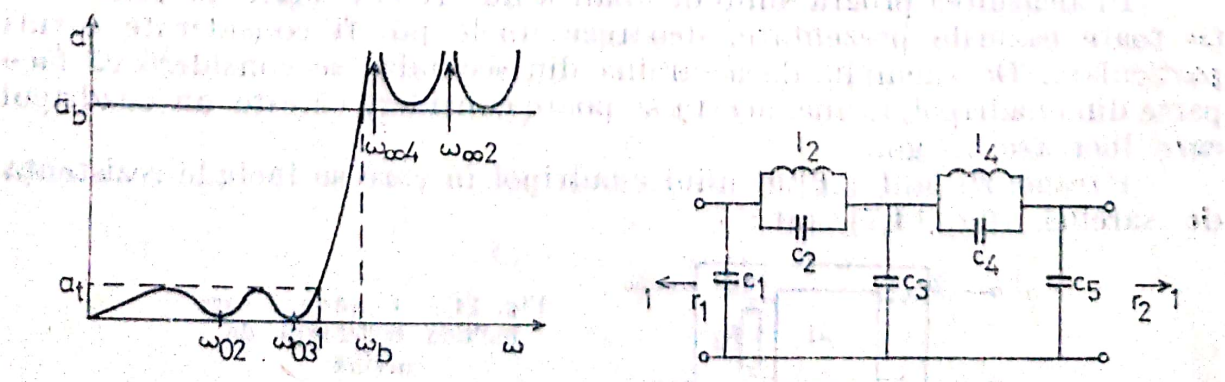


Fig. 14.8 Schema de principiu : *a*) şi caracteristica de atenuare *b*) *a*) filtrului: tip C05.20.57

Scanned with OKEN Scanner

Valorile elementelor Frecvențele zerourilor și polilor de atenuare

$C_1 = 1{,}056679$	$r_1 = 1$	$\omega_t = 1$
$C_2 = 0{,}328175$	$r_2 = 1$	$\omega_b = 1{,}192363293$
$C_3 = 1{,}474310$		$\omega_{\infty 2} = 1{,}70572905$
$C_4 = 1{,}093438$		$\omega_{\infty 4} = 1{,}224953108$
$C_5 = 0{,}667085$		$\omega_{02} = 0{,}6990344$
$l_2 = 1{,}047308$		$\omega_{01} = 0{,}97339505$
$l_4 = 0{,}609491$		

În afara acestor date mai interesează parametrii funcției de transmisie [1], [2], respectiv :

$$H(s) = C\,\frac{(s-\alpha_1)(s^2-2\alpha_2 s+\gamma_2^2)(s^2-2\alpha_3 s+\gamma_3^2)}{(s^2+\omega_{\infty 2}^2)(s^2=\omega_{\infty 4}^2)} = C\,\frac{(E(s)}{G(s)}$$

$$a = 20\ \lg|H(j\omega)|\,;\ \gamma_\nu^2 = \alpha_\nu^2 + \beta_\nu^2\ (\nu = 2,3)$$

$$-\alpha_1 = 0{,}6796210 \qquad \pm\beta_2 = 0{,}8395618$$

$$-\alpha_2 = 0{,}3397717 \qquad \pm\beta_3 = 1{,}03582322$$

$$-\alpha_3 = 0{,}0687692 \qquad C = 7{,}2666466 \qquad (14.7)$$

Performanțele filtrului se pot calcula fie pe baza valorilor elementelor fie pe baza parametrilor funcției de transmisie $H(s)$.

Pentru calculul parametrilor cunoscînd parametrii funcției de transmisie se pot utiliza relațiile 14.7 și cele din [1, tabelul 4.5]

În cazul de față însă, acestea se vor calcula utilizînd un program de analiză al circuitelor în lanț.

Dipolii Z din fig. 14.2 sînt de tipul (8) din fig. 14.4 iar dipolii Y_i de tipul 3.

Cuadripolul se consideră închis la ambele părți pe rezistențele $r_1 = r_2 = 1$.

După ce se calculează parametrii lanț ai întregului filtru (A_{11}, A_{12} A_{21}, A_{22}) care sînt cantități complexe, programul calculează în baza relațiilor din tabelul 14.1 funcțiile care interesează respectiv :

Funcția de transmisie :

$$H(s) = \frac{1}{2}(A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22})$$

Impedanța de intrare Z_{i1} și Z_{i2}

$$Z_{i1} = \frac{A_{11}+A_{12}}{A_{21}+A_{22}} \qquad Z_{i2} = \frac{A_{22}+A_{13}}{A_{21}+A_{11}}$$

Scanned with OKEN Scanner

Modulul coeficientului de reflexie

$$|\rho| = \left|\frac{1 - Z_i}{1 + Z_i}\right|$$

Atenuarea de reflexie a_r :

$$a_r = \ln\left|\frac{1}{\rho}\right| = \ln\left|\frac{1 + Z_i}{1 - Z_i}\right| = \ln\left|\frac{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}}{A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22}}\right|$$

Dar se notează :

$$A_1 = \mathrm{Re}(A_{11}) \qquad B_1 = \mathrm{Im}\ (A_{11})$$
$$A_2 = \mathrm{Re}(A_{12}) \qquad B_2 = \mathrm{Im}(A_{12})$$
$$A_3 = \mathrm{Re}(A_{13}) \qquad B_3 = \mathrm{Im}(A_{21})$$
$$A_4 = \mathrm{Re}(A_{14}) \qquad B_4 = \mathrm{Im}\ (A_{22})$$

se obţine :

$$\mathrm{Re}(H) = \frac{1}{2}(A_1 + A_2 + A_3 + A_4)$$

$$\mathrm{Im}(\mathrm{H}) = \frac{1}{2}(B_1 + B_2 + B_3 + B_4)$$

relaţii din care rezultă atenuarea :

$$a = 20\ \lg|H| = 10\ \ [(\mathrm{Re}\ H)^2 + (\mathrm{Im}H)^2]$$

$$b = \mathrm{arctg}\frac{\mathrm{Im}H}{\mathrm{Re}H}$$

iar pentru rezistenţa de intrare $Z_{i1} = Z_i$

$$\mathrm{Re}(Z_i) = \frac{(A_1 + A_2)(A_3 + A_4) + (B_1 + B_2)(B_3 + B_4)}{(A_3 + A_4)^2 + (B_3 + B_4)^2}$$

$$\mathrm{Im}(Z_i) = \frac{(A_3 + A_4)(B_1 + B_2) - (A_1 + A_2)(B_3 + B_4)}{(A_3 + A_4)^2 + B_3 + B_4)^2}$$

iar pentru coeficientul de reflexie

$$\rho = \left|\frac{1 - Z_i}{1 + Z_i}\right| = \left|\frac{1 - \mathrm{Re}(Z_i) - \mathrm{j}\ \mathrm{Im}(Z_i)}{1 + \mathrm{Re}(Z_i) + \mathrm{jIm}(Z_i)}\right|$$

$$= \left[\frac{[1 - \mathrm{Re}(Z_i]^2 + \mathrm{Im}(Z_i)^2}{[1 + \mathrm{Re}(Z_i]^2 + \mathrm{Im}(Z_i)^2}\right]^{1/2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pe baza acestor relații pentru datele filtrului propus C05 20.57 s-au calculat valorile $a(\omega)$, $a_r(\omega)$; $b(\omega)$; Re $Z_i(\omega)$ și Im $Z_i(\omega)$. Pentru cîteva valori caracteristice acestea sînt date în tabelul 14.2, iar curbele rezultate în fig. 14.9.

Impedanța de intrare în configurația din fig. 14.10 interesează în primul rînd în banda de trecere.

Pentru $\omega = 0$, impedanța de intrare după cum se observă simplu este egală cu rezistența nominală $r = 1$. Pe măsură ce frecvența crește încep să apară componente reactive, pînă cînd impedanța atinge valoarea

Tabelul 14.2

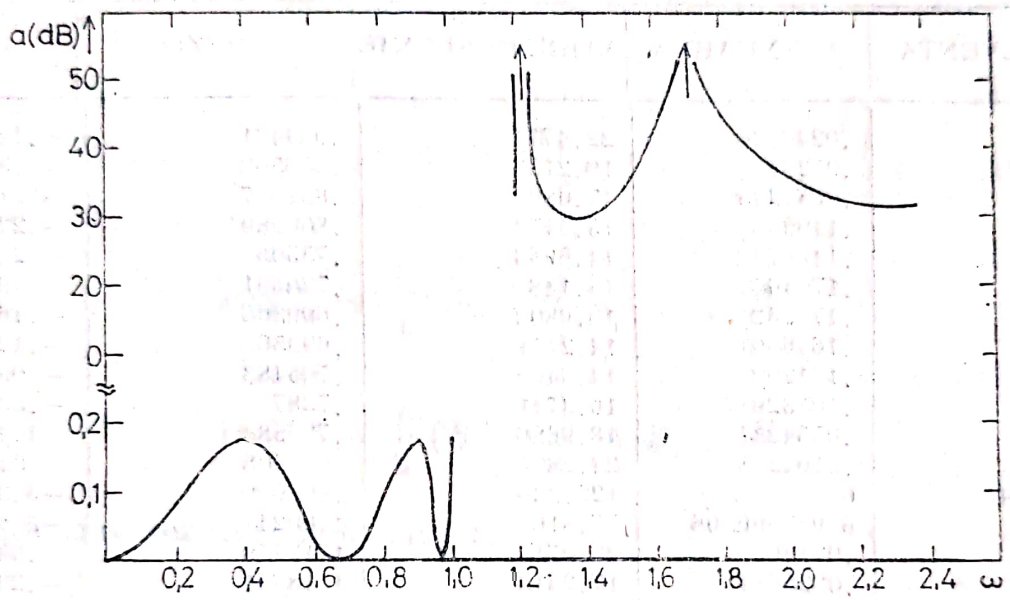
FRECVENȚA	ATENUAREA	ATEN. REFLEXIE	RE(Z1)	IM(Z1)
.1	.0246536	22.4714	.954431	−.140203
.15	.0523712	19.2131	.906508	−.18775
.2	.0857235	17.0897	.852617	−.215092
.25	.119956	15.6474	.800289	−.223086
.3	.149874	14.6953	.75506	−.214596
.35	.170404	14.148	.720591	−.193064
.4	.177252	13.9803	.699366	−.161729
.45	.167659	14.2171	.693503	−.123467
.5	.141298	14.9469	.705483	−.0811227
.55	.101329	16.3711	.7387	−.0383887
.6	.0554231	18.9686	.797583	−1.48473E-03
.65	.0162258	24.2837	.886208	.0179067
.699034	0	122.339	.999999	−5.36441E-07
.7	6.99769E-06	57.8163	1.00241	−8.98527E-04
.75	.021463	23.0717	1.12279	−.0846897
.8	.0825614	17.2513	1.18761	−.236591
.85	.155614	14.5349	1.13856	−.383334
.9	.169209	14.178	1.01357	−.401117
.95	.0495416	19.4529	.948394	−.202137
.973395	3.58856E-07	110.273	.999995	3.99349E-06
1	.177291	13.9793	1.23594	.387719
1.05	3.0512	2.96978	5.86882	.46274
1.1	10.1696	.439135	.249567	−2.96964
1.15	19.3731	.0504648	.0118771	−1.75737
1.19236	30.2981	4.05579E-03	6.8548E-04	−1.39117
1.2	33.2475	2.05517E-03	3.32881E-04	−1.34606
1.25	37.1281	8.4044E-04	1.10072E-04	−1.12854
1.3	31.2407	3.26451E-03	3.71523E-04	−0.988299
1.35	30.2982	4.05579E-03	4.17581E-04	−.88768
1.4	30.8195	3.59717E-03	3.43178E-04	−.810625
1.45	32.1362	2.65481E-03	.0002387	−.748997
1.5	34.0829	1.69703E-03	1.45268E-04	−.698161
1.55	36.7253	9.22259E-04	7.59438E-05	−.655248
1.6	40.4134	3.94382E-04	3.1454E-05	−.618369
1.65	46.3628	1.00121E-04	7.73134E-06	−.586216
1.7	66.5489	0	5.44229E-08	−.557854
1.75	49.2387	5.13164E-05	3.82406E-06	−.532588
1.8	43.1379	2.09572E-04	1.52942E-05	−.509892
1.85	39.9137	4.4211E-04	3.16415E-05	−.489358
1.9	37.8036	7.20583E-04	5.06435E-05	−.470664
1.95	36.2882	1.02023E-03	7.08795E-05	−.453553
2	35.1418	.0013292	9.12101E-05	−.437813
2.05	34.2453	1.63459E-03	1.10933E-04	−.423273
2.1	33.5285	1.92634E-03	1.295599E-04	−.409789

Scanned with OKEN Scanner

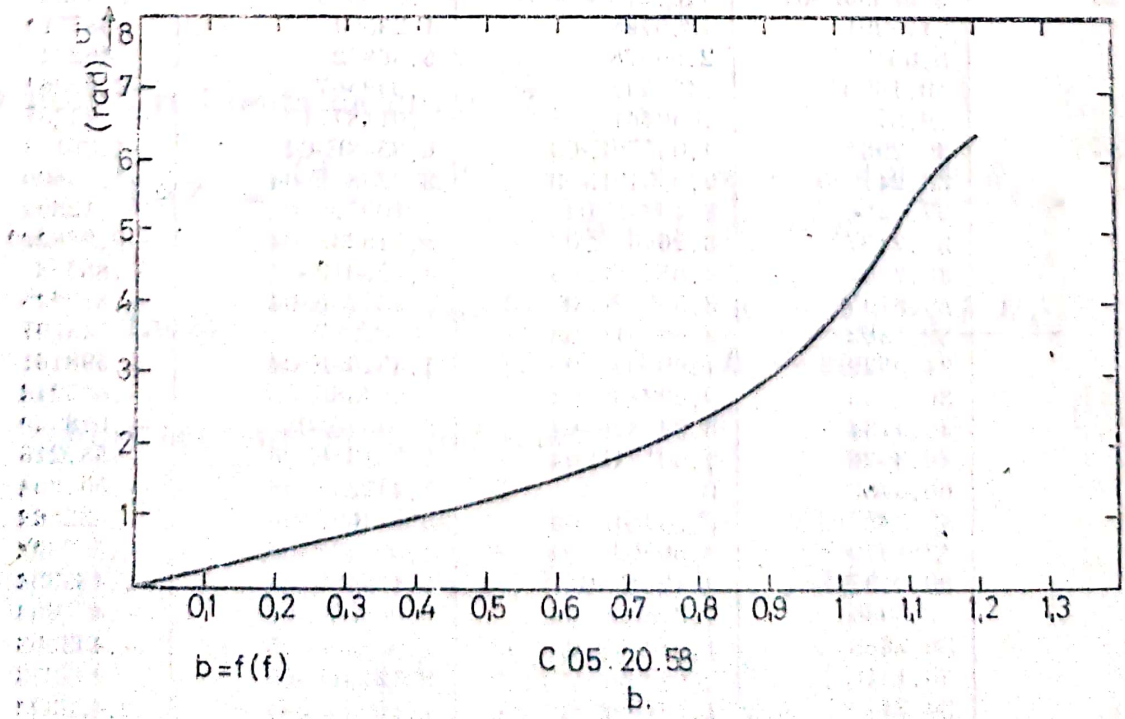
maximă permisă și rezultată din coeficientul de reflexie impus (punctele dispuse pe cerc) (fig. 14.10*b*). Crescînd în continuare frecvența, impedanța de intrare scade pînă la valoarea nominală, apoi acest ciclu se repetă, ca în final la frecvența limită de trecere $\omega_t = 1$ să atingă din nou valoarea maximă permisă. În fig. 10*b* este ilustrată dependența de frecvență a impedanței de intrare a filtrului dat.

Programele de analiza circuitelor combinate cu cele de optimizare reprezintă un ajutor puternic în activitatea de proiectare a filtrelor și corectoarelor.

După cum s-a menționat filtrul nu poate fi niciodată realizat în condițiile proiectate, deoarece elementele se execută în anumite toleranțe sînt însoțite de pierderi și apar și influențe parazite.



a.



b.

Fig. 14.9. Dependența de frecvență a atenuării și a fazei.

Scanned with OKEN Scanner

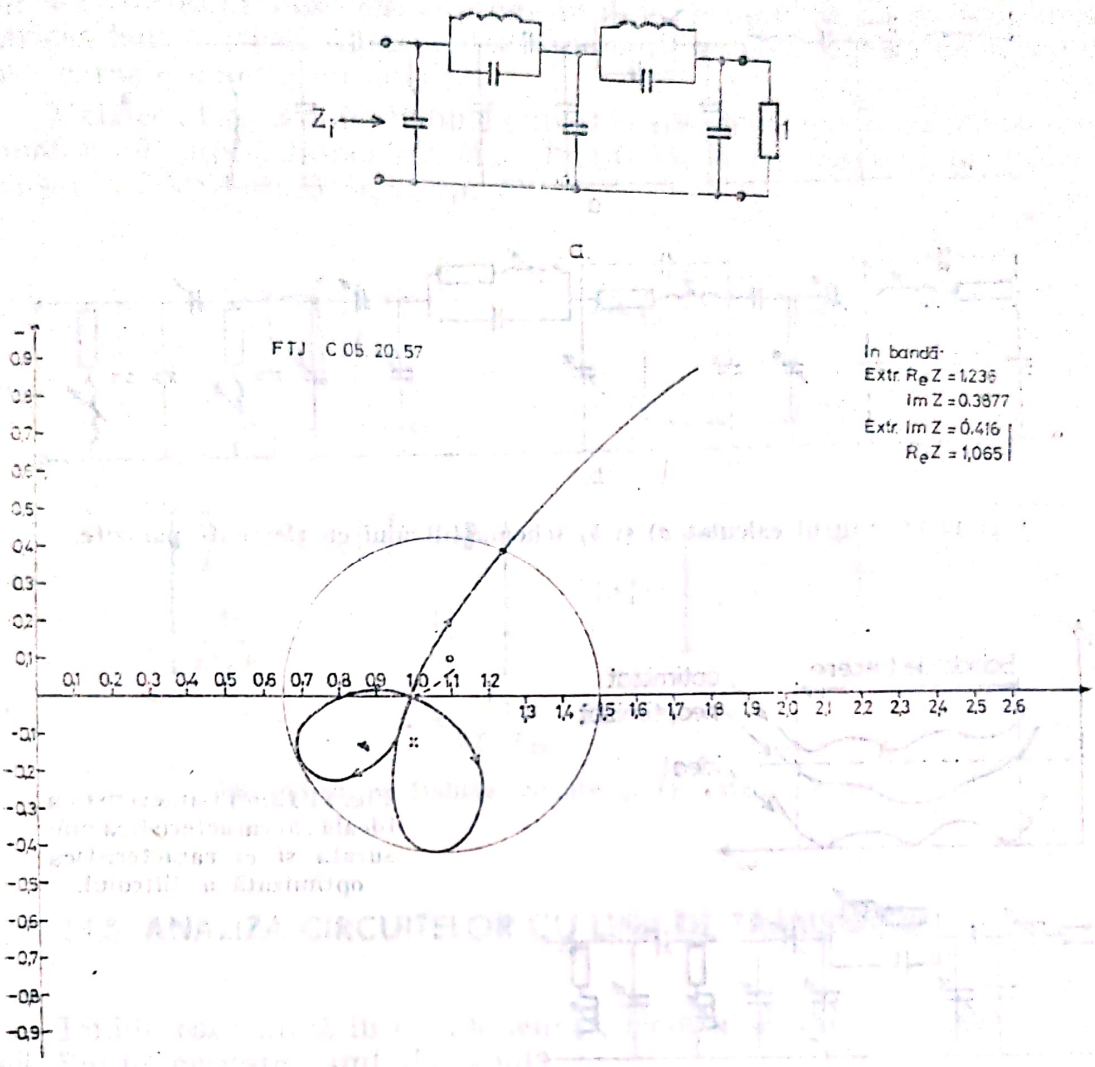


Fig. 14.10. Impedanța de intrare a filtrului: *a*) Definiție; *b*) Reprezentarea grafică.

În fig. 14.11*a* este ilustrat un filtru de bandă așa cum rezultă din proiectare iar în fig. 14.12, *a* caracteristica de atenuare — frecvență măsurată. Diferența între datele măsurate și cele calculate se datorează pierderilor și capacităților parazite care apar inevitabil. Pierderile condensatorilor în acest caz se neglijează fiind de regulă cu un ordin de mărime mai mici decît ale inductanțelor.

Pentru îmbunătățirea caracteristicii atenuare-frecvență se procedează astfel:

— Se stabilește cu ajutorul programului de analiză caracteristica atenuare-frecvență a filtrului din fig. 14.11*a*.

— Se calculează eroarea $\varepsilon = f(\omega)$, rezultată ca diferența dintre valorile măsurate și cele calculate.

— Elementele desenate cu linii punctate se presupune că sînt influențe parazite, care împreună cu pierderile bobinelor conduc la valorile măsurate.

Scanned with OKEN Scanner

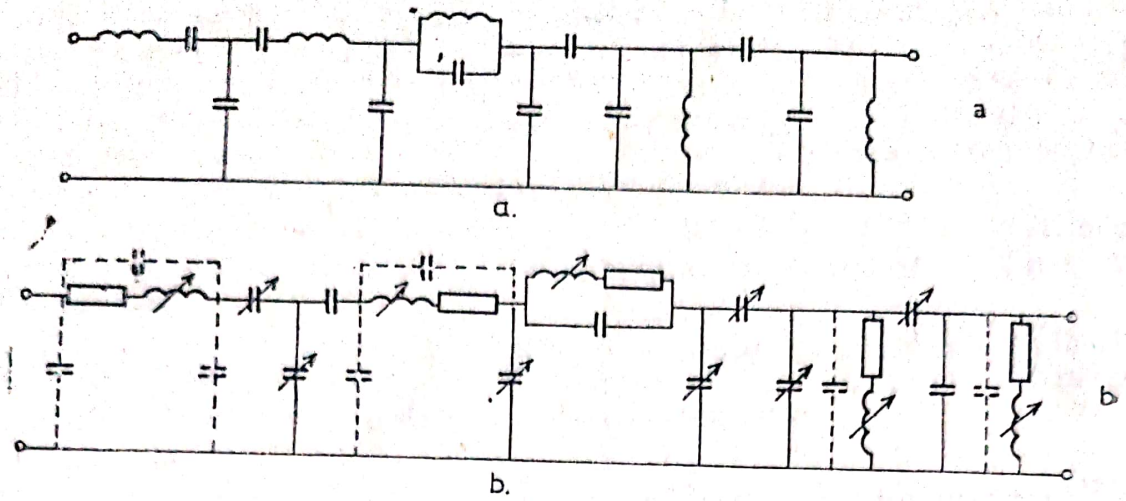


Fig. 14.11. Filtrul calculat *a*) și *b*) schema filtrului cu elemente parazite.

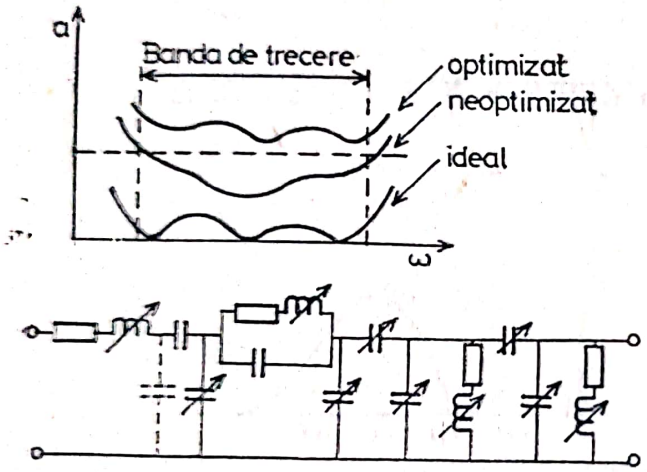


Fig. 14.12. *a*) Caracteristica ideală ; *b*) caracteristica măsurată și *c*) caracteristica optimizată a filtrului.

— Cu ajutorul unui program de optimizare, se modifică valorile elementelor indicate ca variabile pe fig. 14.11*b* pînă ce se obține o valoare minimă pentru funcția $E = \sum_i e_i^2$.

— Cu programul de analiză se verifică performanțele rezultate ale structurii optimizate.

În fig. 14.12*a* se ilustrează [25] curba ideală a caracteristicii atenuare frecvență *a*) curba măsurată după realizarea practică ; *b*) și curba rezultată după operația de optimizare.

14.4. ANALIZA CIRCUITELOR DE ÎNALTĂ FRECVENȚĂ

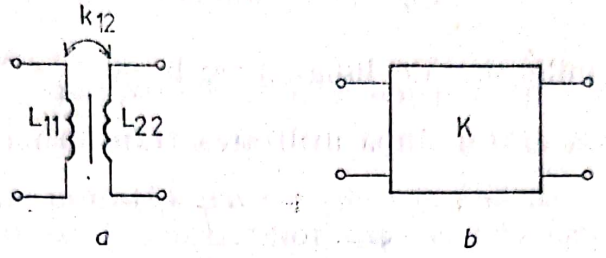
În principiu circuitele de înaltă frecvență se analizează în funcție de frecvența în mod similar cu circuitele de joasă frecvență.

Circuitele de înaltă frecvență pe lîngă constantele concentrate L și C mai folosesc de regulă și circuite cuplate și circuite inversoare. După

Scanned with OKEN Scanner

cum s-a arătat în descrierea programului de analiză dacă se cunoaște matricea lanț a oricărui element component, se pot calcula în continuare toate caracteristicile circuitului.

Matricea lanț a două bobine cuplate este identică cu cea a unui transformator cu cuplaj imperfect (fig. 14.13) iar matricea lanț a circuitului inversor a fost dedusă în (Cap. 5).



$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{k} & sL_{11}\left(\frac{1}{k} - k\right) \\ \frac{1}{sL_{11}k} & \frac{1}{k} \end{bmatrix} \qquad [A] = \begin{bmatrix} 0 & K \\ \frac{1}{K} & 0 \end{bmatrix}$$

$$k = \frac{L_{21}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$$

Fig. 14.13. *a*) Bobine cuplate și *b*) circuit inversor :

14.5. ANALIZA CIRCUITELOR CU LINII DE TRANSMISIE

Liniile care intră în componența circuitelor de microunde (exclusînd liniile cuplate) sînt de tipul :

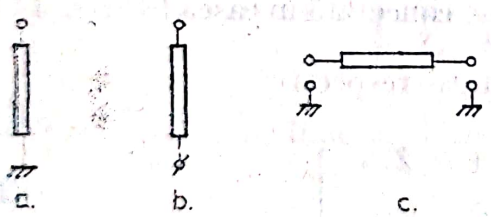


Fig. 14.14. Linii de transmisiuni : *a*) linie în scurtcircuit ; *b*) linie în gol ; *c*) linie care se conectează în cascadă.

Liniile de tipul 14.*c*) se conectează în cascadă iar cele de tip 14, *a* și *b* se conectează în derivație ca în fig. 14.15.

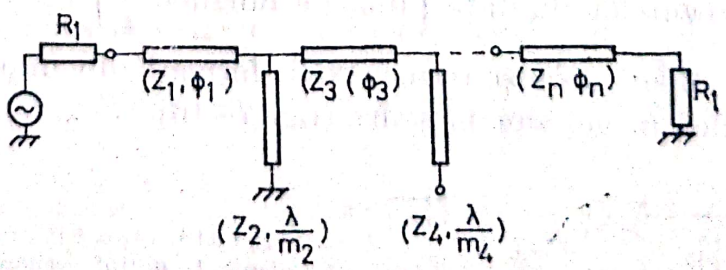


Fig. 14.15. Circuit în cascadă format din secțiuni de linii.

Analiza circuitelor în lanț formate din linii se poate face similar cu cazul circuitelor în lanț formate din constante concentrate, atît în planul S (utilizînd transformata Richards), cît și în planul s.

Analiza în planul $S(S = j\Omega)$

Pentru a putea efectua analiza circuitului ilustrat în fig. 14.15, în planul S este necesar să se cunoască matricea lanț, a circuitelor componente.

De regulă liniile sînt de lungimi egale cu $\frac{\lambda}{4}$.

După cum s-a arătat după utilizarea transformatei Richards

$$S = j\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}$$

o linie de lungime $\lambda/4$ în scurt, privită la bornele de intrare este echivalentă cu o inductanță L:

$$Z_{isc} = L \cdot S$$

iar o linie de lungime $\frac{\lambda}{4}$ în gol, prezintă la intrare impedanța

$$Z_{ig} = \frac{1}{CS}$$

$$\left(L = Z_0;\quad C = \frac{1}{Z_0}\right)$$

Matricea lanț a liniei de lungime $\frac{\lambda}{4}$ conectată în cascadă (fig. 14.14c) este matricea lanț a elementului unitate respectiv

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 - S^2}}\begin{bmatrix} 1 & Z_0 S \\ \frac{S}{Z_0} & 1 \end{bmatrix} \qquad (14.7)$$

Circuitul din fig. 14.15, poate fi privit ca format din conectarea în cascadă a elementelor unitate $\left(\text{linii de lungime } \frac{\lambda}{4}\right)$ a căror matrice lanț este (14.7) și dipoli dispuși transversali, formați din impedanțele de intrare ale liniilor în gol sau în scurt (fig. 14.16).

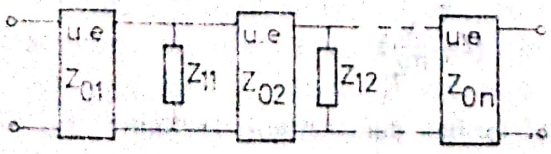


Fig. 14.16. Circuit în cascadă format din elemente unitate și dipoli transversali.

Matricea lanț a unui dipol dispus transversal este

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Z_t} & 1 \end{bmatrix}$$

unde $Z_t = LS = Z_0 S$ în cazul liniilor în gol;

$Z_t = \dfrac{1}{SC} = \dfrac{Z_0}{S}$ în cazul liniilor în scurtcircuit

Pentru circuite prototip mai complicate, mai pot apare și cuadripoli mai complecși, cum ar fi cazul celor care conțin celule Brune.

Luarea în considerare a acestora nu constituie nici-o dificultate, deoarece se cunoaște matricea lanț (5.61) respectivă.

Analiza în planul $s(s = j2\pi f)$

Fie secțiunea de linie ilustrată în fig. 14.17.

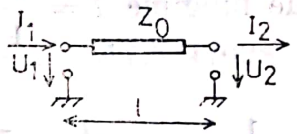


Fig. 14.17. Secțiune de linie.

Matricea lanț a secțiunii de linie din fig. 14.17 este

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos\dfrac{2\pi l}{\lambda} & jZ_0 \sin\dfrac{2\pi l}{\lambda} \\ j\dfrac{1}{Z_0}\sin\dfrac{2\pi l}{\lambda} & \cos\dfrac{2\pi l}{\lambda} \end{bmatrix} \tag{14.8}$$

unde $\lambda = \dfrac{v}{f}$ (λ este lungimea de undă, v viteza de propagare și f frecvența).

Dacă se alege lungimea l, un submultiplu al lungimii de undă:

$$l = \frac{\lambda_0}{m} = \frac{v}{mf_N} \text{ rezultă } \frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{2\pi}{m}\frac{\lambda_N}{\lambda} = \frac{2\pi}{m}\frac{f}{f_N} \tag{14.9}$$

(f_N fiind frecvența la care lungimea este egală cu $\dfrac{\lambda}{4}$).

După transformări simple matricea [A] (14.8), devine:

$$[A] = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}}} \begin{bmatrix} 1 & jZ_0 \operatorname{tg}^2 \dfrac{\pi}{m}\dfrac{f}{f_N} \\ j\dfrac{1}{Z_0}\operatorname{tg}^2 \dfrac{\pi}{m}\dfrac{f}{f_N} & 1 \end{bmatrix} \tag{14.10}$$

Impedanţele de intrare ale cuadripolilor în gol la ieşire (Z_{1g}) sau în scurt (Z_{1sc}) în funcţie de parametrii lanţ sînt [1, Cap. 4]

$$Z_{1g} = \frac{A_{11}}{A_{21}}$$
$$Z_{1sc} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \qquad (14.11)$$

Pentru cazul liniilor de lungime $l = \frac{\lambda}{4}$ se obţine ţinînd seama de relaţiile (14.10) şi (14.11)

$$Z_{1g} = \frac{Z_0}{\mathrm{j}\,\mathrm{tg}\,\frac{2\pi}{m}\frac{f}{f_N}}$$
$$Z_{1sc} = \mathrm{j}Z_0\,\mathrm{tg}\,\frac{2\pi}{m}\frac{f}{f_N}$$

Pentru cazul frecvent al liniilor de lungime $l = \frac{\lambda}{4}$, rezultă $m = 4$ şi relaţiile (14.10) şi (14.9) devin :

$$[A] = \frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}}}\begin{bmatrix} 1 & Z_0\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} \\ \mathrm{j}\frac{1}{z_0}\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} & 1 \end{bmatrix}$$
$$Z_{1g} = \frac{Z_0}{\mathrm{j}\,\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N}} \qquad Z_{1sc} = \mathrm{j}Z_0\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_N} \qquad (14.12)$$

Cunoscînd matricele lanţ ale elementelor componente (formate din secţiuni de linii) în funcţie de frecvenţă f, se calculează matricea lanţ a întregului cuadripol ca produs al matricelor lanţ corespunzătoare elementelor componente, şi apoi similar cu cazul circuitelor cu constanta concentrată, se calculează caracteristicile de transmisie necesare.

Exemplu de utilizare

Cu ajutorul programului SinFil s-au proiectat două filtre de bandă (Ex. 9 şi Ex. 10 Cap. 6) unul de tip maximplat şi altul de tip Cebişev, ambele trebuind să îndeplinească gabaritul atenuare-frecvenţă din fig. 14.18.

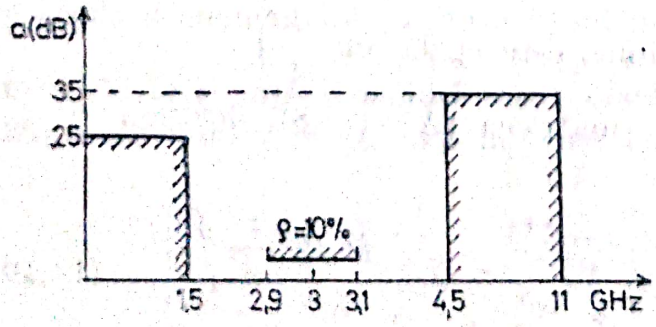


Fig. 14.18. Gabarit atenuare-frecvenţă, a unui filtru de bandă de microunde.

Structura care s-a obținut este arătată în fig. 14.18, cu următoarele valori normate de elemente (exemplul 6.9 și 6.10).

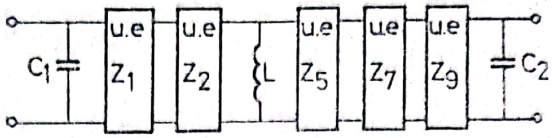


Fig. 14.19. Schema de principiu a filtrului de microunde.

	Maxim plat	Cebîșev
Z_1	0,3994931	0,814883
Z_2	$4{,}5451494 \cdot 10^{-3}$	0,023929
Z_5	0,4631531	1,295602
Z_7	0,2034791	0,548554
Z_9	17,8847028	18,680448
$Z_{C1} = \frac{1}{aC_1}$	0,1831974	0,396702
$Z_{C2} = \frac{1}{aC_2}$	$10{,}581885 \cdot 10^{-33}$	9,094050
$Z_L = aL$	8,201494	0,059094
n	6,690926	4,787909

Rezultate obținute cu ajutorul programului analiză sînt următoarele: (fig. 14.20):

fGHz	0,24	0,48	0,72	0,96	1,2	1,5	2,9	3	3,1
a_{MP} (dB)	58,46	51,75	47,05	42,83	38,55	32,64	$1{,}1 \cdot 10^{-5}$	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$	$3{,}9 \cdot 10^{-6}$
a_{cab} (dB)	76,30	69,58	64,85	60,60	56,27	50,24	0,001	0,043	0,004

fGHz	4,5	4,8	5,6	6,4	7,2	8,8	9,6	10,4	11,6
a_{MP}	39,72	46,92	62,37	75,64	91,05	91,05	75,64	62,37	31,12
a_{cab}	57,50	64,81	80,36	93,67	109,1	109,1	93,67	80,36	57,50

Scanned with OKEN Scanner

Din comparația datelor din fig. 14.20, rezultă și în acest caz superioritatea aproximării de tip echiriplu (Cebișev) în comparație cu cea maxim-plată (Butterworth).

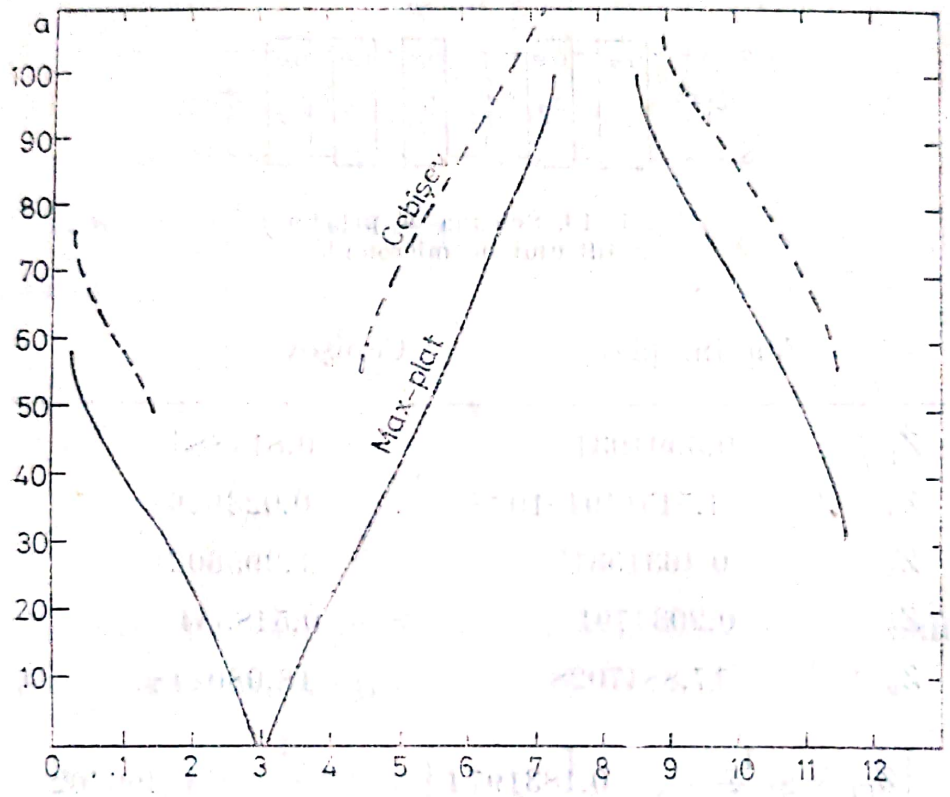


Fig. 14.20. Caracteristica de atenuare — frecvență a FTB — maxim plat. FTB — Cebișev

Scanned with OKEN Scanner

BIBLIOGRAFIE

1. **Stefănescu, S.** *Filtre. Manualul inginerului electronist,* Editura Tehnică, 1987.
2. **Saal, R.,** *Handbuch zum Filterentwurf* AEG Telefunken, Berlin, 1979.
3. **Baal, R.** *Ein Beitrag zur Synthese von Reaktanzall passchaltungen* Dissertation. H. München 1963.
4. **Saal, R. und K. Antreich.** *Zur Realiesierung von Reaktonz — Allpass — Schaltungen,* Frequenz Bd 16. Nr 12 și Bd 17 Nr 1.
5. **Gleissner, E.,** *Zum Entwurf von Hochfrequenz Bandpass filtern mit konzentrierten Elementen.* Dissertation — AEG Telefunken,
6. **Gleissner, E.** *On the design of IF-Filters for Radio Links and Satelite Communication Systems.* IEEE Proc. ISCAS-1976.
7. **Burger D., Gleissner E.,** *Zum Entwurf von Filtern aus Leitungselementen gleicher Länge.* A.E.U. — Bd. 26—1972.
8. **Gleissner, E.,** *Some aspects on the computer aided tuning of networks.* IEEE Proc ISCAS—1976.
9. **Entenmann W.,** *Optiemierungs verfahren* Dr. A. Hüthig Verlag Heidelberg 1975.
10. **Entenmann W.** *Zur Analyse und Empfindliehkeitsberechnung von linearen Übertragungssystemen.* Wissenschafthiche Berichte AEG Telefunken 41 (1968) 4.
11. **Antreich, K.,** *Zur Realiesierung von Dämpfungsfunktionen mit reflexionsfreien Impedanzvierpole.* Diss. TH Karlsruhe, 1966.
12. **Malherge J.,** *Microwave Transmission Line Filters.* Artech House Washington 1980.
13. **Matsumoto, A.,** *Microwave Filters and Circuits.* Academic Press New York, 1970.
14. **Alexeev, L., Znamenski, A., ș.a.** *Elektriceskie filtri metrovogo i defimetrovogo diapozonov.* Sviazi, Moscova, 1976.
15. **Herendi, M.,** *LC szürok tervezése* Müszaki Könyvkiado, Budapest, 1982.
16. **Temes, G., Mitra, S.,** *Modern Filter Theorie and Design.* John Wiley, New York, 1973.
17. **Geher, K.,** *Linearis hálozotok.* Müszaki Könyvkiado, Budapest, 1979.
18. **Stefănescu S.,** *Filtres Electriques.* Edition Eyrolles, Paris, 1972.
19. **Stefănescu, S.** *Filtre electrice,* Editura Tehnică, București.
20. **Zverev, A.,** *Handbook of Filter Synthesis* John Wiley, New York, 1967.
21. **Matthaei L, Young L. ș.a.** *Microwave filters, impedance matching networks and coupling structures.* Mc Graw-Hill Book Co New York, 1964.
22. **Kasa I.,** *Mikrohullamu integràlt áromkörök.* Müszaki Könyvkiado Budapest 1978.
23. **Mateescu, Ad.,** *Circuite corectoare.* Editura Tehnică, București, 1971.
24. **Mateescu, Ad.,** *Analiza și sinteza circuitelor electrice.* Editura Didactică și Pedagogică București, 1975.
25. **Serbănescu, A.** *Probleme specifice de analiză și sinteză a filtrelor electrice tratate cu ajutorul calculatorului.* Disertație, București, 1975.
26. **Herpy, M., Berka, J.C.,** *Aktive R.C. Filter,* Akademiai Kiado, Budapest, 1984.
27. **Daniels, R.W.** *Aproximation methods for Electronic Filter Design,* McGrawHill, 1974.
28. **Hildebrand, F.,** *Introduction to Numerical Analysis.* McGraw Hill Book Comp. New York 1956.
29. **Levy, R.,** *A general equivalent circuit transformation for distributed networks.* Transact. Inst. Elect. Electron Eng. CT 12 (1965).
30. **Levy, R. and Witeley I.,** *Synthesis of distributed elliptic functions filters from lumped — constant prototypes.* Transact Inst. Elect. Electron Eng MTT14 (1966).
31. **Horton MC and Wenzel, R.J.,** *General theory and design of optimum quarter — wave TEM filters.* Transact. Inst. Elect. Electron Eng MTT 13 (1965).
32. **Horton M., Wenzel R.,** *The digital Elliptic Filter. A compact Sharp Cutoff Design for Wide Bandstop or Bandpass* Requirements Transact. Inst. Elect. Electron Eng. MTT-15 Nr. 5, 1967.
33. **Blanc, M., Soldi, M.,** *Nota sul calcolo di filtri con parametri distribuiti* Alta Frequenza Nr. 9, 1963.
34. **Müller, G.,** *On Computer Tuning of Microwave Fillers,* IEEE Proc ISCAS — 1976.

Scanned with OKEN Scanner

35. **Rubinstein, I., Sleven R., ş.a.** *Narow Bandwidth Elliptic Function Filters.* Transact Inst. Elect. Electron Eng MTT — 17 nr. 12, 1969.
36. **Bruton, L.,** *Network Transfer Function using Concept of Frequency Dependent Negative Resistance* Transact Inst. Elect. Electron Eng CT — 16 (1969).
37. **Kurth C.,** *Frequenzweichen mit Allsperbereich,* Frequenz 17 (1963).
38. **Blostein, ML.,** *Sensitivity Analysis of Parasitie Effects in Resistance Terminated LC Two Ports.* Transact Inst. Elect. Electron Eng. CT — 14, 1, 1967.
39. **Gorski—Popiel, I.,** *Classical Sensitivity a Collection on Formules Transact* Inst. Elect. Electron Eng. CT-10, 2, 1963.
40. **Sima, V., Varga, A.,** *Practica Optimizării asistate de calculator.* Editura Tehnică, 1986.
41. **N.N. — Katalog normierter Cauer — Parameter — Tiefpässe mit Berücksichtigung der Verluste VEB** Fernmel-Leipzig, 1964
42. **K. Martin, A.S. Sedra.** *Optimum design of active filters using generalised immitance convertor.* IEEE Trans. Circuit Systems CAS 24 Sept. 1977.
43. **A. Antoniou,** *Realisation of gyrators using operational amplifiers and their use in RC-active network synthesis.* Proc. Inst. Elect. Eng. vol. 116, Nov. 1969.

Scanned with OKEN Scanner

Bun de tipar: 10.02.1989
Coli de tipar: 29; C.Z.: 621.39
ISBN 973—31—0033—1

c. 881 I. P. Informația
St. Brezoianu nr. 23—25
București

Scanned with OKEN Scanner